

УДК 532.542, 532.135

## ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2011 г.

*Е.И. Борзенко, Г.Р. Шрагер*

Томский госуниверситет

buba@bk.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Исследован процесс заполнения канала реологически сложной жидкостью со свободной поверхностью. Получены кинематические и динамические характеристики рассматриваемых течений в зависимости от определяющих параметров процесса и реологических свойств среды, выявлены различные режимы заполнения.

*Ключевые слова:* неньютоновская жидкость, свободная поверхность, цилиндрический канал, заполнение, математическое моделирование, режимы течения.

### Введение

Исследования течений реологически сложных жидкостей со свободной поверхностью представляют большой интерес для ряда отраслей промышленности. В частности, задачи о заполнении каналов различной конфигурации вязкопластичной жидкостью связаны с анализом технологии переработки полимерных материалов. Для правильной организации технологического процесса с точки зрения его эффективности и бездефектного изготовления изделий с прогнозируемыми механическими свойствами необходимо определение кинематических и динамических характеристик течения, эволюции свободной поверхности при деформировании. Математические постановки подобных задач настолько сложны, что их успешное решение возможно лишь с помощью численных методов.

Исследуются процессы заполнения вертикальных плоских каналов вязкопластичной несжимаемой жидкостью в поле силы тяжести. Рассматриваются случаи, когда сила тяжести действует против направления движения и совпадает с ним.

### Постановка задачи и метод решения

Основу математического описания нестационарного течения несжимаемой неньютоновской жидкости образуют уравнения движения и неразрывности, которые записываются в декартовой системе координат с использованием безразмерных переменных. Система уравнений замыкается реологическим уравнением Балкли – Гершеля,

согласно которому эффективная вязкость  $B$  определяется формулой

$$B = (Se + A^k) / A, \quad (1)$$

где  $A$  – второй инвариант тензора скоростей деформаций,  $Se = \tau_0 L^k / (\mu U)^k$  – параметр вязкопластичности,  $\tau_0$  – предел текучести,  $k, \mu$  – реологические параметры;  $L, U$  – масштабы длины и скорости соответственно. Рассматриваются два варианта движения жидкости относительно направления действия гравитационных сил. В начальный момент времени жидкость занимает некоторую область внутри канала, свободная граница имеет плоскую горизонтальную форму. На твердых стенках выполняется условие прилипания, во входном сечении считается заданным расход, при этом профиль скорости совпадает с решением для установившегося течения вязкопластичной жидкости в плоском канале. Граничные условия на свободной границе заключаются в отсутствии касательных напряжений и при равенстве нормального и внешнего давления. Поверхностное напряжение на границе раздела фаз не учитывается.

Для решения поставленной задачи используется численная методика, в основе которой лежит совместное использование алгоритма SIMPLE [1] и метода инвариантов [2]. Течение вязкопластичной среды характеризуется формированием квазитвердых ядер в потоке, в которых при  $k < 1$   $B \rightarrow \infty$ . Для обеспечения устойчивого сквозного расчета течений с квазитвердыми ядрами выражение для эффективной вязкости (1) записывается в модифицированном виде

$$B = (Se + (A + \lambda)^k) / (A + \lambda).$$

Предполагаемая модификация, допуская предельный переход при  $\lambda \rightarrow 0$  к модели Балкли – Гершеля, обеспечивает возможность сквозного расчета течений с квазитвердыми ядрами. Выбирая величину  $\lambda$  заведомо большей ошибок аппроксимации, но достаточно малой для того, чтобы не исказить характер течения, можно сгладить профили эффективной вязкости на границах квазитвердых ядер и, в тоже время, получить решение, близкое к решению с использованием исходной модели (1).

### Результаты расчетов

Характер течения и эволюция свободной границы в рамках сформулированной постановки задачи наряду с параметром  $Se$  определяется значениями обобщенного числа Рейнольдса  $Re = \rho U^{2-k} L^k / \mu^k$  и критерия  $W = \rho L^{k+1} \times g / (\mu U)^k$ , характеризующего отношение гравитационных и вязких сил в потоке.

Течение ньютоновской жидкости при заполнении каналов против силы тяжести достаточно подробно исследовано. Характер течения при заполнении канала вязкопластичной жидкостью совпадает с таковым для ньютоновской жидкости. Первоначально плоская свободная поверхность выгибается, приобретая выпуклую установившуюся форму, и далее перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью. В окрестности свободной поверхности реализуется двумерное течение с растеканием жидкости в поперечном направлении. Эту часть потока принято называть зоной фонтанирующего течения. По мере удаления от свободной поверхности вглубь канала ее влияние на характер течения ослабевает и выделяется зона одномерного течения с профилем скорости, характерным для установившегося течения жидкости между параллельными плоскостями. Степень выпуклости свободной поверхности и размеры характерных областей течения зависят

от значений  $Re$ ,  $Se$ ,  $W$ ,  $k$ .

В случае заполнения канала, когда направление силы тяжести совпадает с направлением движения, выявлено три различных режима протекания процесса. Это режим полного заполнения, при котором характер течения качественно совпадает с характером заполнения против силы тяжести. С изменением определяющих параметров, в частности, с увеличением  $W$ , при прочих равных условиях реализуется режим с образованием воздушных включений на твердых стенках. Такой характер заполнения назовем переходным режимом, так как дальнейшее увеличение  $W$  способствует формированию свободной струи. В результате расчетов получены критические зависимости  $W(Re)$ , разделяющие выявленные режимы течений. Формирование квазитвердых ядер в потоке также зависит от значений основных параметров и определяется реализуемым режимом заполнения. Зона квазитвердого течения образуется в окрестности плоскости симметрии на определенном расстоянии от свободной границы. В окрестности свободной границы зона квазитвердого движения непрерывно эволюционирует, причем характер эволюции различен в зависимости от режима заполнения в случае совпадения направления движения с направлением действия силы тяжести.

*Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2011 гг.*

### Список литературы

1. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и механики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
2. Шрагер Г.Р., Козлобродов А.Н., Якутенок В.А. Моделирование гидромеханических процессов в технологии переработки полимерных материалов. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1999. 230 с.

## FLOWS OF VISCOPLASTIC FLUID WITH A FREE SURFACE

*E.I. Borzenko, G.R. Shragger*

The process of filling a channel with non-Newtonian fluid with a free surface is researched. Kinematic and dynamic characteristics of the considered flows are determined, depending on the determining parameters of the process and rheological properties of media, different filling regimes are discovered.

*Keywords:* non-Newtonian fluid, free surface, cylindrical channel, filling, mathematical simulation, flow regimes.