

УДК 539.375

МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНЦЕВОЙ ЗОНЫ ТРЕЩИНЫ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА

© 2011 г.

В.В. Глаголев

Тульский госуниверситет

vadim@tsu.tula.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматривается возможность описания упругой и упругопластической стадий процесса деформирования вплоть до начала разделения тела, ослабленного трещиной в виде физического разреза. В модель трещины включен и слой материала, лежащий на мысленном продолжении физического разреза в сплошной среде. В процессе нагружения тела предполагается существование пластической области в рамках данного слоя. При нормальном отрыве, в отличие от модели Леонова–Панасюка–Дагдейла, на продолжении трещины учитываются не только напряжения, действующие в направлении отрыва, но и в ортогональном ему направлении. Для описания поведения материала при переходе в пластическую область использовалась модель идеально упругопластического тела и вариант деформационной теории, при этом изменение объема считалось линейно упругим.

Для модели идеально упругопластического тела принимались условия текучести Треска и Мизеса. Проведено сравнение зависимостей длины пластической области от величины внешней нагрузки с аналогичной зависимостью, следующей из модели Леонова–Панасюка–Дагдейла. Установлено, что учет упругой сжимаемости и напряжений сжатия–растяжения вдоль направления разреза приводит к существенному различию в распределении напряжений и длин пластических зон при плоском деформированном и напряженном состояниях, что не может быть отражено в рамках подхода Леонова–Панасюка–Дагдейла.

В случае использования деформационной теории процесс упругопластического деформирования полагался лучевым, направляющий тензор девиатора напряжений в каждой точке слоя фиксировался его значением, достигнутом в момент перехода из упругой стадии в упругопластическую. Данное допущение позволило свести задачу к статически определимой. Получены зависимости компонент напряжений слоя и внешней расклинивающей силы от длины пластической области слоя, изучено влияние упрочнения материала на напряженно-деформированное состояние концевой области трещины.

Ключевые слова: трещина, упругость, пластичность.

Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) концевой области трещины рассматривается, как правило, в рамках тех или иных модельных представлений трещиноподобного дефекта [1]. Вид трещины (математический или физический разрез, эллиптическое отверстие) формирует математический аппарат исследования НДС [2] и соответствующие критерии начала образования новых материальных поверхностей [1, 3, 4].

Одной из основных моделей представления трещины в сплошной среде является математический разрез. Исследование напряженно-деформированного состояния окрестности концевой точки проводится, как правило, в рамках асимптотических представлений линейной теории упругости, что неизбежно приводит к сингулярности, подавить которую возможно явным введением фиктивных нагрузок по берегам трещины – сил сцепления [5, 6]. Основной проблемой в этом слу-

чае является выбор закона взаимодействия соответствующих сил, отвечающего внешнему воздействию. И, в связи с этим, наиболее изученным и экспериментально обоснованным является предельное состояние трещины нормального отрыва, где можно изначально задать направление взаимодействия сил сцепления (в силу симметрии процесса), а их значение считать постоянным.

Альтернативным описанием трещины является модель физического разреза. В этом случае в модель трещины вводится и материальная область, лежащая на мысленном продолжении физического разреза в сплошной среде (слой взаимодействия толщиной δ_0) [7]. Основное свойство физического разреза в данном модельном представлении состоит в том, что разрез меньшей толщины не приводит к прекращению взаимодействия между частицами, расположенными на противоположных берегах. Толщина материала, ограниченного физическим разрезом, должна быть

такой, чтобы изменение свободной энергии взаимодействия его частиц совпало с изменением свободной энергии приповерхностных слоев (поверхностной энергией), образуемых в процессе разделения (свободная энергия слоя переходит в поверхностную энергию) [7, 8]. Разрез большей толщины не является физическим, так как приводит к несоответствию с экспериментальными данными такой физической величины, как поверхностная энергия. Данное определение не зависит от свойств материала и приемлемо как для упругих, упругопластических, так и для других моделей. Разрушение рассматривается как термомеханический процесс и решение задачи о нахождении критического состояния сводится к постановкам соответствующих краевых задач в рамках тех или иных определяющих соотношений [8–10, 13]. Здесь рассмотрение взаимодействия материальной области, являющейся мысленным продолжением физического разреза, со сплошной средой может ассоциироваться с силами сцепления, но их распределение в этом случае не задается априорно, а является решением соответствующей задачи механики сплошной среды. В рамках предложенной модели рассмотрена задача о развитии пластического течения в области, лежащей на продолжении физического разреза при симметричном нагружении его берегов [9, 10]. Предполагается, что материал слоя описывается в рамках идеально упругопластической модели, а среда вне слоя – линейно упругая. В качестве условия перехода из упругого состояния в пластическое рассматривались критерии Треска и Мизеса. Здесь прослеживается аналогия с работами [11, 12] с одним принципиальным отличием: на продолжении трещины учитываются не только напряжения, действующие в направлении отрыва, но и в ортогональном направлении. Исследование полученных систем интегральных и дифференциальных уравнений рассмотрено в рамках дискретной модели, представляющей собой взаимодействие набором квадратных в плане δ_0 -элементов. Основным постулатом данной модели является положение об однородности НДС в каждом из элементов. Образование пластической зоны рассматривается как последовательный переход элементов слоя в пластическое состояние. На каждом этапе решения упругопластической задачи учитывалось перераспределение напряжений, вызываемое переходом нового элемента в состояние пластического деформирования. Установлено, что учет напряжений в направлении, ортогональном отрыву, в предлагаемой модели и модели упругой сжимаемости в пластической области слоя приводит к существенному различию за-

конов изменения напряжений, длин пластических зон при плоском деформированном и плоском напряженном состояниях. В случае плоского напряженного состояния получено хорошее соответствие с результатами решения аналогичной задачи на основе модели Леонова–Панасюка–Дагдейла.

Предложенная модель использовалась для изучения влияния упрочнения материала на НДС концевой области трещины [13]. Для описания поведения материала при переходе в пластическую область использовался вариант деформационной теории, при этом изменение объема считалось линейно упругим. Процесс упругопластического деформирования полагался лучевым, направляющий тензор девиатора напряжений в каждой точке слоя фиксировался его значением, достигнутом в момент перехода из упругой стадии в упругопластическую. Данное допущение позволило свести задачу к статически определимой. Из проведенных расчетов показано, что учет упрочнения материала в рассмотренной задаче существенен только для плоского напряженного состояния.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №10-01-97500) и АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект №2.1.1/10918).

Список литературы

1. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
3. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. М.: Машиностроение, 1981. 270 с.
4. Морозов Н.Ф., Петров Ю.В. Проблемы механики разрушения твердых тел. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 1997. 132 с.
5. Баренблатт Г.И., Христианович С.А. О модуле сцепления в теории трещин // Механика твердого тела. 1968. №2. С. 69–75.
6. Гольдштейн Р.В., Перельмутер М.Н. Рост трещин по границе соединения материалов // Проблемы механики: Сб. статей. М.: Физматлит, 2003. С. 221–239.
7. Глаголев В.В., Маркин А.А. Определение термомеханических характеристик процесса разделения // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2007. №6. С. 101–112.
8. Глаголев В.В., Маркин А.А. Модели процесса деформирования и разделения // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. №2. С. 148–157.
9. Глаголев В.В., Маркин А.А. Об одной постановке задачи упругопластического разделения // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, №4. С. 187–195.

10. Глаголев В.В., Маркин А.А. О распространении тонких пластических зон в окрестности трещины нормального отрыва // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, №5. С. 206–217.
11. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. and Phys. Solids. 1960. V. 8, No 2. P. 100–108.
12. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Развитие мельчайших трещин в твердом теле // Прикладная механика. 1959. Т. 5, №4. С. 391–401.
13. Глаголев В.В., Маркин А.А. О влиянии упрочнения материала на формирование напряженного состояния тупиковой области трещины нормального отрыва // Вестник Чувашского гос. педагогич. ун-та. Серия: Механика предельного состояния. 2010. №2(8). С. 106–117.

A MODEL FOR DETERMINING THE STRESSED-STRAINED STATE OF A TRAILER ZONE OF A NORMAL SEPARATION CRACK

V.V. Glagolev

A possibility of the describing the elastic and elastic-plastic stages of the deformation process up to the beginning of disintegration of a body weakened by a crack in the form of a physical cut is considered. The model of the crack also includes the layer of the material lying on mental continuation of the physical cut in the continuous medium. It is assumed that a plastic region may exist within this layer during the loading process. In case of a normal separation, in contrast with Leonov–Panasuk–Dugdale's model, not only the stresses acting in a direction of the separation, but also in the direction orthogonal to it are considered on the crack continuation. To describe the behavior the material during the transition to the plastic region, the model ideally elastic-plastic body and a version of the deformation theory were used, assuming the volumetric change to be linearly elastic.

For the model of the ideal elastic-plastic body, Tresca and Mises yield conditions were considered. The plastic region length – external load value relation was compared with the similar relation following from the model of Leonov–Panasuk–Dugdale. It is found, that accounting for elastic compressibility and stress of compression–tension along the direction of the cut results in considerable difference in the distribution of stresses and lengths of the plastic zones in the plane stressed and strained conditions that cannot be accounted for in the frame of Leonov–Panasuk–Dugdale's approach.

When using the deformation theory, the elastic-plastic deformation process is assumed beam-like, the directing stress deviator tensor in each point of the layer was fixed by its value, attained at the moment of transition from the elastic to elastic-plastic stage. This assumption made it possible to reduce the problem to statically definable. The components of the pressure of the layer and the external wedging forces as a function of the plastic area length of the layer are determined, the effect of material hardening on the stressed-strained state of the crack trailer area is studied.

Keywords: crack, elasticity, plasticity.