

УДК 539.3

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГИХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТАХ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ И ИХ РАССЕЙЯНИЕ НА ДЕФЕКТАХ

© 2011 г.

М.В. Голуб, С.И. Фоменко

Институт математики, механики и информатики
 Кубанского госуниверситета, Краснодар

sfom@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматриваются колебания периодических функционально-градиентных и слоистых волноводов с повреждениями (одиночные трещины и поврежденные интерфейсы). Изучаются локализация, резонансные явления, изменения запрещенных зон в зависимости от закона изменения упругих свойств и параметров повреждения.

Ключевые слова: фононный кристалл, функционально-градиентный материал, трещина, поврежденный интерфейс, разрешенные и запрещенные зоны, резонанс, пружинные граничные условия.

Введение

Рассматриваются волновые явления в периодических функционально-градиентных волноводах и периодических слоистых волноводах с внутренними повреждениями (одиночные трещины и поврежденные интерфейсы, описываемые с помощью пружинных граничных условий или периодическим набором трещин). При распространении волн в периодических структурах имеют место запрещенные и разрешенные частотные диапазоны, информация о которых необходима в первую очередь, например, в фотонных и фононных кристаллах [1]. Упругие свойства периодических волноводов (фононных кристаллов) нередко изменяются не скачком, то есть являются функционально-градиентными, а не слоистыми; волновые процессы в функционально-градиентных периодических структурах практически не изучены, см., например, [2]. Кроме того, структура за-

решенных зон изменяется при внесении элементов, нарушающих периодичность [3]. Так, в процессе эксплуатации и производства могут возникать одиночные трещины и повреждения в структуре целых слоев. Очевидно их присутствие меняет динамические свойства композитов и может существенным образом влиять на прохождение волн, размеры и положение запрещенных зон, формировать зоны концентрации напряжений.

Функционально-градиентный периодический волновод

Рассматриваются упругие колебания периодического волновода, каждая из повторяющихся ячеек которого сделана из функционально-градиентного материала. На рис. 1 изображен упругий функционально-градиентный периодический композит (фононный кристалл). Предлагаются два подхода: первый использует разбиение повторя-

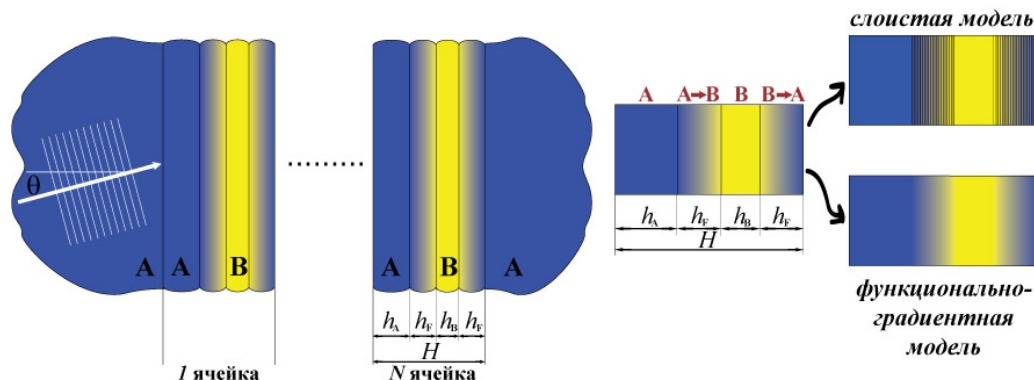


Рис. 1

ющихся ячеек на слои меньшей толщины с заменой их изотропными подслоями с усредненными свойствами, а второй предполагает точное решение краевой задачи. В обоих случаях решение представимо в виде произведения матриц отдельных слоев: перемещения и напряжения на границах слоев связаны посредством матриц, компоненты которых выводятся из уравнений движения и граничных условий (метод Т-матриц, например [4]). Изучается влияние закона изменения свойств (степенной, экспоненциальный закон и скачкообразный – случай слоистого волновода) на запрещенные зоны и волновые явления в периодическом пакете слоев.

Периодический волновод с поврежденным слоем

Изучаются явления, возникающие при прохождении плоских упругих волн через периодическую структуру с различными видами повреждений. На рис. 2 изображен упругий поврежденный периодический композит. Для описания рассеяния плоских волн на одиночных трещинах совместно с методом Т-матриц используется техника интегральных преобразований [5], где решение представляется в виде свертки матриц Грина и скачка смещений на берегах трещины.

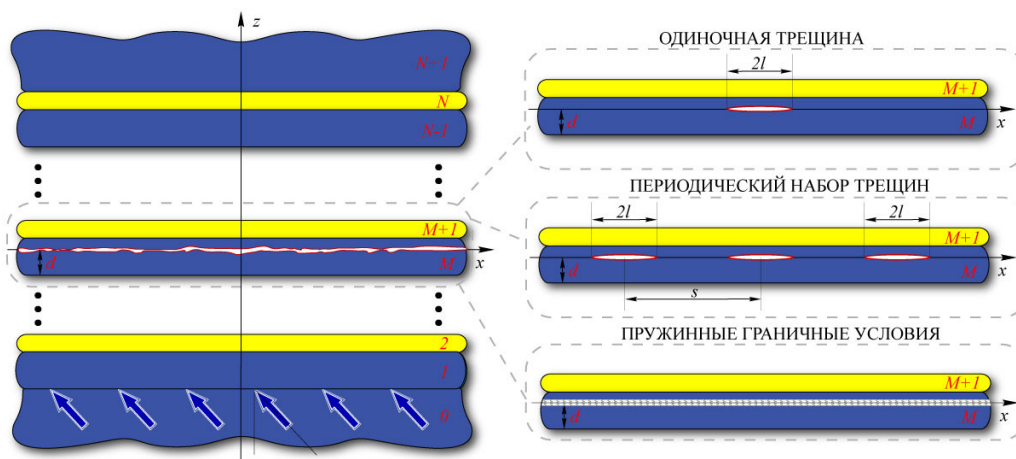


Рис. 2

Этот подход применим и для периодического набора трещин: с использованием теории Флоке–Блоха интегралы могут быть преобразованы в соответствующие бесконечные ряды. Описание поврежденного участка с помощью пружинных граничных условий [6] позволяет применять метод Т-матриц, где повреждение описывается дополнительной матрицей, компоненты которой определяются поврежденностью и упругими свойствами слоя [7].

Очевидно, что наличие повреждений в фонном кристалле может лишь расширить запрещенные зоны, стать концентратором напряжений, а в некоторых случаях привести к резонансным колебаниям большой амплитуды – все эти явления составляют предмет настоящего исследования. Резонансные ситуации рассматриваются наиболее подробно: анализируется связь между резонансами, величинами функции раскрытия трещин, коэффициентами интенсивности напряжений и энергетическими коэффициентами прохождения, а также локализацией волновых процессов в окрестности повреждений. Установлена различная природа резонансов в запрещенных и разрешенных зонах и связь с положением дефекта в поврежденном слое. Приводятся характерные ситуации, возникающие при колебаниях периодических слоистых композитов, ослабленных трещиной или при наличии поврежденных слоев.

Авторы благодарят профессора Ч. Жанга (Университет г. Зиген, Германия), инициировавшего работу в данном направлении, а также профессора Е.В. Глушкова и д.ф.-м.н. Н.В. Глушкову за плодотворное обсуждение данной проблемы и ряд ценных замечаний.

Работа выполнена при поддержке Министерством образования и науки РФ (АВЦП № 2.1.1/10463) и Германской службой академических обменов DAAD.

Список литературы

1. Martinsson P.G., Movchan A.B. // Quarterly J. Mechanics and Applied Mathematics. 2003. V. 56. P. 45–64.
2. Wu M.-L., Wu L.-Y., Yang W.-P., Chen L.-W. // Smart Materials and Structures. 2009. V. 18. P. 115013.
3. Chen A.-L., Wang Y.-S. // Physica B: Condensed Matter. 2007. V. 392. P. 369–378.
4. Li F.-M., Wang Y.-S. // International Journal of Solids and Structures. 2005. V. 42. P. 6457–6474.
5. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф.

- Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989. Evaluation. 1984. V. 4. P. 177–196.
7. Golub M.V., Bostrom A. // Wave Motion. 2011.
6. Baik J., Thompson R. // Journal of Nondestructive V. 48. P. 105–115.

**PROPAGATION OF ELASTIC WAVES IN LAYERED COMPOSITES OF PERIODIC STRUCTURE
AND THEIR SCATTERING BY DEFECTS**

M.V. Golub, S.I. Fomenko

Waves in damaged periodical functionally graded and layered waveguides (single cracks, dam-aged interfaces and layers) are considered. Wave localization, resonance phenomena and band-gaps dependence on the functional law describing elastic the properties and parameters of damage are investigated.

Keywords: phononic crystal, functionally graded, crack, damaged interface, boundary integral equation method, pass-band, band-gaps, resonance, spring boundary conditions.