УДК 532.54+531.011+519.816

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГИДРОМЕХАНИКИ И МЕТОДОВ ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ НАХОЖДЕНИЯ УСТОЙЧИВЫХ РАВНОВЕСНЫХ РЕЖИМОВ ГИДРОСИСТЕМ

***Н.В. Данилова*[1,2]*, Д.Н. Добряев*[2]**

[1]Нижегородский филиал Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН
[2]НИИ механики Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

nvram@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Представлена базирующаяся на прямом методе Ляпунова методика и некоторые результаты ее применения для решения задачи нахождения равновесных режимов работы гидросистем.

Ключевые слова: гидравлическая система, аналитическая гидромеханика, прямой метод Ляпунова, равновесный режим.

Системы различных аппаратов и устройств, соединенные между собой трубопроводами, широко используются в технике и называются гидросистемами или гидравлическими сетями (ГС). При решении технических и экономических проблем, возникающих при проектировании и эксплуатации ГС, решаются два вида задач: нахождение равновесных режимов (или стационарного потокораспределения), т.е. определение давлений и расходов жидкости в различных участках ГС и в элементах соединения и разделения потоков различных участков; исследование динамических свойств ГС, включая устойчивость состояний равновесия, структуру фазового пространства и их зависимости от параметров.

В основе методики математического моделирования потокораспределения в ГС лежит используемый в трубопроводной гидравлике подход, при котором течение жидкости на участках предполагается одномерным, напорным, осредненным по поперечному сечению потока и турбулентным пульсациям, а потери на трение определяются с помощью эмпирических выражений [1]. При этом математическая модель динамики процессов в ГС, состоящей из N участков, представляет собой систему N нелинейных дифференциальных уравнений 1-го порядка (так называемые уравнения Бернулли) для участков и L алгебраических уравнений неразрывности для узлов (в каждом из которых соединяются M_k участков). Исследование этой системы уравнений, которая обычно имеет высокий порядок, при необходимости проводится численно. В большинстве публикаций, посвященных исследованию ГС, рассматривается только задача стационарного потокораспределения, когда численно решаются уравнения статики. Ее решение порождает проблему выбора метода расчета, начального приближения и сходимости итерационного процесса, но остаются в стороне проблемы неоднозначности состояний равновесия, устойчивости системы и существования других режимов [2], например автоколебаний.

Предлагаемый нетрадиционный подход при исследовании ГС опирается на методы аналитической механики, теории нелинейных колебаний и теории принятия оптимальных решений. Исследуемая система представляется в форме системы частного вида уравнений Лагранжа с интегрируемыми связями между обобщенными скоростями, которыми являются расходы на участках $x_i,\ i=\overline{1,N}$, [2]:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = -\frac{\partial R}{\partial x_i},\ i=\overline{1,N}; \qquad (1)$$
$$\sum_{j=1}^{M_k}\alpha_i x_j = 0,\ k=\overline{1,L};$$

$$T=\sum_{i=1}^{N}\frac{\tau_i x_i^2}{2},\quad R=\sum_{i=1}^{N}\left[P_{i1}-P_{i2}+\rho g(z_{i1}-z_{i2})\right]x_i + \sum_{i=1}^{N}\int_0^{x_i}\Delta P_i(\xi)d\xi + C_1,$$

T – кинетическая энергия системы, учитывающая движение жидкости во всех N участках системы; R – образующая функция, дифференцирование которой дает правые части дифференциальных уравнений исходной системы; C_1 – постоянная; α_j – коэффициенты, равные +1, –1 или 0 (определяются топологией системы); τ_i – масса жидкости, находящаяся на i-м участке; P_{ik} и z_{ik} – соответственно давление и высота центра сечения прохода на входе ($k = 1$) и выходе ($k = 2$) участка; ΔP_i – суммарная гидравлическая характеристика i-го участка с учетом потерь на трение, разности скоростных напоров на концах и характеристики насоса, если он имеется на участке. Обобщенные координаты здесь являются скрытыми и в явном виде в уравнения не входят. Число обобщенных скоростей, входящих в уравнения (1), избыточно, и может быть сокращено с помощью уравнений связи, которыми являются уравнения неразрывности для узлов.

После исключения избыточных переменных система (1) принимает вид:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} = -\frac{\partial R}{\partial x_i}, \quad i = \overline{1,n}; \quad T = \sum_{i=1}^{N} \frac{\tau_i x_i^2}{2},$$
$$R = \sum_{i=1}^{N} \int_0^{x_i} \Delta P_i(\xi) d\xi + C_1. \tag{2}$$

Отличие системы (2) от системы (1) состоит в уменьшении числа дифференциальных уравнений, обращении в нуль первой суммы в выражении для функции R. При дифференцировании T и R для подстановки в уравнения Лагранжа уже для независимых переменных учитываются следующие из уравнений связи выражения избыточных переменных через независимые. Размерность фазового пространства системы $n = N - \tilde{L}$, где $\tilde{L}$ – число независимых уравнений связи ($\tilde{L} \le L$).

Исследование динамических свойств ГС проведено с помощью прямого метода Ляпунова с использованием $R(x_1,\dots, x_n)$ в качестве функции Ляпунова [1]. Анализ функции R позволяет утверждать, что она ограничена снизу и неограниченно растет при удалении от начала координат пространства $(x_1,\dots, x_n)$. Кроме того,

$$dR/dt = -\sum_{i=1}^{N} \tau_i \dot{x}_i^2. \tag{3}$$

Из анализа выражений для R и dR/dt следует диссипативность системы и другие важные выводы, дающие полную информацию о структуре фазового пространства. Все фазовые траектории идут из бесконечности в некоторую ограниченную область фазового пространства, в которой находится либо одно устойчивое состояние равновесия, и тогда R имеет единственный минимум, либо несколько состояний равновесия (устойчивые и неустойчивые), в этом случае R имеет несколько минимумов. Это позволяет обосновать новый метод нахождения устойчивых состояний равновесия ГС. Метод состоит в поиске минимумов функции $R(x_1,\dots, x_n)$:

$$R(\mathbf{X}) \to \min, \quad \mathbf{X} \in D,$$

$$D = \{\mathbf{X} \in R^n : a_i \le X_i \le b_i, i = \overline{1,n}\}, \tag{4}$$

где величины a_i, b_i, $i = \overline{1,n}$, – константы, задающие границы изменения координат вектора $\mathbf{X} = (x_1,\dots,x_n)^T$. Таким образом, задачу нахождения стационарного потокораспределения можно свести к конечномерной задаче безусловной оптимизации. В общем случае эта задача многоэкстремальна. Наиболее эффективными методами многоэкстремальной оптимизации являются информационно-статистические алгоритмы глобального поиска [3], использующие в числе прочих многошаговую схему редукции размерности. Данная схема допускает распараллеливание вычислений [4], что позволяет существенно увеличить размерность решаемых задач.

Применение описанной выше методики продемонстрировано на примере решения задачи нахождения равновесных режимов системы циркуляции теплоносителя (СЦТ) ядерной энергетической установки, являющейся частным видом гидросистемы, а также на примере простейшей гидросистемы. На рис. 1 представлена расчетная схема СЦТ первого контура, содержащая 6 параллельных, подключенных к реактору *1*, петель *2*. На схеме показаны циркуляционные насосы *4*, снабженные электродвигателями *5*. Поиск минимумов шестимерной функции $R(x_1,\dots, x_6)$ был проведен с использованием алгоритма с обобщенной характеристикой в рамках многошаговой схемы редукции размерности. Для допустимого набора параметров были найдены 7 устойчивых состояний равновесия, совпадающих с экстремумами. Глобальный минимум этой функции соответствует равновесному режиму циркуляции, направление течения теплоносителя в котором обозначено стрелками на рис. 1.

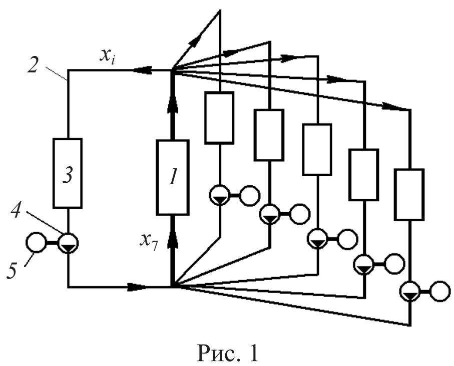

Рис. 1

Наличие других режимов работы, соответствующих остальным минимумам функции $R(x_1, \dots, x_6)$, недопустимо с точки зрения безопасности работы.

На рис. 2 представлена расчетная схема другого вида гидросистемы, состоящей из четырех узлов и шести ветвей.

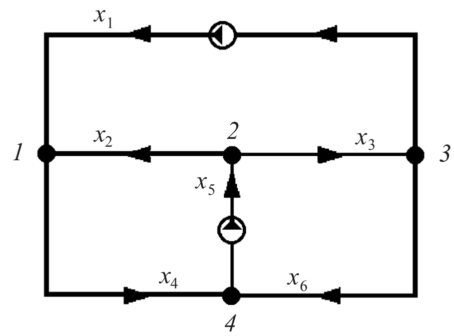

Рис. 2

После исключения избыточных переменных была получена система трех дифференциальных уравнений (3) первого порядка. Поиск минимумов трехмерной функции R выявил при определенных параметрах наличие нескольких состояний равновесия.

Список литературы

1. Чугаев Р.Р. Гидравлика: Учебник для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоиздат, 1982. 672 с.
2. Смирнов Л.В., Данилова Н.В. Основы прикладной аналитической гидромеханики напорного течения несжимаемой жидкости: Учебно-метод. пособие. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2009. 65 с.
3. Strongin R.G., Sergeyev Ya.D. Global optimization with nonconvex constraints. Kluwer Academic Publishers (Netherlands), 2000. 756 p.
4. Гришагин В.А., Сергеев Я.Д. Эффективность распараллеливания характеристических алгоритмов глобальной оптимизации в многошаговой схеме редукции размерности // Высокопроизводительные параллельные вычисления на кластерных системах: Матер. IV Междунар. научно-практич. семинара / Под ред. В.А. Сойфера. Самара: Изд-во Самарск. науч. центра РАН, 2004. С. 70–74.

USE OF APPLIED ANALYTICAL HYDROMECHANICS AND OPTIMIZATION METHODS IN SOLVING PROBLEM OF FINDING STABLE EQUILIBRIUM REGIMES OF HYDRAULIC SYSTEMS

N.V. Danilova, D.N. Dobryayev

Technique basing on direct Lyapunov method and some results of its application for solving of the problem of finding the hydraulic systems' equilibrium regimes are presented.

Keywords: hydraulic system, analytical hydromechanics, the direct method of Lyapunov, the equilibrium regime.