

УДК 531.36

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЙ СУБСПУТНИКА–ГИРОСТАТА НА СТЕРЖНЕ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

© 2011 г.

А.П. Евдокименко

Специализированный учебно-научный центр Московского госуниверситета им. М.В. Ломоносова

artem.evdokimenko@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматриваются вопросы существования, устойчивости и ветвления установившихся движений орбитальной связки двух твердых тел. Предполагается, что первое тело движется равномерно по круговой кеплеровой орбите, а второе тело (субспутник) представляет собой симметричный гиростат с ротором на оси симметрии, связанный с первым телом посредством стержня и сферических шарниров. Найдены однопараметрические семейства установившихся движений и исследована устойчивость некоторых из них.

*Ключевые слова:* орбитальная связка, гиростат, установившиеся движения, устойчивость.

Исследованию динамики космических систем связанных точек и тел посвящено большое количество работ. Предложены различные модели орбитальной связки двух и более тел, как расчетные, так и допускающие возможность аналитического исследования [1]. Рассматриваемая механическая система является частным случаем системы из [2], но дополнительная симметрия приводит к существованию установившихся движений, невозможных в общем случае.

### Постановка задачи

Рассмотрим механическую систему, состоящую из пары твердых тел, связанных между собой невесомым и недеформируемым стержнем с помощью двух точечных сферических шарниров, в центральном поле тяготения. Пусть одно из тел движется по круговой кеплеровой орбите, не возмущаемой движением второго тела, которое динамически симметрично и несет ротор с осью вращения, совпадающей с осью динамической симметрии тела. Предполагается, что ротор вращается с постоянной относительно второго тела угловой скоростью.

Предположим, что точка  $A$  крепления стержня к первому телу движется по круговой кеплеровой орбите радиуса  $R$  вокруг притягивающего центра  $N$  и обозначим через  $\psi$  модуль орбитальной угловой скорости. Введем орбитальную систему координат, единичные векторы которой  $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$  направим соответственно по касательной к орбите точки  $A$ , по нормали к плоскости орбиты и по радиусу-вектору точки  $A$ . Пусть  $B$  – точка

крепления стержня к гиростату, будем предполагать, что она находится на оси симметрии гиростата. Обозначим через  $a$  расстояние от точки  $B$  до центра масс гиростата, пусть длина стержня  $AB$  равна  $l$ , единичный направляющий вектор стержня обозначим через  $\bar{\rho}$  (рис. 1).

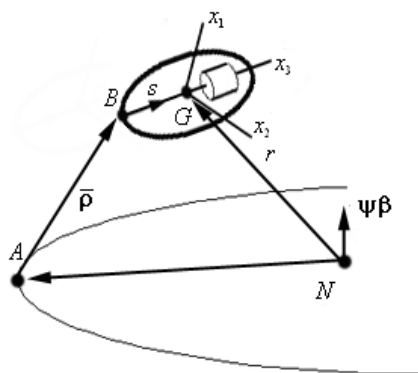


Рис. 1

Введем связанную с гиростатом систему координат  $Gx_1x_2x_3$ , начало которой находится в центре масс гиростата  $G$ , а оси направлены вдоль главных осей инерции гиростата. В дальнейшем все векторные величины будем рассматривать в этой системе координат. Обозначим через  $\bar{r}$  радиус-вектор центра масс гиростата в абсолютном пространстве,  $\bar{s}$  – направляющий единичный вектор оси симметрии гиростата,  $m$  – масса,  $J$  – тензор инерции гиростата,  $J = \text{diag}(A, A, C)$ , где  $A \neq C$ . Будем предполагать, что выполнено неравенство  $l + a \ll R$ , и в выражении для гравитационного потенциала  $U$  отбросим члены порядка выше третьего по величине  $(l + a)/R$ .

Уравнения движения гиростата допускают пять первых интегралов, которые выражают обобщенный закон сохранения энергии, закон сохранения проекции вектора кинетического момента гиростата на ось симметрии (этот интеграл существует только для симметричного гиростата), а также ортонормированность системы векторов  $\bar{\beta}$  и  $\bar{\gamma}$ . Также на всех движениях должно выполняться уравнение связи, выражающее единичность модуля направляющего вектора стержня  $\bar{\rho}$ .

### Установившиеся движения

Согласно [3], установившиеся движения гиростата отвечают точкам экстремума интеграла энергии при фиксированных уровнях остальных интегралов (и уравнения связи). В [4] показано, что непосредственно из получающейся системы уравнений легко найти два простейших семейства установившихся движений, для которых ось симметрии гиростата ортогональна плоскости орбиты точки  $A$ , а стержень либо также ортогонален плоскости орбиты, либо расположен так, что центр масс гиростата движется по той же орбите, что и точка  $A$ ; для всех рассматриваемых семейств гиростат вращается вокруг своей оси с произвольной угловой скоростью. Было обнаружено изменение степени неустойчивости найденных решений при изменении угловой скорости вращения ротора и длины стержня.

Также было показано, что шесть уравнений из полученной системы можно представить в виде

$$M(\bar{\beta}, \bar{\gamma}, \bar{\rho})(\beta_i, \gamma_i, \rho_i)^T = 0, \quad i = 1, 2,$$

где  $M$  –  $3 \times 3$  матрица, элементы которой зависят от параметров системы и координат векторов. Это означает, что для нетривиальных установившихся движений (для которых не все координаты векторов с индексами 1 и 2 равны нулю) необходимо, чтобы ранг матрицы  $M$  был меньше трех.

В [4] было проведено исследование случаев, когда ранг матрицы  $M$  равен 1 и в ней есть хотя бы одна нулевая строка. При этом были найдены еще три семейства установившихся движений и исследована устойчивость одного из них.

Дальнейший разбор различных случаев вырождения матрицы  $M$  позволил найти еще два семейства установившихся движений. В случае, когда  $rk M = 1$ , было найдено семейство установившихся движений, для которого стержень рас-

полагается в плоскости векторов  $\bar{\beta}$  и  $\bar{\gamma}$ , а ось симметрии гиростата образует с этой плоскостью ненулевой угол. В случае, когда  $rk M = 2$ , было найдено семейство установившихся движений, для которого и стержень, и ось симметрии гиростата располагаются вне плоскости векторов  $\bar{\beta}$  и  $\bar{\gamma}$ .

### Устойчивость установившихся движений

Проведено исследование устойчивости решений, найденных в [4]. Если обозначить  $r = C/A$ , то семейство установившихся движений, для которого центр масс гиростата движется по той же орбите, что и точка  $A$ , а ось симметрии наклонена на некоторый угол в плоскости векторов  $\bar{\beta}$  и  $\bar{\gamma}$ , имеет степень неустойчивости 3 при  $r > 4/3$ , 2 – при  $4/3 > r > 1$  и 1 – при  $1 > r$ .

Степень неустойчивости семейства установившихся движений, для которого стержень ортогонален плоскости орбиты, а ось симметрии гиростата наклонена в плоскости, ортогональной радиусу-вектору точки  $A$ , зависит от отношения длин  $l/a$  и кинетического момента ротора, т.е. не только от величины его угловой скорости, но и от направления вращения. При одном направлении вращения ротора степень неустойчивости семейства будет меняться от 1 до 3 при изменении длины стержня, а при противоположном – всегда оставаться равной трем. Критические значения длины стержня, при которых происходит изменение степени неустойчивости, не приводятся из-за своей громоздкости.

Устойчивость остальных найденных установившихся движений будет исследована в дальнейшем.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-01-00292.*

### Список литературы

1. Алпатов А.П. и др. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями. Москва–Ижевск: НИЦ «РХД», 2007. 560 с.
2. Burov A.A. On collinear relative equilibrium of tethered gyrostat in a central Newtonian field. Wien: Institut Mechanik, Technische Universitat, 1996. 32 p.
3. Карапетян А.В. Устойчивость стационарных движений. М.: Эдиториал УРСС, 1998. 165 с.
4. Евдокименко А.П. Об установившихся движениях гиростата, подвешенного на стержне в центральном гравитационном поле // ПММ. 2005. Т. 69, №2. С. 219–225.

**INVESTIGATION OF STEADY MOTIONS OF A SUBSATELLITE–GYROSTAT SUSPENDED  
WITH A ROD IN A CENTRAL NEWTONIAN FIELD**

*A.P. Yevdokimenko*

The issues of existence, stability and bifurcation of steady motions of two bodies in space joined with a tether are considered. The first body is assumed to move uniformly along circular Keplerian orbit and the second one is a symmetric gyrostat carrying a rotor on its axis of symmetry. The gyrostat is assumed to be secured to the first body by a rod with two spherical hinges. One-parametric families of steady motions of the system are found, their stability and bifurcations are investigated.

*Keywords:* tethered satellite, gyrostat, steady motions, stability.