УДК 534.1

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ, ПРИВОДЯЩАЯ К ОТСЛОЕНИЮ ПЛЕНКИ ОТ ОСНОВАНИЯ

***Д.А. Индейцев*[1], *Ю.А. Мочалова*[1], *Б.Н. Семенов*[2]**

[1]Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург
[2]Санкт-Петербургский госуниверситет

Dmitry.Indeitsev@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2011

Исследуется возможность локализации колебаний на дефектах типа трещины-отслоения и влияние локализации на развитие дефектов. Предложена модель, позволяющая проанализировать условия дальнейшего роста отслоения и остановки его роста.

Ключевые слова: локализация колебаний, дефекты, отслоение.

Введение

Исследуется возможность локализации колебаний на дефектах типа отслоения и ее влияние на развитие дефектов. Так как толщина тонкослойного покрытия много меньше характерных размеров основания, в качестве первого приближения заменим покрытие, прикрепленное к основанию, пленкой на упругом основании.

Заметим, что если в пленке существуют только распространяющиеся волны, то влияние волновых процессов на поведение зоны отслоения незначительно, так как возбуждаемый волновой процесс «быстро» затухает. Ситуация меняется, если в пленке-волноводе возможна локализация волн в области дефекта. Известно, что при отсутствии диссипации локализованные колебания на определенных частотах могут не затухать бесконечно долго [1] и, таким образом, оказывать существенное влияние на поведение зоны отслоения. Существование стоячих волн, локализованных в области зоны отслоения, означает, что соответствующая спектральная задача имеет не только непрерывный, но и дискретный спектр собственных частот.

Постановка задачи

Рассматривается простейшая математическая модель поведения такой пленки, лежащей на упругом основании, при действии поперечной нестационарной нагрузки. В качестве простейшей модели рассмотрен случай, когда зона отслоения расположена на участке $-l_0 < x < l_0$, $-\infty < y < \infty$, а сила приложена на линии $x = x_p$, $-\infty < y < \infty$. Тогда задача сводится к задаче о колебаниях струны на упругом основании, жесткость которого $k[x, l(t)]$ переменна: на отслоившемся участке струны жесткость основания равна 0, а на остальной части струны k_0,

$$\rho u_{tt} - T u_{xx} + k[x, l(t)]u = P(t)\delta(x - x_p), \quad -\infty < x < \infty, \quad u, u_x \to 0 \ \text{при} \ |x| \to \infty. \tag{1}$$

Здесь ρ – погонная плотность струны, u – вертикальное смещение струны, T – сила натяжения невозмущенной струны, $P(t)\delta(x - x_p)$ – возбуждающая сила. В качестве критерия отслоения выбираем деформационный критерий следующего вида: при достижении хотя бы в одном из концов отслоившегося участка критического значения смещения Δ происходит рост отслоения со скоростью β. На рис. 1 представлена схема отслоения пленки.

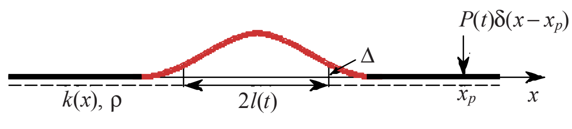

Рис. 1

Уравнение, описывающее рост области отслоения, имеет вид

$$\frac{dl}{dt} = \frac{\beta}{2}\{H[u(x,t)|_{x=l_-(t)} - \Delta] + H[u(x,t)|_{x=l_+(t)} - \Delta]\}. \tag{2}$$

Здесь $l_-(t)$ – координата левого конца отслоения, $l_+(t)$ – координата правого конца отслоения, $2l(t) = l_- + l_+$ – длина области отслоения; $u(x, t)$ – перемещение точки струны с координатой x в момент времени t; H – функция Хевисайда; β – коэффициент, определяющий скорость роста отслоения; Δ – критическое перемещение, при котором происходит отрыв пленки от упругого основания.

При определенных условиях возможна локализация колебаний на участке с начальным отслоением $2l_0$ (см. [1]), и амплитуда колебаний на концах зоны отслоения в какой-то момент времени может превысить критическое значение предельного смещения Δ, что приводит к росту зоны отслоения. Увеличение длины отслоившегося участка пленки в свою очередь оказывает влияние на локализацию колебаний в области дефекта, а именно, может произойти переход к другим формам локализованных колебаний. Поэтому необходимо совместное решение системы уравнений (1) и (2) при начальных условиях

$$l\big|_{t=0} = l_0; \quad u, u_t\big|_{t=0} = 0 \qquad (3)$$

и граничных условиях для любых фиксированных t

$$u, u_x \to 0 \text{ при } |x| \to \infty. \qquad (4)$$

Локализация колебаний на отслоении

Анализ задачи с фиксированным отслоением длины $2l = 2l_0$ показывает, что соответствующая спектральная задача наряду с непрерывным спектром собственных частот колебаний, начинающимся с частоты отсечки ω_b, имеет дискретный спектр, лежащий до частоты отсечки и состоящий из конечного числа собственных частот. Соответствующие дискретному спектру собственные формы колебаний, так называемые локализованные (ловушечные) моды, локализованы в области включения и не уносят энергию на бесконечность.

Заметим, что первой собственной частоте соответствует симметричная локализованная мода, второй – антисимметричная и т.д. Число собственных частот, лежащих до частоты отсечки, определяется параметрами волновода и длиной области отслоения.

Предполагаем, что значение $2l_0$ таково, что существует единственная собственная частота $\omega_0 < \omega_b$ и ей соответствует симметричная собственная форма. Приближенное аналитическое решение задачи (1)–(4), построенное на основе только симметричной собственной формы, описывает ступенчатый рост отслоения со скоростью, определяемой величиной параметра β. Анализ уравнения (2), описывающего рост отслоения, показывает, что возможны различные режимы роста, определяемые поведением аргумента функции Хевисайда в (2).

Анализ результатов численного моделирования роста отслоения при возбуждении гармонической силой для различных значениях параметров β и Δ показывает хорошее качественное совпадение численного решения системы уравнений (1)–(4) с приближенным аналитическим решением.

Заключение

В рамках настоящего исследования на примере отслоения пленки от упругого основания показана возможность локализации колебаний на дефекте типа отслоения и проанализировано влияние этой локализации на процесс роста зоны отслоения. Предложенная упрощенная постановка рассматриваемой проблемы позволяет объяснить наблюдаемые в конструкциях разрушения, вызванные локализацией колебаний на различного рода дефектах, при низком уровне нагрузок.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-01-00814, и в рамках программы поддержки ведущих научных школ НШ-3776.2010.1.

Список литературы

1. Индейцев Д.А., Кузнецов Н.Г., Мотыгин О.В., Мочалова Ю.А. Локализация линейных волн. СПб: Изд-во СПбГУ, 2007. 342 с.

LOCALIZATION OF WAVE PROCESSES, WHICH LEADS TO DETACHMENT OF THE FILM FROM THE BASE

D.A. Indeitsev, Yu.A. Mochalova, B.N. Semenov

The possibility of localization of vibrations at defects such as crack-delamination and the effect of the localization on the development of localized defects is considered. A model is introduced which makes it possible to analyze the conditions for further growth of the delamination and its stoppage.

Keywords: localization of vibrations, defects, delamination.