

УДК 539.3

ПРЯМОЛИНЕЙНЫЕ И ВИСКОЗИМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ И ВОЗМОЖНОСТЬ УЧЕТА В НИХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

© 2011 г.

Л.В. Ковтаниук, Г.Л. Панченко, А.С. Устинова

Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток

lk@iacp.dvo.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

В рамках теории больших упругопластических деформаций исследуются прямолинейные и вискозиметрические течения упруговязкопластических материалов в зазоре между двумя жесткими цилиндрами. Изучаются условия и место возникновения пластического течения, его развитие и торможение. Получены закономерности продвижения упругопластических границ, рассчитаны поля перемещений, деформаций и напряжений.

Ключевые слова: упругость, пластичность, вязкость, температура, большие деформации.

При математическом моделировании процессов интенсивного деформирования материалов обычно пренебрегают свойством упругости, считая обратимые деформации пренебрежимо малыми по сравнению с необратимыми. В этом случае удовлетворительной оказывается модель вязкопластического тела. В рамках теории Шведова–Бингама прямолинейные и вискозиметрические течения рассматривались достаточно подробно и были получены аналитические решения ряда краевых задач [1–5]. Однако именно свойством упругости обуславливаются существенные геометрические изменения интенсивно продеформированных тел в процессах разгрузки после снятия нагружающих усилий и формирование в них остаточных напряжений. В расчетах с учетом подобных эффектов необходимо использовать модель больших упругопластических деформаций. В настоящей работе в рамках такой модели, предложенной в [6] и обобщенной на случай учета вязких [7] и температурных эффектов [8], исследуются прямолинейные и вискозиметрические течения упруговязкопластического материала между жесткими цилиндрами, когда на одном из них возможно проскальзывание материала. Рассматривается возможность моделирования в случае, когда интенсивное деформирование приводит к значительному разогреву материала и процессу теплопереноса.

Изотермическое вязкопластическое течение

В качестве примера рассмотрим вискозиметрическое течение несжимаемого упруговязкопла-

стического материала в зазоре между двумя жесткими цилиндрическими поверхностями $r_0 \leq r \leq R$. Решение в случае прямолинейного движения строится аналогичным образом. Рассмотрим случай, когда материал деформируется за счет поворота внутреннего цилиндра радиусом $r = r_0$, в то время как внешний цилиндр радиусом $r = R$ жестко закреплен, и на его поверхности выполнено условие прилипания:

$$\mathbf{u}|_{r=R} = \mathbf{v}|_{r=R} = 0.$$

При увеличении угла поворота внутреннего жесткого цилиндра сначала происходит только упругое деформирование. С выходом напряженного состояния на поверхность нагружения

$$\sigma_{r\varphi}|_{r=r_0} = -k$$

в окрестности внутренней жесткой стенки будет развиваться область вязкопластического течения. Считаем, что на внутренней жесткой стенке при обратимом деформировании выполняется условие прилипания, а при пластическом течении материала возможно его проскальзывание:

– обратимое деформирование

$$\sigma_{r\varphi}|_{r=r_0} \leq \gamma |\sigma_{rr}|_{r=r_0}, \quad [\omega] = 0,$$

– вязкопластическое течение

$$|\sigma_{r\varphi}|_{r=r_0} = -\gamma |\sigma_{rr}|_{r=r_0} - \xi[\omega], \quad [\omega] = \omega^+ - \omega^-.$$

Здесь γ – коэффициент сухого трения, ξ – коэффициент вязкого трения, ω^+ – угловая скорость жесткого цилиндра, ω^- – угловая скорость материала в окрестности внутреннего жесткого цилиндра.

Интегрируя уравнения равновесия (квазистатическое приближение) и используя граничные

условия на внутреннем и внешнем жестких цилиндрах, можно найти распределение напряжений, деформаций и перемещений в момент начала пластического течения. Показано, что вязкопластическое течение во всех рассматриваемых случаях начинается на внутренней поверхности $r = r_0$, и при дальнейшем увеличении угла поворота развивающаяся область вязкопластического течения занимает область $r_0 \leq r \leq r_1(t)$ ($r_1(t)$ – ее движущаяся граница). Рассчитаны параметры напряженно-деформированного состояния как в области течения $r_0 \leq r \leq r_1(t)$, так и в области обратимого деформирования $r_1 \leq r \leq R_0$. Закон движения упругопластической границы $r_1(t)$ следует из решения уравнения, которое вытекает из условий совпадения скоростей, напряжений и деформаций на этой границе.

При уменьшении скорости поворота внутренней жесткой поверхности вязкопластическое течение продолжается в области $r_0 \leq r \leq r_2(t)$, в области $r_2(t) \leq r \leq r_1$ пластические деформации перестают изменяться, в области $r_1 \leq r \leq R$ по-прежнему происходит обратимое деформирование. Показано, что граница $r_2(t)$, отделяющая область продолжающегося вязкопластического течения от области, где накопленные необратимые деформации не изменяются, оказывается поверхностью разрывов скоростей необратимых деформаций. Граница $r_2(t)$ достигает внутренней поверхности $r = r_0$, когда скорость поворота жесткого цилиндра еще не уменьшилась до нуля. Далее в материале происходит разгрузка, при которой напряжение $\sigma_{r\phi}$ уменьшается по абсолютной величине, в момент остановки

$$\sigma_{r\phi}|_{r=r_0} = -k.$$

Для дальнейшей разгрузки жесткий цилиндр необходимо повернуть в обратном направлении.

Аналогичным образом рассматриваются случаи поворота внешнего жесткого цилиндра, когда проскальзывание материала возможно либо в окрестности неподвижного внутреннего цилиндра, либо подвижного внешнего.

Развитие прямолинейного неизотермического вязкопластического течения

Возможность определения параметров напряженно-деформированного состояния в неизотермическом процессе деформирования рассматри-

вается на примере решения задачи о деформировании упруговязкопластического слоя, находящегося между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями при равноускоренном движении внешней поверхности $r = R$ вдоль оси цилиндра и неподвижным внутренним $r = r_0$. Трение в окрестности внутреннего жесткого цилиндра приводит к разогреву материала как в области развивающегося вязкопластического течения, так и в области обратимого деформирования.

Учет температурных эффектов в рамках квазистатического приближения приводит к связанной задаче теплопроводности и деформирования, включая вязкопластическое течение. Для предела текучести зависимость от температуры и скорости деформирования выбрана в наиболее простом виде, позволившем получить замкнутое приближенное аналитическое решение данной задачи. Рассчитаны поля напряжений, деформаций, перемещений, скоростей и температуры в области упругого деформирования и в области вязкопластического течения. Получено уравнение для закона продвижения упругопластической границы.

Список литературы

1. Быковцев Г.И., Чернышов А.Д. О вязкопластическом течении в некруговых цилиндрах при наличии перепада давления // ПМТФ. 1964. №4. С. 94–96.
2. Мясников В.П. Некоторые точные решения для прямолинейных движений вязкопластической среды // ПМТФ. 1961. №2. С. 79–86.
3. Огибалов П.М., Мирзаджанзаде А.Х. Нестационарные движения вязкопластичных сред. М.: Изд-во МГУ, 1970. 415 с.
4. Резунов А. В., Чернышев А.Д. Задача о чистом сдвиге вязкопластического материала между двумя цилиндрическими поверхностями // Механика деформируемого твердого тела: Межвуз. сб. 1975. С. 32–36.
5. Сафрончик А.И. Вращение цилиндра с переменной скоростью в вязкопластичной среде // ПММ. 1959. Т. 23. Вып. 6. С. 998–1014.
6. Буренин А.А., Быковцев Г.И., Ковтанюк Л.В. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях // Докл. РАН. 1996. Т. 347, №2. С. 199–201.
7. Ковтанюк Л.В., Шитиков А.В. О теории больших упругопластических деформаций материалов при учете температурных и реологических эффектов // Вестник ДВО РАН. 2006. №4. С. 87–93.
8. Буренин А.А., Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л. Моделирование больших упруговязкопластических деформаций с учетом теплофизических эффектов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2010. №4. С. 107–120.

**RECTILINEAR AND VISCOSIMETRIC FLOWS OF ELASTOVISCOPLASTIC MATERIALS
AND THE POSSIBILITY OF ACCOUNTING FOR THERMO-PHYSICAL EFFECTS IN THEM**

L.V. Kovtanyuk, G.L. Panchenko, A.S. Ustinova

In the frame of the theory of large elastoplastic strains, rectilinear and viscosimetric flows of elastoviscoplastic materials in a hollow space between two rigid cylinders are investigated. The initial conditions and the origin of the plastic flow, its evolution and stopping are studied. The laws of the propagation of elastoplastic boundaries are obtained; displacement, strain and stress fields are calculated.

Keywords: elasticity, plasticity, viscosity, temperature, large deformations.