Фундаментальные проблемы теоретической и прикладной механики
Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (5), с. 2265–2266

УДК 531.36

О СТАБИЛИЗАЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ СИЛАМИ ИНОЙ СТРУКТУРЫ

А.А. Косов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск

kosov_idstu@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматривается несколько задач стабилизации положения равновесия механической системы с заданными потенциальными силами за счет управляющих сил иной структуры. Для специального класса нелинейных потенциальных систем, линейное приближение которых распадается на блоки с одинаковыми коэффициентами Пуанкаре, получено решение задачи гироскопической стабилизации. Для линейных потенциальных систем с изолированным положением равновесия получены необходимые и достаточные условия стабилизации за счет гироскопических и циркулярных сил. Для нелинейных систем с нестационарным потенциалом, разложение которого в ряд начинается с положительно определенной в среднем формы не ниже четвертой степени, доказана стабилизируемость за счет присоединения произвольных линейных диссипативных сил с полной диссипацией.

Ключевые слова: потенциальные силы, устойчивость, стабилизация, гироскопическая стабилизация.

Гироскопическая стабилизация одного класса нелинейных систем

Рассмотрим управляемую механическую систему, описываемую уравнениями Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot q}-\frac{\partial T}{\partial q}=-\frac{\partial \Pi}{\partial q}+u. \qquad (1)$$

Здесь $q\in R^n$ и $\dot q\in R^n$ – векторы обобщенных координат и скоростей представимы в виде $q^T = (q_1^T,...,q_m^T)$, $q_i\in R^{n_i}$, $i=\overline{1,m}$, $n=n_1+n_2+...+n_m$. Кинетическая энергия предполагается представимой в виде

$$T=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(s_1,...,s_m)\dot q_i^T\dot q_i,$$

где $\varphi_i(s_1,...,s_m)$ – непрерывно дифференцируемые строго положительные функции аргументов $s_i=\dot q_i^T\dot q_i$, $i=\overline{1,m}$. Потенциал $\Pi=\Phi(s_1,...,s_m)$ – непрерывно дифференцируемая функция тех же аргументов, причем $\Phi(0)=0$. Предполагается, что среди чисел $c_i=\partial\Phi(0)/\partial s_i$, $i=\overline{1,m}$, имеются отрицательные, тогда при отсутствии управления $u\equiv 0$ положение равновесия $q=\dot q=0$ будет неустойчиво. Требуется выбрать гироскопические управляющие силы $u=-G\dot q, G=-G^T$ так, чтобы обеспечить устойчивость положению равновесия $q=\dot q=0$.

Теорема 1. *Если всем неположительным коэффициентам Пуанкаре* $c_j=\partial\Phi(0)/\partial s_j\le 0$ *соответствуют четные размерности* n_j *векторов обобщенных координат подсистем* $q_j\in R^{n_j}$, *то задача гироскопической стабилизации нелинейной системы* (1) *разрешима.*

Стабилизация гироскопическими и циркулярными силами

Рассмотрим механическую систему, описываемую уравнениями

$$\ddot q+G\dot q+(C+P)q=0. \qquad (2)$$

Здесь симметричная невырожденная матрица $C=C^T$ потенциальных сил задана, а кососимметричные матрицы $C=-C^T$ и $P=-P^T$ соответственно гироскопических и циркулярных сил требуется выбрать так, чтобы все корни характеристического уравнения были чисто мнимыми и некратными, что обеспечит (не асимптотическую) устойчивость положению равновесия $q=\dot q=0$.

Теорема 2. *При нечетном числе координат и невырожденной матрице потенциальных сил* $C=C^T$ *положение равновесия системы* (2) *можно стабилизировать до устойчивости за счет выбора гироскопических и циркулярных сил тогда и только тогда, когда матрица* C *имеет хотя бы одно положительное собственное число. При четном числе координат и* $\det C\neq 0$ *стабилизация такого рода всегда осуществима.*

Стабилизация систем с положительно определенным в среднем потенциалом диссипативными силами

Рассмотрим управляемую механическую систему, описываемую уравнениями Лагранжа (1), где кинетинетическая энергия $T = \dot{q}^T A(q)\dot{q}/2$ – положительно определенная квадратичная форма обобщенных скоростей; потенциал

$$\Pi = \Pi(t,q) = \sum_{k=m}^{+\infty} \Pi_k(t,q)$$

– аналитическая функция обобщенных координат с коэффициентами, являющимися непрерывными ограниченными функциями времени, имеющими средние значения; $\Pi_k(t,q)$ – однородная форма степени $k \geq m$ по обобщенным координатам. Управляющие силы $u = u(q,\dot{q})$ требуется выбрать так, чтобы обеспечить асимптотическую устойчивость положению равновесия $q = \dot{q} = 0$.

Теорема 3. *Если $m \geq 4$ и среднее значение $\overline{\Pi}_m(q)$ первого слагаемого в разложении потенциала в ряд является положительно определенной формой, то присоединение управляющих линейных диссипативных сил с полной диссипацией $u = -B\dot{q}$, где $B = B^T$ – произвольная симметричная положительно определенная матрица, гарантирует асимптотическую устойчивость положения равновесия $q = \dot{q} = 0$ системы* (1).

ON THE STABILIZATION OF POTENTIAL SYSTEMS USING FORCES OF ANOTHER STRUCTURE

A.A. Kosov

Several problems of stabilization of the equilibrium position of a mechanical system with the set potential forces using controlling forces of another structure are considered. For a special class of nonlinear potential systems, where the linear approximation consists of blocks with identical Poincare factors, the solution of the problem of gyroscopic stabilization is obtained. For linear potential systems with the isolated equilibrium state, necessary and sufficient conditions of stabilization by gyroscopic and circular forces are obtained. For nonlinear systems with the non-stationary potential, where the decomposition into series begins with a positively defined on the average form not lower than the fourth degree, the possibility of stabilization by joining any linear dissipative forces with full dissipation is proved.

Keywords: potential forces, stability, stabilization, gyroscopic stabilization.