

УДК 539.3

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕСТАЦИОНАРНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПРИ ТОРЦЕВЫХ УДАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ НОРМАЛЬНОГО ТИПА

© 2011 г.

Л.Ю. Коссович

Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского

rector@sgu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

В настоящем исследовании асимптотические методы используются для построения математической модели распространения нестационарных волн в оболочках вращения при действии ударных торцевых воздействий нормального типа [1, 2]. Изучение нестационарных волн, инициированных данным видом воздействия, закрывает построение асимптотической теории волн оболочек вращения. Используются коротковолновые и низкочастотные приближения, погранслои в окрестностях фронта волны расширения [3] и условного фронта поверхностных волн Рэлея [4, 5]. Приводятся схемы решения для перерезывающей силы и областей применимости приближенных теорий.

Ключевые слова: асимптотические методы, нестационарные волны, тонкостенные оболочки вращения, ударное торцевое воздействие.

Рассмотрим оболочку вращения (рис. 1), отнесенную к координатам (α, Θ, z) , где α – длина дуги вдоль образующей, Θ – угол в окружном направлении, z – координата внешней нормали средней поверхности.

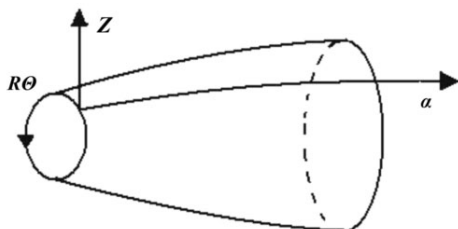


Рис. 1

Пусть к торцу оболочки прикладывается ударная нагрузка, зависящая от времени по закону функции Хевисайда $H(t)$. Если обозначить напряжения и перемещения, как σ_{ij} и v_i ($i, j = 1, 2, 3$), то этому напряжению на торце соответствуют граничные условия:

$$\sigma_{13}^{(1)} = IH(t)f(t), \quad v_1^{(1)} = v_2^{(1)} = 0 \quad \text{при } \alpha = 0, (1)$$

I – амплитуда, t – время.

Будем рассматривать только однородные начальные условия

$$v_i^{(k)} = \partial v_i^{(k)} / \partial t = 0, \quad k = 1, 2, 3 \quad \text{при } t = 0 (2)$$

и предположим, что лицевые поверхности оболочки свободны от нагрузки:

$$\sigma_{13}^{(k)} = \sigma_{23}^{(k)} = \sigma_{33}^{(k)} = 0 \quad (k = 1, 2) \\ \text{при } z = \pm h^{(k)}, (3)$$

где h – полутолщина оболочки.

Предположим также, что упругие волны не достигают противоположного торца оболочки, т.е. оболочка полубесконечная.

Рассмотрим схему расчленения напряженно-деформированного состояния на составляющие с различными показателями изменчивости. Рисунок 2 представляет схему решения для перерезывающей силы N_1 .

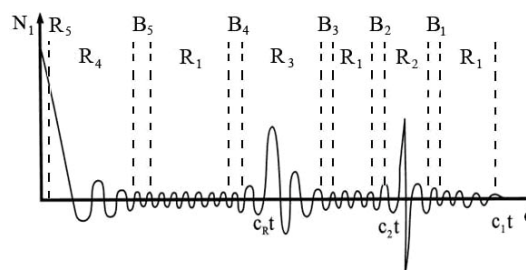


Рис. 2

Рисунок 3 дает схему применимости приближенных теорий. Используются следующие приближенные теории: R_1 – квазиплоская антисимметричная задача теории упругости (коротковолновое приближение), R_2 – погранслои в окрестности фронта волны сдвига, R_3 – погранслои в окрестности условного фронта поверхностных волн Рэлея, R_4 – поперечное длинноволновое при-

ближение (изгибная составляющая по теории Кирхгофа–Лява), R_5 – суперпозиция двумерной изгибной компоненты и квазистатического погранслоя типа Сен-Венана. B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 – области согласования.

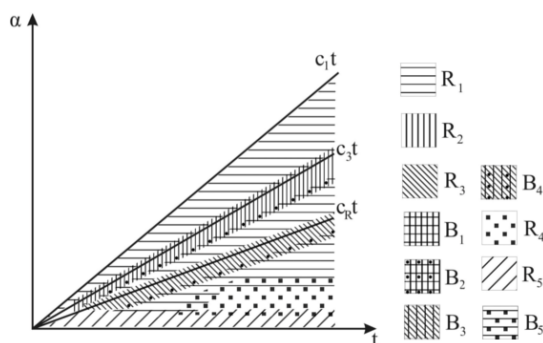


Рис. 3

Анализ схемы решения показывает, что непрерывный скачок на условном фронте поверхностных волн Рэлея рассматривается двумерной теорией типа Тимошенко как разрыв на фронте сдвиговой волны по этой теории. Таким образом,

ошибочность теории типа Тимошенко состоит в неправильном описании фронта сдвиговой волны, которая, в действительности, является квазифронтом, соответствующим условному фронту поверхностной волны Рэлея.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 11-01-00545а).

Список литературы

1. Коссович Л.Ю. Нестационарные задачи теории упругих тонких оболочек. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1986. 176 с.
2. Kaplunov J.D., Kossovich L.Yu., Nolde E.V. Dynamics of Thin Walled Elastic Bodies. L.: Acad. Press, 1998. 226 p.
3. Кириллова И.В. // Изв. РАН. МТТ. 2003. №6. С. 117–125.
4. Каплунов Ю.Д., Коссович Л.Ю. // Докл. РАН. 2003. Т. 395(4). С. 482–484.
5. Kaplunov J.D., Kossovich L.Yu., Zakharov A.S. // An explicit asymptotic model for the Bleustein–Gulyaev wave, C.R. Mecanique. 2004. V. 332. P. 487–492.

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF NON-STATIONARY STRESSED-STRAINED STATE OF THIN-WALLED SHELLS OF REVOLUTION UNDER NORMAL TYPE SHOCK LOADING

L. Yu. Kossovich

The paper deals with the asymptotic methods developed for constructing a mathematic model of non-stationary wave propagation in shells of revolution under edge shock loading of normal type. Short-wave and low-frequency approximations, boundary layers in the vicinity of the dilatation wave front and the front of Rayleigh surface waves are used. The scheme of the scopes of applicability of the approximate theories for transverse shear force is presented.

Keywords: asymptotic methods, non-stationary wave, thin-walled shells of revolution, shock edge loading.