

УДК 536.2, 539.3

АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ СМЕШАННОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ КВАЗИСТАТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ ПОКРЫТИЯ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

© 2011 г.

Л.И. Кренив, Л.Н. Евич, С.Ю. Кулабухов

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

lkrenev@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Предлагается аналитико-численный метод решения смешанной осесимметричной квазистатической задачи теплопроводности для непрерывно-неоднородного по глубине полупространства при заданных на его поверхности источниках тепла. Метод позволяет найти решение задачи для широкого класса законов неоднородности слоя и дает возможность аналитически исследовать различные эффекты, связанные с неоднородностью. Для решения граничной задачи используется аппарат интегральных преобразований Ганкеля. Приводится анализ влияния немонотонно изменяющегося по глубине коэффициента теплопроводности в приповерхностном слое на распределение температурного поля и теплового потока.

Ключевые слова: теплопроводность, неоднородность, интегральные преобразования.

Исследование распределения температурного поля в массивных телах с покрытиями при воздействии с поверхности непрерывного теплового потока является одной из актуальных задач науки и техники. Такие проблемы возникают при лазерном облучении непрозрачных тел, при работе солнечных печей и т.п.

Рассматривается решение осесимметричной задачи квазистатической теплопроводности [1] для функционально-градиентного полупространства, коэффициент теплопроводности которого непрерывно изменяется в приповерхностном слое. Предполагается, что область внутри круга заданного радиуса нагревается постоянным по времени тепловым потоком или поддерживается постоянной температурой. Вне круга поверхность идеально теплоизолирована.

Для однородного полупространства общее решение задачи о нагреве полуограниченного тела круговым потоком тепла получено в [2].

В настоящем исследовании предлагается аналитико-численный метод решения граничной квазистатической температурной задачи для непрерывно-неоднородного покрытия сложной структуры однородного по глубине полупространства при заданных на его поверхности источниках тепла. Метод позволяет найти решение задачи для достаточно широкого класса законов неоднородности покрытия и дает возможность аналитически исследовать различные эффекты, связанные с неоднородностью температурных свойств покрытия. Приводится анализ влияния немонотонно

изменяющегося по глубине покрытий коэффициента теплопроводности в приповерхностном слое на распределение температурного поля и теплового потока. Решение рассматриваемых температурных задач основано на методах решения парных интегральных уравнений [3, 4]. В соответствии с ними численно построенная трансформанта ядра интегрального уравнения, к которому сводится модельная задача, аппроксимируется аналитическим выражением специального вида. При использовании этого представления полученное замкнутое аналитическое решение приближенного интегрального уравнения задачи. Доказывается, что полученное приближенное аналитическое решение является двусторонне асимптотически точным решением задачи, как для малых, так и для больших значений характерного геометрического параметра задачи.

Для всех построенных приближенных аналитических решений проведен анализ их погрешности, исследованы асимптотические свойства решений. Расчеты проведены не только в зоне смены граничных условий (на границах), но и внутри материала. Проведен численный анализ решения осесимметричной граничной задачи квазистатической теплопроводности для функционально-градиентного покрытия при заданном на его поверхности тепловом потоке и постоянной температуре, построены графики распределений установившегося температурного поля и распределения поля установившегося теплового потока в приповерхностной зоне.

Анализ графиков показывает, что неоднородность коэффициента теплопроводности мало влияет на вид поверхностей, описывающих изменение температуры в покрытии.

Для того чтобы сопоставить численные значения температуры для различных покрытий, проанализированы графики изменения значения температуры по глубине для характерных законов неоднородности и однородного полупространства. При изменении коэффициента теплопроводности в 2 раза по сравнению с однородным полупространством температура на поверхности изменяется примерно в 1.5 раза. В случае с тепловым потоком вид закона изменения коэффициента теплопроводности в покрытии существенно влияет на вид поверхностей, описывающих изменение значений теплового потока в приповерхностном слое. В случае немонотонного изменения коэффициента неоднородности максимальное

абсолютное значение теплового потока достигается внутри слоя, а не на поверхности, как в других случаях.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантами РФФИ (№11-08-91168-ГФЕН_а), АВЦП 2.1.2/10063, ГК №11.519.11.3015, 11.519.11.3028.

Список литературы

1. Коваленко А.Д. Введение в термоупругость. Киев: Наук. думка, 1965. 204 с.
2. Карлсоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
3. Aizikovich S.M. et al. Analytical solution of the spherical indentation problem for a half-space with gradients with the depth elastic properties // Int. J. of Solids and Structures. 2002. V. 39, No 10. P. 2745–2772.
4. Айзикович С.М. и др. Контактные задачи теории упругости для неоднородных сред. М.: Физматлит, 2006. 240 с.

ANALYTICAL SOLUTIONS OF THE MIXED AXISYMMETRIC QUASISTATIC PROBLEM OF HEAT CONDUCTIVITY FOR A COATING OF COMPLICATED STRUCTURE

L.I. Krenev, L.N. Evich, S.Yu. Kulabuhov

We suggest the analytical numerical method of the solution of the mixed axisymmetric quasistatic problem of heat conductivity for continuously inhomogeneous in depth half-space in case of heat sources preset on its surface. The method allows finding the solution of a problem for a wide class of layer's inhomogeneity laws and gives the opportunity for analytical investigation of the various effects connected with inhomogeneity. The Hankel's device of integral transformations is used for the solution of a boundary problem. We perform the influence analysis of nonmonotonously changing in depth factor of heat conductivity in subsurface layer on a distribution of a temperature field and a thermal stream.

Keywords: heat conductivity, inhomogeneity, integral transformations.