УДК 517.977

ОПТИМАЛЬНОЕ ГАШЕНИЕ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ ОБЪЕКТОВ

Л.Н. Кривдина

Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет

lkrivdina@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Решается задача синтеза субоптимальных линейных законов управления дискретными объектами с неизмеряемым состоянием, обеспечивающих гашение ограниченных возмущений. В основе построения соответствующих регуляторов лежит метод инвариантных эллипсоидов и аппарат линейных матричных неравенств.

Ключевые слова: дискретный объект, регулятор, ограниченные возмущения, линейные матричные неравенства.

Введение

Рассматривается задача синтеза линейных законов управления для линейных дискретных динамических объектов с неизмеряемым состоянием. Предполагается, что на объект действует неизмеряемое и ограниченное по норме возмущение. Требуется синтезировать оптимальный закон управления из класса линейных дискретных динамических регуляторов по выходу, обеспечивающий гашение действующих на объект ограниченных возмущений. С практической точки зрения поставленная задача имеет большое значение, так как часто в задачах присутствуют или должны быть учтены ограничения на внешние возмущения.

Цель настоящего исследования – сформулировать условия существования регулятора по выходу, такого, что при любых ограниченных возмущениях все траектории замкнутой системы с начальным состоянием из некоторого «минимального» эллипсоида остаются в этом эллипсоиде.

Построение таких законов управления осуществляется с помощью метода инвариантных эллипсоидов, в основе которого лежит метод функций Ляпунова, и с помощью аппарата линейных матричных неравенств [1, 2].

Авторами [3] была рассмотрена задача синтеза линейных законов управления для непрерывных и дискретных объектов в случае измеряемого состояния объекта. Для случая неизмеряемого состояния непрерывного объекта соответствующая задача решена в [4].

Постановка задачи

Пусть дан управляемый линейный стационарный дискретный объект

$$x_{t+1} = A x_t + B_1 v_t + B_2 u_t, \quad z_t = C_1 x_t, \quad y_t = C_2 x_t + D_{21} v_t, \tag{1}$$

где $x_t \in \Re^{n_x}$ – состояние объекта, $v_t \in \Re^{n_v}$ – возмущение, $u_t \in \Re^{n_u}$ – управление, $z_t \in \Re^{n_z}$ – управляемый выход, x_0 – начальное состояние объекта, $y_t \in \Re^{n_y}$ – измеряемый выход, $A \in \Re^{n_x \times n_x}$, $B_1 \in \Re^{n_x \times n_v}$, $B_2 \in \Re^{n_x \times n_u}$, $C_1 \in \Re^{n_z \times n_x}$, $C_2 \in \Re^{n_y \times n_x}$ и $D_{21} \in \Re^{n_y \times n_v}$ – заданные матрицы, при этом предполагается, что C_1 – матрица полного строчного ранга. Возмущение v_t будем называть допустимым, если для всех $t = 0, 1, 2, \ldots$ оно удовлетворяет ограничению $v_t^T R v_t \le 1$, где $R = R^T > 0$ – заданная матрица. Задача синтеза субоптимального управления по выходу дискретным объектом (1) для гашения ограниченных возмущений состоит в том, чтобы построить закон управления из класса линейных дискретных динамических регуляторов по выходу вида

$$x_{t+1}^{(r)} = A_r x_t^{(r)} + B_r y_t, \quad x_0^{(r)} = 0, \quad u_t = C_r x_t^{(r)} + D_r y_t, \tag{2}$$

такой, что при любых допустимых возмущениях для всех $t = 0, 1, 2, \ldots$ выполняется целевое условие $|z_t| \le \gamma$ при минимально возможном значении $\gamma > 0$, где $x_0^{(r)}$ – начальное состояние регулятора, $|\bullet|$ – евклидова норма вектора.

Основной результат

Решение задачи синтеза субоптимального управления по выходу дискретным объектом для гашения ограниченных возмущений приведено в следующей теореме.

Теорема. *Пусть* $\bar{\gamma}^2$ *– минимальное значение* γ^2 *, при котором линейные матричные неравенства*

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} A^T X_{11} A - \tau X_{11} & A^T X_{11} B_1 \\ B_1^T X_{11} A & B_1^T X_{11} B_1 - \mu R \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} < 0,$$

$$\begin{pmatrix} W_{B_2^T}^T \left(\frac{1}{\tau} A Y_{11} A^T - Y_{11} \right) W_{B_2^T} & W_{B_2^T}^T B_1 \\ B_1^T W_{B_2^T} & -\mu R \end{pmatrix} < 0, \qquad (3)$$

$$\begin{pmatrix} X_{11} & I \\ I & Y_{11} \end{pmatrix} \geq 0, \quad \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{11} C_1^T \\ C_1 Y_{11} & \gamma^2 I \end{pmatrix} > 0,$$

$$\mu > 0, \quad x_0^T X_{11} x_0 \leq 1,$$

где $C_2 W_1 + D_{21} W_2 = 0,$ *разрешимы при некотором* $\tau > 0$ *относительно* $(n_x \times n_x)$ *-матриц* $X_{11} = X_{11}^T > 0,\ Y_{11} = Y_{11}^T > 0$ *и скаляра* μ. *Тогда при любых допустимых возмущениях для управляемого объекта* (1) *с начальным состоянием* x_0 *существует субоптимальный закон управления по выходу вида* (2).

Из теоремы следует, что если для заданного начального состояния x_0 найдены матрицы X_{11}, Y_{11} и скаляр μ, удовлетворяющие неравенствам (3), и построен соответствующий регулятор, то для всех начальных значений x_0 из эллипсоида с матрицей X_{11} этот же регулятор обеспечивает гашение любых допустимых возмущений и выполнение целевого условия при $\gamma = \bar{\gamma}$.

Список литературы

1. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007.

2. Boyd S. et al. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Philadelphia: SIAM, 1994.

3. Nazin S.A., Polyak B.T., Topunov M.V. // Automation and Remote Control. 2007. V. 68, No 3. P. 467–486.

4. Баландин Д.В., Коган М.М. // Автоматика и телемеханика. 2011 (в печати).

OPTIMAL ATTENUATION OF BOUNDED DISTURBANCES FOR DISCRETE-TIME SYSTEMSAINS

L.N. Krivdina

Synthesis of suboptimal linear control strategies for discrete-time systems with unknown state providing attenuation of bounded disturbances is carried out on the basis of the invariant ellipsoids method and linear matrix inequalities.

Keywords: discrete-time object, regulator, bounded disturbances, linear matrix inequalities.