

УДК 519.6

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

© 2011 г.

В.И. Кувыкин^{1,3}, *Е.В. Кувыкина*², *М.Ю. Петухов*³

¹Нижегородский филиал Института машиноведения им. А.А. Благонравова РАН

²Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

³ООО «ЛУКОЙЛ-Нижегороднефтеоргсинтез», Кстово

Vyacheslav.Kuvykin@lukoil.com

Поступила в редакцию 24.08.2011

Вводится понятие «грубых» систем для задач линейного и нелинейного программирования. Показано, что существуют ключевые значения параметров системы, оптимальное решение при которых не может быть реализовано физически и математическая модель нуждается в корректировке. Рассмотрены приложения результатов к задачам высокоскоростного транспорта и оптимального управления установками нефтепереработки.

Ключевые слова: оптимальное управление, математическое моделирование, нелинейное программирование, грубые системы, высокоскоростной транспорт, нефтепереработка.

Математические модели и нелинейное программирование

Задачи нелинейного программирования находят в настоящее время широкое применение и характеризуются большой размерностью и специальными вычислительными методами решения. Важным элементом практического использования математических моделей является параметрический анализ задачи [1]. Для анализа параметрической зависимости коэффициентов при переменных в матрице ограничений еще не существует общих методов [2].

При математическом моделировании никогда нельзя учесть всех факторов, влияющих на поведение системы. Более того, ни один из параметров модели не может оставаться неизменным в реальных процессах. В задачах линейного и нелинейного программирования коэффициенты при переменных считаются постоянными. Если модель хорошо отображает действительность, то при малых изменениях параметров у нее, в общем случае, должны сохраняться те черты, которые характеризуют поведение рассматриваемой системы. Такие системы в качественной теории дифференциальных уравнений получили название «грубых» [3]. Как известно из теории катастроф, в задачах линейного программирования нет непрерывной зависимости решения от параметров системы, решение при определенных значениях параметров меняется скачкообразно [4]. Тем не менее, изменение решения может быть настоль-

ко велико, что оно не имеет физического смысла.

Исследована задача нелинейного программирования и проведен параметрический анализ решения. В качестве приложения рассмотрим модели нефтепереработки и высокоскоростного транспорта, в которых моделирование позволяет получать существенную дополнительную прибыль или, наоборот, иметь упущенную выгоду в миллионы долларов.

Развитие высокоскоростного транспорта в настоящее время становится важной проблемой. Резкий рост протяженности высокоскоростных магистралей в мире происходит с 2000 г. [5]. Сети железной дороги требуют больших государственных капитальных вложений, поэтому актуальна задача построения корректных моделей расчета и методов их анализа для определения конкурентоспособности относительно существующего господства самолетов и автомобилей.

В нефтяной отрасли задачи нелинейного программирования широко используются при оптимальном планировании производства, распределении нефти по заводам.

Ключевые значения параметров

Показано, что существуют такие значения параметров в системе, незначительная вариация которых приводит к разрыву первого рода целевой функции [6]. Значения параметров, в которых максимум целевой функции изменяется скачкообразно, будем называть ключевыми значениями

параметров системы. Модель приобретает свойство негрубости и требуется дополнительный анализ корректности моделирования.

Приведен анализ задачи на моделях, описывающих экономику высокоскоростного транспорта и загрузок установок в задаче оптимального планирования.

Показано что, математическая модель, резко меняющая свое поведение при малом изменении входящих в нее параметров, которые физически никогда не могут измеряться точно, требует дополнительной информации либо построения динамических моделей.

Алгоритм численного поиска ключевых значений

Поиск особых значений параметров в моделях, представленных несколькими тысячами уравнений, на первый взгляд, представляется затруднительным. Задача осложняется тем, что вычислительные программы осуществляют численный поиск решения лишь в конкретных точках. Однако негрубая модель меняет свое поведение не только в точке, но и в некоторой окрестности, что позволяет провести диагностику модели численно, проводя пошаговые расчеты в окрестности ограничений. Показано существование ключевых значений параметров и кардинальных изменений оптимального ассортимента в модели с несколькими тысячами переменных.

Заключение

Исследованы основные закономерности поведения оптимального решения задачи в зависимости от параметров модели. Показано, что существуют ключевые значения параметров, в которых целевая функция имеет разрывы первого рода. В этом случае требуется провести анализ адекватности математической модели. Приведены алгоритмы поиска ключевых параметров в системах большой размерности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №09-08-00188-а.

Список литературы

1. Таха Х. Введение в исследование операций. М.: ИД «Вильямс», 2001. 912 с.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1980. 975 с.
3. Андронов А.А., Витт А. А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. 916 с.
4. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990. 128 с.
5. Высокоскоростной железнодорожный транспорт. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.infuture.ru/article/392>
6. Кувькина Е.В., Кувькин В.И., Петухов М.Ю. Параметрический анализ математических моделей в задачах линейного программирования // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2010. №3. С. 168–172.

THE ANALYSIS OF OPTIMAL SOLUTIONS IN NON LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS

V.I. Kuvykin, E.V. Kuvykina, M.Yu. Petukhov

The term of «rough» systems for linear and nonlinear programming is introduced. The optimal solution can not exist in some key values of the system parameters and the mathematical model has been corrected. The application of the theory for high-speed transport and optimal refinery planning are shown.

Keywords: optimal control, mathematical modeling, nonlinear programming, rough systems, high-speed transport, refinery.