Фундаментальные проблемы теоретической и прикладной механики
Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (5), с. 2328–2329

УДК 539.3

МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Е.В. Макеев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

makeev@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматривается многокритериальная контактная задача оптимизации формы движущегося штампа при интегральном ограничении на суммарную силу контактного давления. Движение штампа исследуется в квазистатической постановке с учетом возникающих сил трения и износа материала. Все исследования ведутся в рамках постановок задач оптимизации с векторными функционалами и основываются на концепции оптимальности по Парето. В качестве многокритериальной задачи минимизируются: мощность диссипации энергии, обусловленная трением, скорость износа материала, мощность диссипации энергии, обусловленная износом, и рассогласование между желаемым и действительным распределениями давления. Построено семейство Парето-оптимальных решений для различных значений весовых коэффициентов.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, штамп, мощность диссипации энергии, трение, износ, Парето-ортимальные решения.

Рассматривается квазистатическое с малой скоростью V движение жесткого штампа по поверхности полупространства $z \geq 0$, занимаемого упругой средой, с учетом трения и износа материала. Область контакта штампа с упругой средой обозначается через Ω_f, а коэффициенты трения и износа материала – через μ и K_W. При этом скорость износа материала $\dot{W}$ задается в виде

$$\dot{W} = K_W p^n V^m,$$

где $p = p(x, y)$ – нормальное давление в области контакта, n и m – заданные параметры. Обозначая далее через $p_g(x, y)$ заданное желаемое распределение давления, приведем рассматриваемые в работе оптимизируемые функционалы. В дальнейшем рассмотрению подлежат минимизации:
– мощность диссипации энергии, обусловленная трением

$$J_F = \int_{\Omega_f} \mu p V d\Omega_f, \tag{1}$$

– скорость износа материала

$$J_W = \int_{\Omega_f} \dot{W} d\Omega_f, \tag{2}$$

– мощность диссипации энергии, обусловленная износом

$$J_D = \int_{\Omega_f} p\dot{W} d\Omega_f = \int_{\Omega_f} K_W p^{n+1} V^m d\Omega_f, \tag{3}$$

– рассогласование между желаемым распределением давления $p_g(x, y)$ и действительным распределением давления $p(x, y)$

$$J_g = \int_{\Omega_f} (p - p_g)^2 d\Omega_f. \tag{4}$$

В качестве функционала, зависящего от области контакта, примем суммарную силу давления P и определим допустимые распределения давлений как

$$p \in \Lambda_p = \{p(x, y) \geq 0, \int_{\Omega_f} p(x, y) d\Omega_f = P_*\}, \tag{5}$$

где $P^* > 0$ – заданная величина.

Рассматривается задача векторной (многокритериальной) оптимизации [1–3]:

$$J = \{J_F, J_W, J_D, J_g\}^T \to \min_f \tag{6}$$

и находится решение $f^*(x, y)$

$$f^* = \arg\min_f J(f), \tag{7}$$

оптимальное в смысле Парето.

Поскольку рассматриваемые функционалы непосредственно зависят от распределения контактного давления и опосредованно от формы штампа, то для определения оптимальных в смысле Парето форм штампа можно воспользоваться декомпозицией сформулированной задачи (5), (6) на две задачи [4].

Первая задача заключается в отыскании оптимальных по Парето распределений контактных давлений $p^* = p^*(x, y)$ из условия

$$J = \{J_F, J_W, J_D, J_g\}^T \to \min_{p \in \Lambda_p}. \tag{8}$$

Вторая задача состоит в отыскании оптимальных форм штампа $f^*(x, y)$, соответствующих найденным оптимальным распределениям давлений $p^* = p^*(x, y)$. С этой целью решается классическая задача теории потенциала о нахождении упругих нормальных смещений $w(x, y)$ в полупространстве $z \geq 0$, обусловленных приложением найденных распределений контактного давления.

Решение задачи минимизации векторного функционала (8) на множестве (6) распределений контактного давления выполняется на основе отыскания минимума скалярного весового функционала

$$\begin{gathered} J_C = C_F J_F(p) + C_W J_W(p) + \\ + C_D J_D(p) + C_g J_g(p) \to \min_{p \in \Lambda_p}, \\ C_F \geq 0, \quad C_W \geq 0, \quad C_D \geq 0, \\ C_g \geq 0, \quad C_F + C_W + C_D + C_g = 1, \end{gathered} \tag{9}$$

и позволяет определить Парето-оптимальные распределения контактного давления, т.е. функцию $p^* = p^*(x, y)$, зависящую от величин весовых коэффициентов C_F, C_W, C_D, C_g.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №11-08-00030а), в рамках Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН №13 и Программы поддержки ведущих научных школ (грант №169.2008.1).

Список литературы

1. Баничук Н.В. Введение в оптимизацию конструкций. М.: Наука, 1986. 303 с.
2. Бенсусан А., Лионс Ж.-Л., Темам Р. Методы декомпозиции, децентрализации, координации и их приложения. В сб.: Методы вычислительной математики. Новосибирск: Наука, 1975. С. 144–273.
3. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2002. 478 с.
4. Баничук Н.В. Оптимизация контактного давления в задаче о взаимодействии штампа и упругой среды // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74, вып. 3. С. 469–477.

MULTI-CRITERIA APPROACH TO THE PROBLEM OF OPTIMIZATION OF CONTACT INTERACTION

E.V. Makeev

The multi-criteria problem of shape optimization of a moving punch under integral constraint on the total force of contact pressure is considered. The punch motion is investigated in a quasistatic formulation taking into account the friction forces and wear of the material. All investigations are in the frame of optimization problem formulations with vector functionals and based on the concept of Pareto optimization. As a multi-criteria problem, the following quantities are minimized: the friction dissipation power, the wear rate of material, the wear dissipation power and the discrepancy between the given pressure distribution and the actual realization. A family of Pareto-optimal solutions is constructed for various values of weighting coefficients.

Keywords: multi-criteria optimization, a punch, capacity of energy dissipation, friction, wear, Pareto-optimal solutions.