Фундаментальные проблемы теоретической и прикладной механики
Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (5), с. 2330–2332

УДК 539.3

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ СЛОИСТОГО МИКРОАКСЕЛЕРОМЕТРА

П.В. Максимов, Н.А. Шевелев

Пермский государственный технический университет

petr_maksimov@inbox.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Для связанной электротермомеханической задачи о деформировании слоистого чувствительного элемента микроакселерометра предложена математическая постановка и получено численное решение при помощи метода конечных элементов. Определено влияние электростатических сил и температурных деформаций на параметры и выходной сигнал датчика.

Ключевые слова: микромеханика, связанные задачи, теория упругости, электростатика, температурные задачи, многослойность.

Рассматривается выполненный по МЭМС-технологии микромеханический акселерометр (ММА), представляющий собой слоистую конструкцию с различными физико-механическими свойствами слоев, предназначенный для определения проекции вектора ускорения на ось чувствительности датчика *Oz* (рис. 1). В датчике используется емкостной способ определения положения чувствительного элемента.

из двух частей, связанных через граничные условия. В первой части проводится описание упругого деформирования перемычки и чувствительного элемента датчика, занимающих в пространстве область V. Во второй части постановки описываются электростатические взаимодействия в области V_0, соответствующей зазору между подвижной обкладкой конденсатора на чувствительном элементе и подложкой на основании датчика.

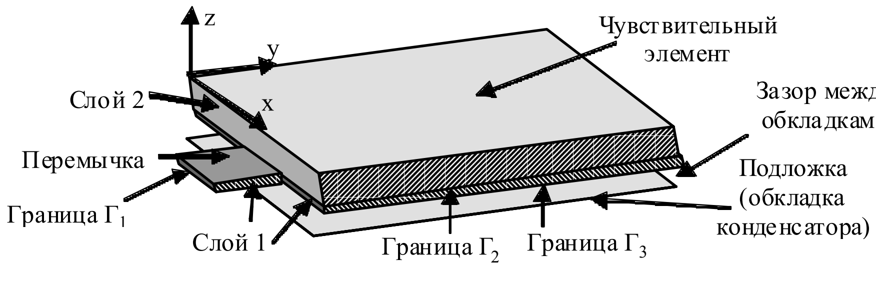

Рис. 1

Цель работы – исследование влияния температурного поля и возникающих на обкладках конденсатора сил кулоновского взаимодействия на конечное положение чувствительного элемента датчика при измерении действующего на этот элемент ускорения. Проводится исследование влияния различных коэффициентов температурного расширения в слоях на статические перемещения чувствительного элемента, величину емкости конденсатора и, как следствие, на характер снимаемого с датчика сигнала. Решаются связанные задачи механики твердого деформируемого тела и электростатики.

Математическая постановка задачи состоит

Положение любой точки из областей V и V_0 задается в показанной на рис. 1 декартовой системе координат радиусом-вектором $\mathbf{r}(x, y, z)$.

Задача решается в рамках теории малых деформаций. Чувствительный элемент датчика и упругая перемычка рассматриваются как трехмерные тела:

$$\sigma_{ij,j} + \rho F_i = 0, \quad \mathbf{r} \in V.$$

На чувствительный элемент датчика во время его работы не действуют никакие объемные силы, за исключением силы инерции, вызванной приложенным измеряемым ускорением a_z, направленным вдоль оси чувствительности прибора Oz. Поэтому

$$F_x = F_y = 0, \quad F_z = a_z.$$

Геометрические соотношения:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \mathbf{r} \in V.$$

Физические соотношения:

$$\sigma_{ij} = \lambda\, \tilde{\varepsilon}_{mm}\, \delta_{ij} + 2\mu\, \tilde{\varepsilon}_{ij}, \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} - \alpha_k \delta_{ij} \Delta T,$$
$$k = 1, 2,$$

где α_k – линейный коэффициент температурного расширения в k-м слое; λ, μ – постоянные Ламе.

Пусть $U^{(1)} = U^{(1)}\{u_1^{(1)}, u_2^{(1)}, u_3^{(1)}\}$ – вектор перемещений в слое 1, а $U^{(2)}{=}U^{(2)}\{u_1^{(2)}, u_2^{(2)}, u_3^{(2)}\}$ – вектор перемещений в слое 2. Тогда граничные условия в области примыкания упругой перемычки к неподвижной части прибора (граница Γ_1) запишутся в виде:

$$u_i^{(1)}(\mathbf{r}) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_1, \ i = 1, 2, 3.$$

В области стыковки слоев с различными коэффициентами температурного расширения (граница Γ_2) обеспечивается стыковка по перемещениям:

$$u_i^{(1)}(\mathbf{r}) = u_i^{(2)}(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in \Gamma_2, \ i = 1, 2, 3.$$

На границе Γ_3, связанной с недеформированной поверхностью чувствительного элемента, действует распределенная поверхностная нагрузка $f(\mathbf{r})$, вызванная влиянием сил электростатического взаимодействия:

$$\sigma_z = f(\mathbf{r}), \quad \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0, \ \mathbf{r} \in \Gamma_3. \qquad (1)$$

Математическая постановка электростатической задачи, описывающая взаимодействия электрических зарядов на границах чувствительного элемента датчика и подложки, записывается в следующем виде:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = q, \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{E} = -\operatorname{grad} \varphi, \quad \mathbf{r} \in V_0,$$

где $\mathbf{D}$ – вектор электрического смещения, q – плотность электрического заряда, $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электрического поля, ε – диэлектрическая проницаемость среды, φ – потенциал электростатического поля.

Между подвижной обкладкой конденсатора и противоположной обкладкой на основании прибора (границы Γ_3 и Γ_4) создается разность потенциалов:

$$\varphi\big|_{\Gamma_3} = \varphi_0, \quad \varphi\big|_{\Gamma_4} = -\varphi_0,$$

где $2\varphi_0$ – разность потенциалов между обкладками.

Требуется проведение совместного решения задачи теории упругости и электростатической задачи. На подвижной обкладке конденсатора (чувствительном элементе ММА) возникает распределенная электростатическая сила, действующая всегда по нормали к поверхности:

$$f(\mathbf{r}) = q\mathbf{E} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{r} \in \Gamma_3',$$

где $\mathbf{n}$ – внешний единичный вектор-нормаль к поверхности подвижной обкладки, Γ_3' – граница, связанная с поверхностью чувствительного элемента в деформированном состоянии, совпадающая с границей Γ_3 в недеформированном состоянии.

Обратим внимание на то, что термоупругая задача решается в рамках теории малых деформаций, где все нагрузки относятся к недеформированному состоянию конструкции. При решении же электростатической задачи учет подвижной границы необходим исходя из смысла поставленной задачи, в связи с чем в рассмотрение вводится дополнительная деформированная поверхность Γ_3', на которой в процессе проведения электростатического анализа вычисляется распределенная по поверхности сила кулоновского взаимодействия, передающаяся в дальнейшем в термоупругую задачу о деформировании чувствительного элемента в виде силовых граничных условий (1). В свою очередь, в электростатическую задачу из упругой передаются перемещения границы $u_i^{(1)}(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} \in \Gamma_3$, $i = 1, 2, 3$, изменяющие область расчета электростатической задачи V_0.

В качестве метода решения связанной задачи выбран метод конечных элементов, реализованный в прикладном программном пакете ANSYS. Организован итерационный процесс расчета, в рамках которого происходит циклическое попеременное решение упругой и электростатической задач с передачей результатов одной из них в качестве соответствующих силовых или кинематических граничных условий в другую.

Проведена серия вычислительных экспериментов и получены следующие результаты. Определена степень влияния собственных температурных деформаций чувствительного элемента ММА на параметры и характеристики датчика. Построены зависимости относительных погрешностей, возникающих под воздействием температурного поля, при измерении емкости конденсатора. Погрешности, вызванные влиянием электростатических сил, а также погрешности, возникающие вследствие температурных деформаций чувствительного элемента, составляют величины порядка нескольких процентов от истинной величины сигнала.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 09-08-99121-р_офи).

ANALYSIS OF THE EFFECT OF THE TEMPERATURE FIELD ON THE DEFORMATION OF A LAYERED MICRO-ACCELEROMETER

P.V. Maksimov, N.A. Shevelev

The coupled electro-thermo-mechanical problem of deformation of a layered sensitive element of a micro-accelerometer is mathematically formulated and numerically analyzed using the finite element method. The effect of electrostatic forces and temperature deformations on the parameters and a target signal of the gage are evaluated.

Keywords: MEMS-system, coupled problem, theory of elasticity, steady-state electricity, temperature problem, layered plate.