Фундаментальные проблемы теоретической и прикладной механики
Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (5), с. 2338–2340

УДК 519.633.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛЕСНЫХ ПОЖАРОВ В ТРЕХМЕРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ С УЧЕТОМ РЕЛЬЕФА

Д.А. Масленников, Л.Ю. Катаева

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

dmitrymaslennikov@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассмотрена модель лесных пожаров в криволинейной трехмерной системе координат с учетом рельефа. Построен и распараллелен алгоритм для решения задач подобного класса, не требующий ручной дискретизации уравнений.

Ключевые слова: лесной пожар, параллельные вычисления, численные методы, итерационно-интерполяционный метод.

Описание модели

Большую часть территории Нижегородской области занимают леса (около 4 млн. га или 53% от площади области). Нижегородская область – одна из наиболее пострадавших от лесных пожаров 2010 года. Для того чтобы эффективно тушить пожары, необходимо прогнозировать их поведение.

Расчет распространения пожара должен занимать в несколько раз меньше времени, чем период, на который прогнозируется распространение пожара. Поэтому для моделирования используются приблизительные модели, являющиеся компромиссом между точностью и скоростью вычислений. При прогнозировании возможных пожаров время вычислений также важно, потому что требуется проводить их для множества возможных вариантов. Более точные модели, тем не менее, также имеют большое значение. С их помощью можно оценивать погрешность, которая вносится допущениями, которые используются в более простых моделях.

Была рассмотрена трехмерная модель распространения лесного пожара с учетом рельефа. Учет рельефа производился за счет преобразования к криволинейным координатам по формулам: $x = x'$, $y = y'$, $z = z' + h(x, y)$, где $h(x, y)$ – уровень поверхности в данной точке относительно нулевого уровня. Таким образом, поверхность земли становится плоскостью в новых координатах, что упрощает геометрию расчетной области.

Начальное поле скоростей получено на основе решения стационарной гидродинамической задачи. Лес рассматривался как многоярусная неоднородная среда.

Решаемая система уравнений [1] включает в себя уравнения неразрывности газовой фазы, сохранения количества движения для проекций скоростей, законы сохранения энергии твердой и газовой фаз, сохранения концентраций компонентов газовой фазы, законы, определяющие скорости химико-физических процессов.

В модели рассматривается полубесконечная область, ограниченная поверхностью земли. Эта область делится на слой растительных горючих материалов и пограничный слой. В пограничном слое не учитываются твердая фаза, химико-физические процессы, с ней связанные, а также сопротивление движению газовой смеси. Таким образом, эти слои можно моделировать общей системой уравнений.

Алгоритмы и численные схемы решения

Ввиду большого количества уравнений, описывающих процесс, была реализована схема решения обобщенного уравнения [2], к которому можно свести все уравнения системы. Обобщенное уравнение включает в себя теплопроводность, конвекцию и источниковый член.

Реализованный алгоритм состоит из нескольких блоков: Model, Solver3DWrapper, Solver3D, Solver1D, BorderCondition, TDMA. Model определяет способ дискретизации по времени, организуя итерации, если они предусмотрены алгоритмом. Он вычисляет коэффициенты уравнений решаемой системы для сведения их к обобщенному виду, делегируя решение этого уравнения блоку Solver3DWrapper. Solver3DWrapper преобразует уравнение, записанное в декартовых координатах, в криволинейные координаты с соответствующим пересчетом коэффициентов; смешанные производные, появившиеся в результате преобразования, дискретизируются, и результат дискретизации прибавляется к источниковому члену. Решение уравнения после такого преобразования делегируется блоку Solver3D. Solver3D преобразует многомерное уравнение в множество одномерных дифференциально-разностных уравнений (1)–(3) [3, 4], затем они решаются с помощью Solver1D:

$$w\frac{Q^{n+1/3}-Q^{n}}{\Delta t}=H^{n}\left(\frac{\partial(Q^{n+1/3}u_{x}^{n})}{\partial x}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}\left(k^{n}\frac{\partial Q^{n+1/3}}{\partial x}\right)+\frac{1}{3}\left((S_{c})^{n}+(S_{p})^{n}Q^{n+1/3}\right),\ (1)$$

$$w\frac{Q^{n+2/3}-Q^{n+1/3}}{\Delta t}=H^{n}\left(\frac{\partial(Q^{n+2/3}u_{y}^{n})}{\partial y}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(k^{n}\frac{\partial Q^{n+2/3}}{\partial y}\right)+\frac{1}{3}\left((S_{c})^{n}+(S_{p})^{n}Q^{n+2/3}\right),\ (2)$$

$$w\frac{Q^{n+1}-Q^{n+2/3}}{\Delta t}=H^{n}\left(\frac{\partial(Q^{n+1}u_{z}^{n})}{\partial z}\right)+$$

$$+\frac{\partial}{\partial z}\left(k^{n}\frac{\partial Q^{n+1}}{\partial z}\right)+\frac{1}{3}\left((S_{c})^{n}+(S_{p})^{n}Q^{n+1}\right).\ (3)$$

Решение одномерной задачи основано на дискретизации производных при помощи неявной схемы итерационно-интерполяционного метода [5] и сведении дифференциального уравнения к трехдиагональной линейной системе алгебраических уравнений, которая решается известным алгоритмом прогонки, реализуемым блоком TDMA. Также Solver1D делегирует дискретизацию граничных условий блоку BorderCondition.

Итерационно-интерполяционный метод сводит систему дифференциальных уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, оставляя возможность выбора способа дискретизации [5]. Поэтому были протестированы явная и неявная схемы. Тесты показали, что неявная схема не требует соблюдения критерия Куранта для диффузионного члена, хотя слишком большие шаги могут приводить к погрешности, сопоставимой с решением. При этом условие Куранта для конвективного члена должно соблюдаться независимо от того, явная схема или нет.

Распараллеливание данного алгоритма было осуществлено на многоядерном компьютере [6]. Распараллеливание в Solver3D было основано на распределении независимых одномерных задач по ядрам. Также была распараллелена сборка массивов коэффициентов в Model и Solver3DWrapper.

В результате был построен алгоритм, позволяющий решать задачи повышенной сложности без ручной дискретизации уравнений. Достоинством этого подхода является возможность быстрого изменения численной схемы путем модификации функции, реализующей решение одномерной задачи. Благодаря этому можно протестировать больше разных численных схем и выбрать ту, которая лучше подходит для данной задачи. Платой за такую гибкость является несколько большее время работы программы.

Список литературы

1. Гришин А.М. Математическое моделирование лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. Новосибирск: Наука, СО, 1992. 405 с.
2. Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах. М.: Изд-во МЭИ, 2003. 312 с.
3. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 196 с.
4. Катаева Л.Ю. Особенности дискретизации многомерных нелинейных задач // Наука и техника транспорта. 2008. №4. С. 13–16.
5. Катаева Л.Ю., Масленников Д.А. Оценка эффективности итерационно-интерполяционного метода при решении двумерных уравнений гиперболического типа // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2009. №4. С. 9–17.
6. Катаева Л.Ю., Романов А.В. Метод Патанкара и возможности его оптимизации // Наука и техника транспорта. 2009. №3. С. 88–97.
7. Романов А.В. Математическое моделирование природных явлений с применением современных вычислительных технологий: Дис. ... канд. техн. наук. Н. Новгород, 2008. 179 с.
8. Варыгина М.П. Применение параллельных вычислений в решении пространственных динамических задач моментной теории упругости // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008): Тр. Междунар. конф. Челябинск: ЮУрГУ, 2008. С. 323–327.

MODELING FOREST FIRES IN A THREE-DIMENSIONAL COORDINATE SYSTEM BASED ON TOPOGRAPHY

D.A. Maslennikov, L.Yu. Kataeva

A model of a forest fire in a three-dimensional curvilinear coordinate system based on topography is considered. An algorithm for solving problems of this class is constructed and paralleled that does not require manual discretization of the equations.

Keywords: forest fire, parallel computing, numerical methods, iteration-interpolation method.