

УДК 539.3

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ, КОНТРОЛЬ ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ И ВИБРАЦИЙ SMART-СТРУКТУР С ПЬЕЗОМАТЕРИАЛАМИ

© 2011 г.

В.П. Матвеевко, Е.П. Клигман, М.А. Юрлов, Н.А. Юрлова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

yurlova@icmm.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Сформулирована проблема выбора передаточной функции в цепи отрицательной обратной связи для обеспечения условий стабильности формы системы. На базе полученной математической модели электроупругого тела предложен алгоритм и разработана процедура построения вектора корректирующих воздействий в случае неполного управления (управление системой корректирующими воздействиями, количество которых меньше общего числа степеней свободы системы). Рассмотрен пример стабилизации формы параболической оболочки с помощью пьезоэлектрических актуаторов.

Ключевые слова: электроупругость, спектральные задачи, внешние электрические цепи, обратная связь, численные методы, пьезоэлектрический эффект.

Развитие современных технологий в различных отраслях техники часто требует проектирования и создания адаптивных упругих систем. Это, например, космические антенны, радиотелескопы, интерферометры и космические станции, имеющие высокоточное оптическое и навигационное оборудование, несущие плоскости и лопасти винтов летательных аппаратов и многое другое. К таким конструкциям предъявляются требования сохранения с высокой точностью заданной формы и отсутствия колебаний в определенных частях, например, в местах расположения оптических приборов при любых статических или динамических возмущениях. Использование для создания адаптивных систем smart-материалов позволяет обеспечить заданную форму упругих конструкций и гашение их нестационарных колебаний.

В качестве приводов в адаптивных упругих системах могут быть использованы актуаторы, выполненные из пьезоэлектрических материалов (пьезоэлементы), которые определенным образом встраиваются в конструкцию. Принудительные деформации пьезоэлементов могут регулироваться внешним электрическим потенциалом. Деформации пьезоэлементов или соответствующие им электрические сигналы могут рассматриваться в качестве управляющих воздействий. Выбор передаточной функции в цепи обратной связи для обеспечения стабильности формы и динамической устойчивости конструкции предполагает адекватную математическую модель статическо-

го и динамического поведения системы.

Вариационное уравнение движения тела, состоящего из упругого и пьезоэлектрических элементов, может быть получено на основе соотношений линейной теории упругости и квазистатических уравнений Максвелла [1, 2]. В случае изотермического процесса вариационное уравнение может быть записано следующим образом:

$$\int_{V_1} (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) dV + \int_{V_2} (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) dV - \int_{\Omega_\sigma} \delta u_i P_i d\Omega - \int_{\Omega_p} q_e \delta \phi d\Omega = 0, \quad (1)$$

где D , E – векторы электрической индукции и напряженности электрического поля; P – вектор нагрузок; Ω_p – поверхность, ограничивающая пьезоэлектрический элемент; q_e и ϕ – поверхностная плотность зарядов и электрический потенциал.

Компоненты тензора деформаций удовлетворяют соотношениям. Электрическое поле считается потенциальным, т.е. выполняется условие: $\phi_{,i} = -E_i$. Для изотермических процессов в линейных электроупругих средах справедливы следующие физические соотношения:

– для упругих или вязкоупругих частей тела

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}, \quad (2)$$

– для пьезоэлектрических частей тела

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ijk} E_k, \\ D_k &= \beta_{ijk} \epsilon_{ij} + e_{kl} E_l, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где C_{ijkl} – тензор упругих констант, β_{ijk} и e_{kl} – тензоры пьезоэлектрических и диэлектрических ко-

эффициентов. Для вязкоупругих материалов демпфирующие свойства можно определить, основываясь на учете временного фактора в рамках теории сплошной среды наследственного вида. В этом случае, согласно принципу Вольтерра, тензор упругих констант C_{ijkl} в зависимости (2) должен быть заменен соответствующим вязкоупругим оператором. Для обеспечения стабильности формы конструкции при внешних статических воздействиях необходимо иметь решение статической задачи. Вариационное уравнение статики можно получить из уравнения (1), исключив из него инерционные слагаемые.

Вариационная задача (1) с помощью метода конечных элементов сводится к системе N линейных алгебраических уравнений:

$$[K]\{U(t)\} + [M]\{\dot{U}(t)\} = \{P(t)\}, \quad (4)$$

$$[K]\{U\} = \{P\}, \quad (5)$$

где $\{U\}$ – вектор узловых параметров, $[K]$ – матрица жесткости (в общем случае комплексная), $[M]$ – матрица масс, $\{P\}$ – вектор нагрузок (внешних сил), включающий, помимо силовых факторов, электрический заряд.

Рассмотрим линейную упругую управляемую систему (конструкцию), которая описывается вектором N обобщенных координат, находящуюся под воздействием внешних нагрузок и M управляющих воздействий (силовых, электрических, тепловых или иных). Требуется, чтобы определенная часть конструкции, движение которой можно описать M обобщенными координатами ($M < N$), при колебаниях совершала заданное движение или находилась в покое. Для реализации такого управления необходимо выбрать элементы конструкции, на которые должны действовать управляющие нагрузки, чтобы она была управляемой по заданным степеням свободы (обобщенным координатам). Затем необходимо определить требуемые для управления нагрузки (законы их изменения по времени) при действии некоторых заданных возмущений. Далее по этим управляющим нагрузкам необходимо подобрать актуаторы, способные удовлетворять заданным законам. После этого может быть спроектирована система управления с обратными связями и определены законы управления.

Уравнения движения упругой, в общем случае неконсервативной, системы с N степенями свободы (обобщенными координатами) и M уп-

равляющими силами в соответствии с (4) будут иметь вид

$$[K]\{U(t)\} + [M]\{\dot{U}(t)\} = \{P(t)\} + [G]\{Z(t)\}. \quad (6)$$

Здесь $\{Z\}$ – вектор управляющих сил размерности M ; $[G]$ – постоянная матрица коэффициентов размерности $N \times M$, представляющая управляющие силы в полном векторе нагрузок размерности N . При управлении с помощью пьезоэлектрических актуаторов вектор $\{Z\}$ содержит электрические заряды, соответствующие электрическим степеням свободы.

Следует отметить, что для систем высокого порядка, какими являются конечно-элементные модели, при численном интегрировании по времени системы дифференциальных уравнений необходимо использовать достаточно малый шаг интегрирования Δt . Кроме того, для реальных упругих систем управляющие силы $\{Z(t)\}$ содержат высокочастотные составляющие, которые для эффективной работы системы необходимо подавить с помощью сглаживающих фильтров. Весьма эффективным методом решения поставленной задачи является метод главных координат.

Приводятся уравнение движения упругой, в общем случае неконсервативной, системы с N степенями свободы (обобщенными координатами) и M управляющими силами посредством задания перемещения узлов или электрического потенциала.

Описанный подход обладает определенной универсальностью и позволяет вычислять вектор значений управляющих параметров, в качестве которых в электроупругих системах могут выступать внешние силы, электрические заряды и потенциал на электродах пьезоэлементов. Рассмотрен пример стабилизации формы параболической оболочки с помощью пьезоэлектрических актуаторов.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН №23 (09-П-1-1010) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (гос. контракт №02.740.11.0442).

Список литературы

1. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитно-упругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1988. 471 с.
2. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Электротермовязкоупругость. Киев: Наук. думка, 1988. 319 с.

**CONTROL OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS, SHAPE CHANGING
AND VIBRATIONS OF SMART-STRUCTURES WITH PIEZOMATERIALS**

V.P. Matveenko, E.P. Kligman, M.A. Yurlov, N.A. Yurlova

The problem of choosing the transfer function in a circuit of negative feedback for providing the shape stability conditions of a system is formulated. Based on the developed mathematical model of the electroelastic body, an algorithm is introduced and a procedure is developed for constructing a vector of correcting factors for the case of incomplete control (control of the system of correcting factors, with quantity of smaller total number of degrees of freedom of the system). The example of stabilization of the form of a parabolic shell with piezoactuators is considered.

Keywords: electroelasticity, spectral problems, external electric circuits, feedback, numerical methods, the piezoelectric effect.