

УДК 539.3

СВЯЗАННЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПЬЕЗОАКТИВНЫХ КОМПОЗИТОВ

© 2011 г.

А.А. Паньков

Пермский государственный технический университет

mkmk@pstu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Представлены постановки и методы решения нелинейных стохастических связанных краевых задач электромагнитоупругости для композитов с пьезоактивными элементами структуры. Выявлены уникальные свойства пьезокомпозитов с взаимнообратной поляризацией ориентированных эллипсоидальных включений и матрицы, слоистых структур с взаимнообратной поляризацией слоев из полимерного пьезоэлектрика PVF. Исследован магнитоэлектрический эффект возникновения электродвижущей силы в материале под действием постоянного магнитного поля для композита, содержащего пьезоэлектрические и пьезомагнитные компоненты; если такой пьезокомпозит поместить в магнитное поле, то будет деформироваться пьезомагнитный компонент, вместе с ним и пьезоэлектрический компонент, и весь композит в целом. В силу деформации пьезоэлектрического компонента в композите возникнет электрическое поле; на макроуровне вектор индукции электрического поля будет связан с вектором напряженности магнитного поля тензором эффективных магнитоэлектрических констант. Определяющие соотношения на макроуровне пьезокомпозита отличаются от определяющих соотношений для элементов структуры, в частности, наличием тензоров электромагнитной связи. Получены новые решения связанных краевых задач электромагнитоупругости в обобщенном сингулярном приближении статистической механики композитов на основе новых решений для сингулярных составляющих вторых производных функций Грина для однородной трансверсально-изотропной пьезоэлектромагнитной среды с эллипсоидальным зерном неоднородности. Представлены новые решения для тензоров эффективных магнитоэлектрических свойств трансверсально-изотропного композита с пьезоэлектрической матрицей и ориентированными пьезомагнитными эллипсоидальными включениями; в частности, определены магнитоэлектрические свойства слоистого пьезокомпозита с чередующимися пьезоэлектрическими и пьезомагнитными слоями. Даны результаты расчета в сингулярном приближении всех 20 независимых констант эффективных трансверсально-изотропных упругих и пьезоэлектромагнитных свойств пьезоэлектрика PVF с пьезомагнитными эллипсоидальными включениями. В частном случае для слоистого композита из чередующихся пьезоэлектрических и пьезомагнитных слоев результаты расчета в сингулярном приближении всех независимых эффективных констант в точности совпали с полученными непосредственным осреднением для этих констант новыми аналитическими решениями.

Ключевые слова: пьезокомпозит, краевая задача электромагнитоупругости, метод функций Грина, эффективные свойства композита.

Для представительной области композита V с границей Γ рассмотрено решение связанной стохастической краевой задачи электромагнитоупругости

$$\begin{aligned} & [C_{ijmn}(\mathbf{r})u_{m,n}(\mathbf{r})]_{,j} + [e_{nij}(\mathbf{r})\phi_{,n}(\mathbf{r})]_{,j} + \\ & + [h_{nij}(\mathbf{r})\psi_{,n}(\mathbf{r})]_{,j} - [\beta_{ij}(\mathbf{r})]_{,j} \Theta = 0, \\ & [e_{jmn}(\mathbf{r})u_{m,n}(\mathbf{r})]_{,j} - [\lambda_{jn}(\mathbf{r})\phi_{,n}(\mathbf{r})]_{,j} + \\ & + [\pi_j(\mathbf{r})]_{,j} \Theta = 0, \\ & [h_{jmn}(\mathbf{r})u_{m,n}(\mathbf{r})]_{,j} - [\mu_{jn}(\mathbf{r})\psi_{,n}(\mathbf{r})]_{,j} + \\ & + [\vartheta_j(\mathbf{r})]_{,j} \Theta = 0; \end{aligned}$$

$u_i|_{\Gamma} = \varepsilon_{ij}^* r_j$, $\phi|_{\Gamma} = -\hat{E}_j^* r_j$, $\psi|_{\Gamma} = -\hat{H}_j^* r_j$
для полей перемещений $\mathbf{u}(\mathbf{r})$, электрического $\phi(\mathbf{r})$ и магнитного $\psi(\mathbf{r})$ потенциалов при заданных значениях однородных макродеформаций $\boldsymbol{\varepsilon}^*$, макро-

напряженностей электрического $\hat{\mathbf{E}}^*$ и магнитного $\hat{\mathbf{H}}^*$ полей, θ – приращение температуры, вызванное внешним нагревом композита. Тензоры упругих свойств \mathbf{C} , пьезоэлектрических \mathbf{e} и пьезомагнитных \mathbf{h} свойств, диэлектрических $\boldsymbol{\lambda}$ и магнитных $\boldsymbol{\mu}$ проницаемостей, температурных коэффициентов $\boldsymbol{\beta}$, пьезоэлектрических постоянных $\boldsymbol{\pi}$ и $\boldsymbol{\vartheta}$ – быстро осциллирующие функции координат \mathbf{r} . На рис. 1 приведены результаты расчета в сингулярном приближении механики композитов отличных от нуля эффективных коэффициентов электромагнитной связи κ_{11}^* , κ_{33}^* и κ_{12}^* пьезоэлектромагнитного композита с ориентированными пьезомагнитными эллипсоидальными включениями в пьезоэлектрической матрице PVF в зависимости от относительного объемного содер-

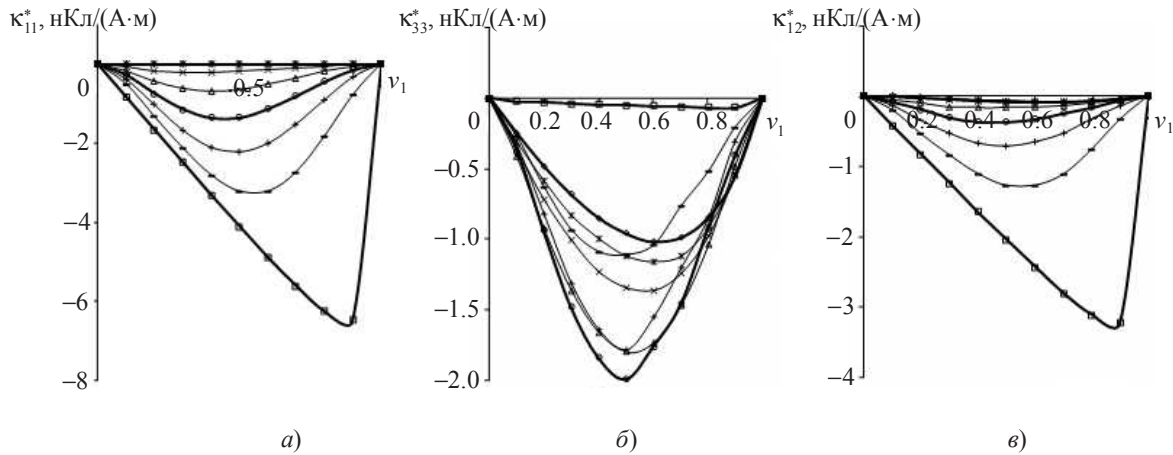


Рис. 1

жания ν_1 и для различных форм эллипсоидальных включений: \square – слои ($q \rightarrow 0$); диски: $-$ ($q = 0.2$), $+$ ($q = 0.5$); \circ – шары ($q = 1$); иглы: Δ ($q = 2$), \times ($q = 5$), $*$ ($q = 10$); \diamond – волокна ($q \rightarrow \infty$); параметр $q = a_3/a_{1(2)}$ при $a_1 = a_2$, где a_i – главные полуоси включений. Новые точные аналитические реше-

ния для эффективных констант слоистых структур совпадают с решением сингулярного приближения (\square).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ-Урал, грант №10-01-96047-р_урал_a.

CONNECTED BOUNDARY-VALUE PROBLEMS OF ELECTRO-MAGNETIC ELASTICITY FOR PIEZOACTIVE COMPOSITES

A.A. Pan'kov

New formulations and methods for analyzing stochastic coupled boundary-value problems of electro-magnetic elasticity for composites with piezo-active structural elements are presented. Unique properties of piezo-composites with reciprocal polarization of oriented ellipsoidal inclusions and the matrix, layered structures with reciprocal polarization of the layers made of the PVF polymeric piezo-electric have been revealed. The magnetic-electrical effect of inducing an eclectic-motive force in the material under the action of a constant magnetic field for a composite containing piezo-electric and piezo-magnetic components has been investigated; if such a piezo-composite is placed in a magnetic field, the piezo-magnetic component will deform, and the piezo-electric component as well as the entire composite will deform too. Due to the deformation of the piezo-electric component, an electric field will be induced in the composite; on the macro-level, the electric field induction tensor will be coupled with the magnetic field stress vector through the tensor of effective magneto-electric constants. On the macro-level, the constitutive relations of the piezo-composite differ from those of the structural elements, in particular, by the presence of electro-magnetic coupling tensors. New solutions for coupled boundary-value problems of electro-magnetic elasticity in a generalized singular approximation of statistical mechanics of composites are presented, based on new solutions for singular components of the second derivatives of Green's function for a uniform transversal-isotropic piezo-electro-magnetic medium with an ellipsoid inclusion. New solutions for the tensors of effective magneto-electrical properties of a transversally-isotropic composite with a piezo-electric matrix and oriented piezo-magnetic ellipsoid inclusions are presented; in particular, magneto-electrical properties of a layered composite with alternating piezo-electric and piezo-magnetic layers have been determined. The results of the calculation of all the 20 independent constants of the effective transversally-isotropic elastic and piezo-magnetic properties of the PVF piezo-electric with piezo-magnetic ellipsoid inclusions are presented. In a particular case of a layered composite with alternating piezoelectric and piezo-magnetic layers the calculation results in the singular approximation of all the independent effective constants perfectly agree with the exact analytical solutions using the direct averaging of these constants.

Keywords: piezocomposite, boundary value problem of electro-magnetic elasticity, method of Green's functions, effective properties of composite.