

УДК 531.43

О СВОЙСТВАХ ГИРОСКОПОВ В КАРДАНОВЫХ ПОДВЕСАХ, ВЫЗВАННЫХ ВЛИЯНИЕМ ЭФФЕКТА ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ В ТРЕНИИ

© 2011 г.

П.К. Плотников, Ю.А. Захаров

Саратовский государственный технический университет

pribor@sstu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматриваются новые модели трения с учетом предварительного смещения, представляются и анализируются результаты экспериментальных и модельных исследований динамики и статики поведения гироскопов в окрестностях и внутри зон предварительного смещения в трении.

Ключевые слова: модели трения, предварительное смещение, гироскопы.

Постановка задачи и модели трения

Чаще всего в теории гироскопов учитывается модель трения Амонтона – Кулона. Показано, что моменты сил кулонова трения приводят к зонам застоя (порогам чувствительности) углов поворотов рамок кардановых подвесов гироскопов, скачкам трения, приводящим к погрешностям. Авторами разработаны [1] и применяются модели трения на основе эффекта предварительного смещения (ЭПС):

$$\begin{aligned} \dot{\lambda} &= \dot{x}_o - [\dot{x}_o(1 + \text{sign}(\dot{x}_o \lambda)) / 2 + (\lambda - \lambda_0 \text{sign}(\lambda)) \tau^{-1}] \times \\ &\quad \times (1 + \text{sign}(|\lambda| - \rho) / 2), \\ \dot{\rho} &= (\lambda_\infty - \rho) T^{-1} (1 - \text{sign}(|\lambda| - \rho)) - \\ &\quad - (\rho - \lambda_0) \tau^{-1} (1 + \text{sign}(|\lambda| - \rho)), \end{aligned} \quad (1)$$

$M_T = -K_T \lambda (1 - \gamma (\lambda / \lambda_0)^2)$ – для углового,

$F = -K \lambda (1 - \gamma (\lambda / \lambda_0)^2)$ – для линейного,

где λ – предварительное смещение (ПС), \dot{x}_o – относительная скорость (входной параметр), ρ – граница срыва и входа в зону ПС (ЗПС), τ – постоянная времени срыва, T – постоянная времени восстановления скачка трения (по Ишлинскому), λ_∞ – максимальная граница ЗПС для трения покоя, λ_0 – граница ЗПС для трения движения; F , M_T – трение (выход); K , K_T – линейная жесткость в ЗПС, γ – нелинейность в ЗПС.

Одна из моделей кулонова трения описана в виде [2]:

$$\begin{aligned} F &= f_k + f_s; \quad f_s^0 \geq f_k^0; \quad f_k = f_k^0 \text{sign} \dot{x}_o; \\ f_s &= f_s^* (1 - (\text{sign} \dot{x}_o)^2); \\ f_s^* &= 0.5 Q (1 - \text{sign}(|Q| - f_s^0)) + \\ &+ 0.5 f_s^0 (1 + \text{sign}(|Q| - f_s^0)) \text{sign} Q, \end{aligned} \quad (2)$$

где f_k, f_s, f_k^0, f_s^0 – кинетическое и статическое трение и их константы, f_s^* – функция статического трения, Q – сумма всех сил на основе уравнений динамики (второй входной параметр).

Двухкоординатная модель, позволяющая моделировать эффекты Жуковского, имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_X &= \dot{x}_o - [\dot{x}_o(1 + \text{sign}(\dot{x}_o \lambda_X)) / 2 + \lambda_X \times \\ &\quad \times (1 - \lambda_0 / (\delta \lambda_0 + \lambda)) \tau^{-1}] (1 + \text{sign}(|\lambda| - \rho)) / 2, \\ \dot{\lambda}_Y &= \dot{y}_o - [\dot{y}_o(1 + \text{sign}(\dot{y}_o \lambda_Y)) / 2 + \lambda_Y \times \\ &\quad \times (1 - \lambda_0 / (\delta \lambda_0 + \lambda)) \tau^{-1}] (1 + \text{sign}(|\lambda| - \rho)) / 2, \\ \dot{\rho} &= (\lambda_\infty - \rho) T^{-1} - (\rho - \lambda_0) \tau^{-1} (1 + \text{sign}(|\lambda| - \rho)), \\ F_{TX} &= -K_T \lambda_X (1 - \gamma \lambda^2 / \lambda_0^2) = F_T \cos \alpha, \\ F_{TY} &= -K_T \lambda_Y (1 - \gamma \lambda^2 / \lambda_0^2) = F_T \sin \alpha, \\ |\lambda| &= \sqrt{\lambda_X^2 + \lambda_Y^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\lambda_X, \lambda_Y, F_X, F_Y$ – составляющие ПС и трения по X, Y ; δ – точность решения; α – угол вектора F_T .

Модель (3) совмещается с моделью Журавлева – Контенсу для скольжения и качения в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}_o &= v_x = \dot{x} - R \omega_y, \quad \dot{y}_o = v_y = \dot{y} + R \omega_x, \\ v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \geq 0, \quad \omega_k = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}, \\ M_z &= \frac{3\pi N f \varepsilon^2 \omega_z}{16\varepsilon |\omega_z| + 15\pi v}, \quad F_X = \frac{3\pi N f v_x + K_T \lambda_X \lambda_0 / T}{8\varepsilon |\omega_z| + 3\pi v + \lambda_0 / T}, \\ F_Y &= \frac{3\pi N f v_y + K_T \lambda_Y \lambda_0 / T}{8\varepsilon |\omega_z| + 3\pi v + \lambda_0 / T}, \end{aligned} \quad (4)$$

где v_x, v_y – составляющие скорости скольжения; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – составляющие угловой скорости качения и верчения; F_x, F_y, F – составляющие и сила

трения скольжения и качения; x, y, R – координаты и радиус шара, M_z – момент вращения, N – нормальное давление, f – коэффициент трения скольжения, ε – радиус пятна контакта [3, 4].

При совместном использовании (3) и (4) для λ применяются параметры трения качения.

Результаты экспериментальных и модельных исследований

На рис. 1 приведены результаты эксперимента и расчета для гиротахометра; кривая 1 соответствует $\lambda_0 \geq \beta_\alpha$, 2 – $\lambda_0 \approx \beta_\alpha$, 3 – $\lambda_0 \ll \beta_\alpha$, 4 – $\lambda_0 \gg \beta_\alpha$, 5 – $\lambda_0 > \beta_\alpha$ (β – в относительных единицах).

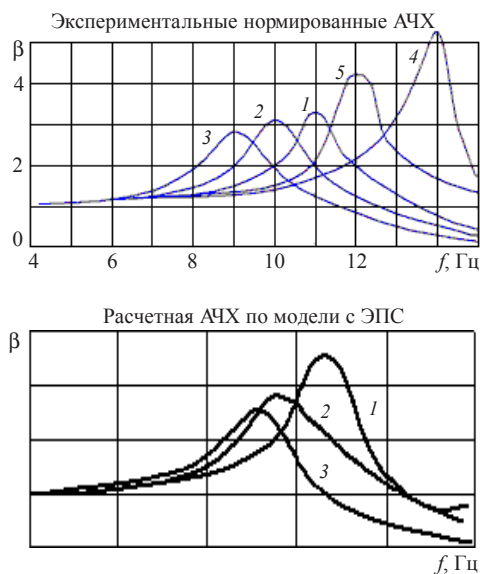


Рис. 1

На рис. 2 показаны экспериментальные и расчетные траектории для гиросмаятника по модели

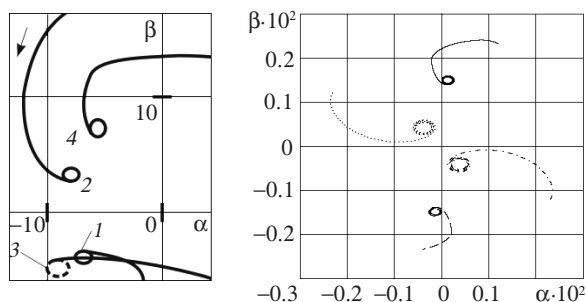


Рис. 2

трения (1), α и β на левом рисунке представлены в угловых минутах, на правом – в радианах.

На рис. 3, 4 представлены графики для калибровочного гироскопического стенда без и с компенсацией по модели трения (1).

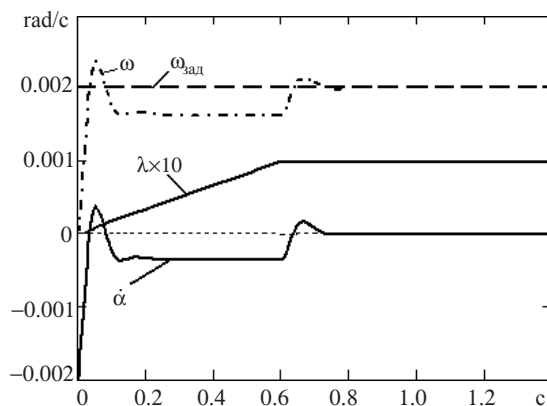


Рис. 3

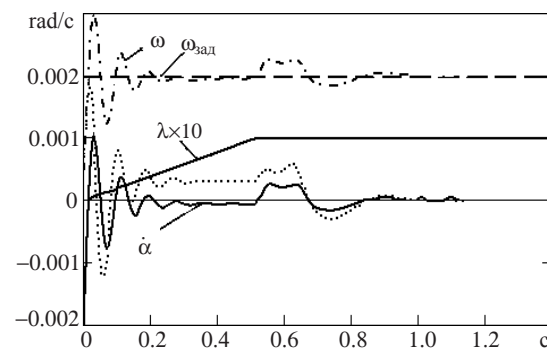


Рис. 4

Список литературы

1. Захаров Ю.А., Плотников П.К. Модель силы трения и ее приложение к решению некоторых задач механики // Изв. РАН. МТТ. 1992. №3. С. 56–65.
2. Плотников П.К. Модели сил трения одномерных кинематических пар и свойства движений твердых тел // Изв. РАН. МТТ. 2003. №3. С. 66–80.
3. Андронов В.В., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2010. 184 с.
4. Контенсу П. Связь между трением скольжения и трением вращения и ее учет в теории волчка // Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 60–77.

ON THE PROPERTIES OF GIMBALED GYROSCOPES INDUCED BY THE PRE-DISPLACEMENT EFFECT IN FRICTION

P.K. Plotnikov, Yu.A. Zakharov

New friction models taking into account the preliminary displacement effect are considered. The results of experimental and model studies of the dynamic and static behavior of gyroscopes in the vicinity and within the zones of pre-displacement in friction are presented and analyzed.

Keywords: friction model, preliminary displacement, gyroscopes.