

УДК 532.517.2:539.3

ГИДРОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ СТенок КАНАЛА СО СЛОЕМ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ, УСТАНОВЛЕННОГО НА ВИБРИРУЮЩЕМ ОСНОВАНИИ

© 2011 г.

В.С. Попов, Р.В. Агеев, М.И. Волов

Саратовский государственный технический университет

victorpopov@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Исследуется динамика взаимодействия упругих пластин, образующих стенки плоского канала, со слоем вязкой несжимаемой жидкости, находящимся между ними. Найдены гидродинамическое давление в слое жидкости, законы движения стенок и их амплитудные и фазовые частотные характеристики.

Ключевые слова: гидроупругость, упругая пластина, вязкая жидкость, колебания, резонанс, амплитудные и фазовые частотные характеристики.

1. Рассматривается щелевой канал с тонким слоем вязкой несжимаемой жидкости, стенки которого совершают гидроупругие колебания, вызванные инерционным возбуждением. Объект исследования (см. рис. 1а и б) включает в себя: абсолютно жесткий штамп 2 с упругой связью, упругую пластину 1 и слой вязкой несжимаемой жидкости 3 в зазоре между ними, заключенные в едином корпусе. Корпус установлен на основании, вибрирующем по гармоническому закону. Жидкость полностью заполняет зазор δ_0 и на торцах свободно истекает в окружающую жидкость с постоянным давлением p_0 , находящуюся в торцевых полостях.

Исследованы два случая, когда параллельные друг другу штамп и пластина прямоугольны в плане или круглые. В первом случае рассматривается плоская задача и полагается, что длина штампа и пластины b значительно больше их ширины $2l \gg \delta_0$. Пластина считается шарнирно опертой на торцах. Во втором случае рассматривается осесимметричная задача для круглых штампа и пластины радиусом $R \gg \delta_0$ и принимается, что пластина на торцах жестко закреплена.

В обоих случаях штамп совершает колебания вдоль оси z и амплитуды колебаний стенок значительно меньше зазора δ_0 .

2. В случае плоской задачи введена декартова система координат xuz , связанная с невозмущенной срединной поверхностью пластины 1, и следующие безразмерные переменные и малые параметры:

$$\begin{aligned} \psi &= \delta_0 / l \ll 1, \quad \lambda = z_m / \delta_0 \ll 1, \\ \zeta &= (z - h/2) / \delta_0, \quad \xi = x / l, \quad V_z = z_m \omega U_\zeta, \\ V_x &= U_\xi z_m \omega / \psi, \quad w = w_m W, \quad \tau = \omega t, \\ p &= p_0 + P \nu \rho z_m \omega \psi^{-2} / \delta_0 - \rho \ddot{z}_0 (z - z_2), \\ z_2 &= \delta_0 + h/2 + z_m f_2(\tau), \\ z_0 &= E_0 f_0(\tau), \quad f_0(\tau) = \sin \tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где w_m , z_m – амплитуды колебаний пластины и штампа; w – прогиб пластины; h – толщина пластины; V_x , V_z – компоненты скорости жидкости; δ_0 – средняя толщина слоя жидкости; ω – частота колебаний; ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости; ρ – плотность жидкости.

С учетом (1) сформулирована задача гидроупругости плоского канала, состоящая из:

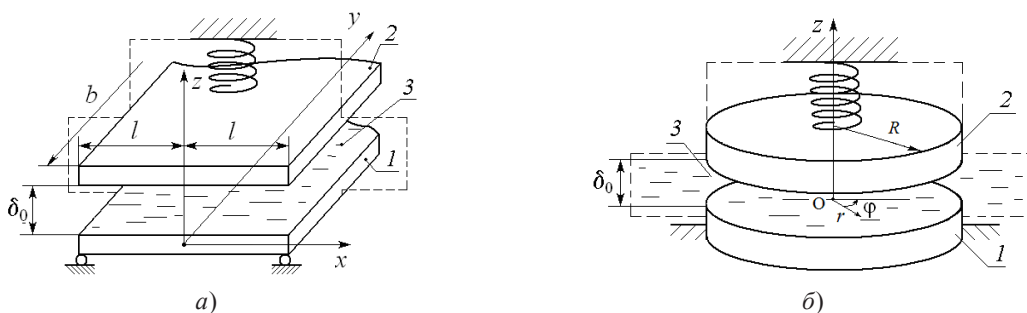


Рис. 1

– уравнения динамики тонкого слоя жидкости (с точностью до ψ) [1, 2]

$$\operatorname{Re}[\partial U_\xi / \partial \tau + \lambda(U_\xi \partial U_\xi / \partial \xi + U_\zeta \partial U_\xi / \partial \zeta)] = -\partial P / \partial \xi + \partial^2 U_\xi / \partial \zeta^2, \quad (2)$$

$$\partial P / \partial \zeta = 0, \quad \partial U_\xi / \partial \xi + \partial U_\zeta / \partial \zeta = 0;$$

– уравнения динамики стенок канала

$$Dl^{-4} w_m \partial^4 W / \partial \xi^4 + \rho_0 h \omega^2 (w_m \partial^2 W / \partial \tau^2 + \ddot{z}_0 / \omega^2) = \rho \delta_0 \ddot{z}_0 (\lambda W w_m / z_m - 1 - \lambda f_2) - p_0 - \rho v w_m \omega \delta_0^{-1} \psi^{-2} P, \quad (3)$$

$$m_1 (\ddot{z} + \ddot{z}_0) + n_1 z = 2blp_0 + 2bl\rho v z_m \omega \delta_0^{-1} \psi^{-2} \int_{-1}^1 P d\xi, \quad (4)$$

где $\operatorname{Re} = \omega \delta_0^2 v^{-1}$, D – цилиндрическая жесткость пластины, ρ_0 – плотность материала пластины, m_1 – масса штампа, n_1 – коэффициент жесткости упругой связи (идеальной пружины).

Граничные условия уравнений (2)–(4) имеют вид:

$$U_\xi = 0, \quad U_\zeta = dz_2 / d\tau \quad \text{при} \quad \zeta = 1 + \lambda f_2; \\ U_\xi = 0,$$

$$U_\zeta = (w_m / z_m) \partial W / \partial \tau \quad \text{при} \quad \zeta = \lambda W w_m / z_m, \quad (5) \\ P = 0 \quad \text{при} \quad \xi = \pm 1;$$

$$W = \partial^2 W / \partial \xi^2 = 0 \quad \text{при} \quad \xi = \pm 1.$$

В случае осесимметричной задачи введена цилиндрическая система координат $zr\varphi$, связанная с центром невозмущенной срединной поверхности круглой пластины, безразмерные переменные и малые параметры

$$\psi = \delta_0 / R \ll 1, \quad \lambda = z_m / \delta_0 \ll 1, \\ \zeta = (z - h/2) / \delta_0, \quad \xi = r / R, \quad V_z = z_m \omega U_\zeta, \\ V_x = U_\xi z_m \omega / \psi, \quad w = w_m W, \quad \tau = \omega t, \quad (6)$$

$$p = p_0 + P v \rho z_m \omega \psi^{-2} / \delta_0 - \rho \ddot{z}_0 (z - z_2),$$

$$z_2 = \delta_0 + h/2 + z_m f_2(\tau),$$

$$z_0 = E_0 f_0(\tau), \quad f_0(\tau) = \sin \tau,$$

и с учетом (6) поставлена задача гидроупругости, которая (с точностью до Φ) имеет вид:

$$\operatorname{Re}[\partial U_\xi / \partial \tau + \lambda(U_\xi \partial U_\xi / \partial \xi + U_\zeta \partial U_\xi / \partial \zeta)] = -\partial P / \partial \xi + \partial^2 U_\xi / \partial \zeta^2, \quad (7)$$

$$\partial P / \partial \zeta = 0, \quad \partial(\xi U_\xi) / \partial \xi + \xi \partial U_\zeta / \partial \zeta = 0,$$

$$L_3 (D w_m R^{-1} \partial W / \partial \xi) + \rho_0 h \omega^2 (w_m \partial^2 W / \partial \tau^2 + \ddot{z}_0 / \omega^2) = \rho \delta_0 \ddot{z}_0 (\lambda W w_m / z_m - 1 - \lambda f_2) - p_0 - \rho v w_m \omega \delta_0^{-1} \psi^{-2} P, \quad (8)$$

$$m_1 (\ddot{z} + \ddot{z}_0) + n_1 z = \pi R^2 p_0 +$$

$$+ 2\pi R \rho v z_m \omega / (\delta_0 \psi) \int_0^1 P \xi d\xi,$$

$$L_3(g) = \xi^{-1} \partial(\xi L_2(g)) / \partial \xi,$$

$$L_2(g) = \partial(\xi^{-1} \partial(\xi g) / \partial \xi) / \partial \xi \quad (9)$$

Граничные условия (6) запишутся в виде

$$U_\xi = 0, \quad U_\zeta = df / d\tau \quad \text{при} \quad \zeta = 1 + \lambda f_2;$$

$$U_\xi = 0,$$

$$U_\zeta = (w_m / z_m) \partial W / \partial \tau \quad \text{при} \quad \zeta = \lambda W w_m / z_m,$$

$$P = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 1,$$

$$\xi \partial P / \partial \xi = \xi \partial W / \partial \xi = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0,$$

$$W = \partial W / \partial \xi = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 1.$$

3. Учитывая, что $\lambda = o(1)$, $w_m / z_m = O(1)$, решение задач представим в виде асимптотического разложения: $P = P_0 + \lambda P_1 + O(\lambda^2)$, $U_\xi = U_{\xi 0} + \lambda U_{\xi 1} + O(\lambda^2)$, $U_\zeta = U_{\zeta 0} + \lambda U_{\zeta 1} + O(\lambda^2)$. В нулевом приближении по λ задачи линеаризуются и решение определяется в виде $T_0 = A_T \cos t + B_T \sin t$. Под T_0 понимаются P_0 , $U_{\xi 0}$, $U_{\zeta 0}$, коэффициенты A_T , B_T для P_0 зависят только от ξ , а для $U_{\xi 0}$, $U_{\zeta 0}$ – от ξ и ζ . В случае плоской задачи выражение для давления в слое жидкости имеет вид

$$P_0 = ((\xi^2 - 1) / 2) [\operatorname{Re} \alpha d^2 f_2 / dt^2 + 12\gamma df_2 / dt] + (w_m z_m^{-1}) \int_0^\xi (\operatorname{Re} \alpha \partial^2 W / \partial \tau^2 + 12\gamma \partial W / \partial \tau) d\xi d\zeta + (\xi^2 - 1) w_m / (2z_m) \times \int_{-1}^1 \int_0^\xi (\operatorname{Re} \alpha \partial^2 W / \partial \tau^2 + 12\gamma \partial W / \partial \tau) d\xi d\zeta, \quad (10)$$

а во втором случае (осесимметричная задача) давление определяется выражением

$$P_0 = ((\xi^2 - 1) / 4) [\operatorname{Re} \alpha d^2 f_2 / dt^2 + 12\gamma df_2 / dt] + (w_m z_m^{-1}) \int_\xi^1 \left(1 / \xi \int_0^\xi (\operatorname{Re} \alpha \partial^2 W / \partial \tau^2 + 12\gamma \partial W / \partial \tau) d\xi \right) d\xi, \quad (11)$$

где α , γ – частотозависимые коэффициенты [1, 2].

Формы прогибов пластин по координате ξ приняты в виде бесконечных рядов по нормальным формам колебаний (в первом случае по тригонометрическим функциям, а во втором по функциям Бесселя). Производя подстановку форм прогибов и давления (10) или (11) в уравнения динамики пластин (3) или (8) и решая их, определяем прогибы пластин и распределения давления в слое жидкости, как функции заданного закона движения основания и неизвестного закона движения штампа. Затем из уравнения движения штампа (4) (для плоской задачи) или (9) (для осесимметричной задачи) находим закон движения штампа как гармоническую функцию времени, и

обратным ходом определяем окончательно прогибы пластин и давление жидкости через заданный закон виброускорения основания.

4. На конечном этапе исследования на базе полученного решения построены амплитудные частотные характеристики стенок канала и произведено их численное исследование на предмет нахождения резонансных частот. При этом показано, что для практических целей в законах движения штампа и прогибов пластин достаточно удержания первого члена рядов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-01-00177-а.

Список литературы

1. Могилевич Л.И., Попов В.С. Динамика взаимодействия упругого цилиндра со слоем вязкой несжимаемой жидкости // Изв. РАН. МГТ. 2004. №5. С. 179–190.
2. Могилевич Л.И., Попов В.С., Попова А.А. Динамика взаимодействия упругих элементов вибромашины со сдавливаемым слоем жидкости, находящимся между ними // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. №4. С. 23–32.

**THE HYDROELASTIC OSCILLATIONS OF THE WALLS OF A CHANNEL
WITH A LAYER OF A VISCOUS LIQUID INSTALLED ON A VIBRATING FOUNDATION**

V.S. Popov, R.V. Ageev, M.I. Volov

The dynamics of interaction of elastic plates making up the walls of a flat channel with a layer of a viscous incompressible liquid between them is investigated. The hydrodynamic pressure in the layer of liquid, laws of motion of the walls and their amplitude and phase frequency characteristics are determined.

Keywords: hydroelasticity, viscous liquid, elastic plate, vibrations, resonance, amplitude and phase frequency characteristics.