

УДК 539.3

**О НЕПРИМЕНИМОСТИ «БАЛОЧНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ» В ЗАДАЧЕ
ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТОГО БЛОКА, ПРИЖАТОГО К ОСНОВАНИЮ**

© 2011 г.

Е.И. Рыжак, Л.В. Никитин

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва

E_I_Ryzhak@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Изучается задача об устойчивости сжатого упругого тела при наличии основания.

Ключевые слова: упругий блок, твердое основание, устойчивость, неустойчивость, формы потери устойчивости с отрывом и без отрыва от основания, «балочное приближение».

Изучается устойчивость состояния равновесия однородного сжатого упругого тела блокообразной формы. Сжатый блок находится в «коробе» с гладкими боковыми стенками и дном-основанием (рис. 1); точки боковых и нижней грани блока свободно проскальзывают вдоль стенок и основания с возможностью отрыва. На верхней грани задана однородно распределенная по поверхности «мертвая» нагрузка, направленная вниз. Очевидно, что в равновесном состоянии реакции боковых стенок и основания ортогональны соответствующим граням, направлены противоположно внешней нормали (являются сжимающими) и равны напряжениям внутри блока на соответствующих площадках. Интересны критические значения главных горизонтальных напряжений, т.е. такие значения, при которых описанное однородное состояние блока становится неустойчивым.

отличие от классической задачи, где критическая сила конечна (и имеет известное значение), здесь критическая сила оказывается бесконечной, т.е. неустойчивости (в малом) как будто бы вообще нет!

В настоящем исследовании, основанном на энергетическом подходе к определению устойчивости и на рассмотрении блока как трехмерного тела (заметим, что все тела, каковы бы ни были их геометрические пропорции, вообще говоря, трехмерны), упомянутый парадокс разъясняется. Дело в том, что рассматриваемая задача – это задача с односторонними ограничениями, и, в силу этого, функционал приращения полной потенциальной энергии (который и определяет устойчивость или неустойчивость механической системы) является негладким: он имеет разный порядок малости для смещений с отрывом от основания или стенок и для смещений без отрыва. Для сме-

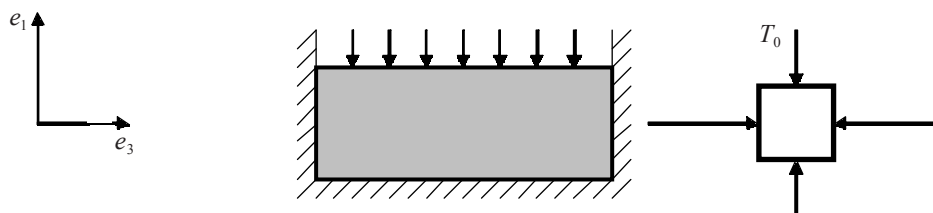


Рис. 1

В силу возможности отрыва тела от основания создается иллюзия, что задача представляет собой разновидность классической задачи об устойчивости сжатого стержня и для достаточно тонкого блока ее можно и нужно решать в «балочном приближении», т.е. методами сопротивления материалов. В литературе имеется целый ряд работ, в которых так или иначе реализовывалась эта идея (см. библиографию в [1]), но результат оказался странным и обескураживающим: в

смещений с отрывом, в силу скачкообразного нарушения равновесия, приращение полной потенциальной энергии имеет первый порядок малости и при этом заведомо положительно [1]. Для смещений без отрыва порядок малости приращения полной потенциальной энергии, как это обычно бывает в задачах об устойчивости равновесного состояния, второй, и исследование устойчивости сводится к выяснению наличия или отсутствия положительной определенности соответствующе-

го квадратичного функционала в зависимости от входящих в него параметров: величин сжимающих напряжений в невозмущенном состоянии [1]. Таким образом, формы потери устойчивости (ФПУ), если они вообще есть, могут быть только безотрывными, и исследование устойчивости/неустойчивости сводится к изучению упомянутого функционала на безотрывных полях смещений. «Балочные» моды деформирования блока неосуществимы без отрыва от основания, и поэтому для них приращение полной потенциальной энергии всегда положительно, т.е. они не могут быть ФПУ. Это и приводило к невозможности обнаружения неустойчивости в исследованиях, основанных на «балочном приближении».

В настоящей работе получены оценки сверху и снизу для критических значений горизонтальных сжимающих напряжений [1]. Получение оценок сверху и оценок снизу – две разные задачи, решаемые различными методами. Оценки снизу получаются с помощью модифицированного метода Холдена [2] на основе полученных в [3] значений константы Корна для блока (в том числе при условиях проскальзывания на всех гранях, за исключением одной, когда константа Корна ока-

зывается равной четырем). Оценки сверху получаются с помощью метода кинематических гипотез на основе совершенно другой (не балочной) кинематической гипотезы, связанной с экстремалами той же задачи о константе Корна [1, 3]. Обе оценки не зависят от пропорций блока и по порядку величины равны характерным упругим модулям материала в исследуемом состоянии. Результат косвенно указывает на то, что в случае тела, прижатого к основанию, ФПУ всегда имеют характер мелкой поверхностной «ряби», локализованной вблизи верхней грани.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ.

Список литературы

1. Никитин Л.В., Рыжак Е.И. Об устойчивости и неустойчивости сжатого блока, прижатого к гладкому основанию // Изв. РАН. МТТ. 2008. №4. С. 42–57.
2. Holden J.T. Estimation of critical loads in elastic stability theory // Arch. Ration. Mech. Analysis. 1964. V. 17, No 3. P. 171–183.
3. Ryzhak E.I. Korn's constant for a parallelepiped with a free face or pair of faces // Math. Mech. Solids. 1999. V. 4, No 1. P. 35–55.

ON THE NON-APPLICABILITY OF «BEAM APPROXIMATION» TO THE PROBLEM OF STABILITY FOR A COMPRESSED BLOCK PRESSED AGAINST A BASEMENT

E.I. Ryzhak, L.V. Nikitin

The problem of stability of a compressed elastic body in the presence of a basement is studied.

Keywords: elastic block, rigid basement, stability, instability, instability modes with and without separation from the basement, beam approximation.