

УДК 536.25:537.36:538.4

ЭФФЕКТИВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ СУСПЕНЗИЙ СФЕРИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ С ПЕРЕМЕННЫМ ПОВЕРХНОСТНЫМ НАТЯЖЕНИЕМ

© 2011 г.

Е.В. Тимохин

Московский госуниверситет им. М.В. Ломоносова

tjenia@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

В основе исследования лежат задачи о движении капель жидкости, когда существенную роль играет поверхностное натяжение. Рассмотрен случай термокапиллярного дрейфа (ТКД) однородной суспензии сферических капель с переменным поверхностным натяжением, зависящим от температуры границы раздела фаз, и некоторый аналог такой задачи, которым является электрокапиллярный дрейф (ЭКД) однородной суспензии с поверхностным зарядом двойного электрического слоя (ДЭС). В качестве интегрального результата к задаче ТКД получена формула для эффективной теплопроводности, а к задаче ЭКД – формула для эффективной электропроводности и диэлектрической проницаемости. Для диэлектрической проницаемости дана формула, объясняющая экспериментально наблюдаемый эффект гигантской диэлектрической проницаемости (ЭГДП) суспензий с поверхностным зарядом тонкого ДЭС.

Ключевые слова: термокапиллярный дрейф, электрокапиллярный дрейф, суспензия, эффективные характеристики.

Введение

Рассматриваются несжимаемые капельные суспензии с заданными коэффициентами динамической вязкости η , теплопроводности λ , электропроводности σ и диэлектрической проницаемости ϵ для несущей фазы и соответствующими характеристиками $\eta_1, \lambda_1, \sigma_1, \epsilon_1$ для жидкости внутри сферических капель монодисперсного размера радиуса a . Предполагается, что на границе раздела фаз может существовать поверхностный заряд двойного электрического слоя (ДЭС) [1–3] или простого слоя [3]. Цель работы – вывод обобщений известной формулы Максвелла для эффективных коэффициентов электропроводности σ_e , диэлектрической проницаемости ϵ_e и теплопроводности λ_e в различных гидродинамических течениях.

Класс родственных задач по определению эффективных $\lambda_e, \sigma_e, \epsilon_e$ в гетерогенных системах типа композитов с неподвижными фазами часто объединяют термином «принцип обобщенной проводимости» [4]. Это обусловлено подобием дифференциальных уравнений

$$\mathbf{Q} = -\lambda \nabla T, \quad \mathbf{j} = -\sigma \nabla \varphi, \quad \mathbf{D} = -\epsilon \nabla \varphi \quad (1)$$

соответственно для стационарных потоков тепла, электрического тока или электрической индукции и аналогией граничных условий на поверхности раздела фаз.

Эффективные электрические характеристики однородных суспензий

Исходя из выражений для функции тока и электрического потенциала, в [2] методом осреднения по ансамблю возможных конфигураций [5, 6] с помощью бинарной коррелятивной функции $g(r)$ получена система уравнений для описания электрогидродинамических течений однородных суспензий сферических капель с плотностью q поверхностного заряда тонкого ДЭС ($d/a \ll 1$, d – толщина ДЭС, a – радиус капли). Для расчета σ_e и ϵ_e при электрокапиллярном движении или дрейфе (ЭКД) подобной суспензии во внешнем электрическом поле $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{k}$ фактически используется лишь одно из уравнений этой системы для электрического потенциала вида [2]:

$$\Delta \langle \varphi \rangle = 3c\beta [dg/dr + g(2)\delta(r-2)] \cos \theta, \quad (2)$$

где $\delta(r-2)$ – одномерная дельта-функция Дирака, угловые скобки означают осреднение по ансамблю, а функция $g(r)$ для объемной концентрации $c \leq 0.2$ представлена в [6]. Из решения уравнения (2) можно построить поле потенциала в каждой области и, используя усредненные по объему величины и формулы (1), получить обобщение формулы Максвелла при ЭКД суспензии капель [2]

$$\sigma_e = [\sigma(\alpha^* - c(\alpha + \beta))] + \quad (3)$$

$$+ c\sigma_1\alpha_1]/[\alpha^* - c(\alpha + \beta) + c\alpha_1].$$

Полное выражение для σ_e через исходные характеристики суспензии получено в [2] и здесь не приведено из-за его достаточно громоздкого вида.

Формальная замена σ , σ_1 и σ_e на ε , ε_1 и ε_e в (3) дает обобщение формулы Максвелла для ε_e . Однако полученная формула не описывает экспериментально открытый еще в 30-х годах XX века эффект гигантской диэлектрической проницаемости (ЭГДП) [7]. Этот эффект в суспензии капель с тонким ДЭС при постоянном электрическом поле получил теоретическое обоснование в [8].

В приближении магнитной гидродинамики (МГД) для движущейся со скоростью \mathbf{V} проводящей среды при описании ЭГДП в [8] использовалась формула $\mathbf{D} = \varepsilon_0(\varepsilon_1 + (\varepsilon_1 - 1)[\mathbf{v} \times \mathbf{B}])$, где ε_1 – относительная, а ε_0 – абсолютная диэлектрическая проницаемость среды. Если в этой формуле под \mathbf{B} подразумевать собственное магнитное поле [9] приложенных токов, то можно получить [8] следующую формулу для ε_e , объясняющую ЭГДП:

$$\varepsilon_e \approx c\varepsilon_0 \frac{(\varepsilon_\Sigma - 1)[\mathbf{v} \times \mathbf{B}]}{\nabla \langle \varphi^* \rangle - c\nabla \langle \varphi \rangle + c\nabla \langle \varphi_1 \rangle} \circ$$

$$\circ c\varepsilon_0(\varepsilon_\Sigma - 1)f \frac{a}{d} \gg 1,$$

где $a/d \gg 1$ для тонкого ДЭС, ε_Σ – относительная проницаемость среды внутри ДЭС, f – достаточно громоздкое безразмерное выражение, зависящее только от свойств среды: q , μ , σ , σ_1 , η , η_1 . Подчеркнем, что вклад в ЭГДП дают перекрестные члены вида $v_0 B_1$ и $v_1 B_0$, где v_0 и B_0 – соответствующие поля от ЭКД, а v_1 и B_1 – поля от электровихревого течения [9], выражения для которых приведены в [8].

Эффективные тепловые характеристики однородных суспензий

Аналогично получают уравнения для термокапиллярного дрейфа (ТКД) однородных суспензий сферических капель в поле внешнего градиента температуры $\nabla T = A\mathbf{k}$. Для расчета λ_e потребуется только уравнение для температуры

типа (2) [5]. Найдя полное решение этого уравнения, можно в качестве интегрального результата получить эффективную теплопроводность суспензии λ_e , определяя ее по формулам:

$$\lambda_e = \frac{\lambda(\alpha^* - c(\alpha + \beta)) + \lambda_1 c \alpha_1}{\alpha^* - c(\alpha + \beta) + c\alpha_1} \approx$$

$$\approx \lambda \left(1 + c \frac{3\lambda_1 - 5\lambda}{\lambda_1 + 2\lambda} \right),$$

где последнее равенство есть линейное приближение формулы по объемной концентрации.

Автор выражает признательность В.Л. Натяганову за постановку задачи и И.В. Орешину за консультации по ЭГДП суспензий с тонким ДЭС, а также А.М. Головину и К.В. Краснобаеву за полезные обсуждения на семинаре.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №08-08-00712, 11-08-00795).

Список литературы

1. Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959.
2. Натяганов В.Л., Орешина И.В. Электрогидродинамика монодисперсных эмульсий. Ч. 1, 2 // Колл. журнал. 2000. Т.62, №1.
3. Мелчер Дж. Р. Электрогидродинамика // МГ. 1974. №2. С. 3–30.
4. Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. М.: Энергия, 1978.
5. Головин А.М., Чижов В.Е. Об эффективной теплопроводности суспензий // Вестник МГУ. Сер. Математика, механика. 1978. Вып. 1. С. 89–94.
6. Головин А.М., Чижов В.Е. К расчету скорости осаждения однородной суспензии // ПММ. 1978. Т. 42, вып. 1. С. 105–113.
7. Духин С.Е., Шилов В.Н. Диэлектрические явления и двойной слой в дисперсных системах и полиэлектролитах. Киев: Наукова думка, 1972.
8. Натяганов В.Л. Электровихревая модель электрокапиллярного движения сферической капли и шаровой молнии. Эффект гигантской электрической проницаемости однородной суспензии // Математика. Компьютер. Образование. М.: Прогресс-Традиция, 2001. Вып. 8. Ч. II.
9. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И., Щербинин Э.В. Электровихревые течения. Рига: Зинатне, 1985.

THE EFFECTIVE CONDUCTIVITIES OF HOMOGENIOUS SUSPENSIONS OF SPHERICAL DROPS WITH VARIABLE INTERFACIAL TENSION

E.V. Timokhin

The article concerns the problems of the motion of drops suspended in a fluid driven by an interfacial tension gradient. The interfacial tension is assumed to depend on the temperature of the border separating the two phases and causes the movement called termocapillary drift (TCD) of homogenous suspension. A somewhat analogous situation exists with respect to electro-capillary drift (ECD) of a homogeneous suspension of spherical drops with interfacial charge of the double electric

layer (DEL). As a result, an analytic solution is obtained as well as a form for the effective thermal conductivity (from the TCD problem), electric conductivity and dielectric conductivity (from the ECD problem). The dependence in the effective dielectric conductivity form explains the phenomenon of a super-high dielectric conductivity that has been experimentally observed for suspensions with thin DEL.

Keywords: termocapillary drift, electro-capillary drift, suspension, effective conductivities.