

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШЕРОХОВАТОГО ИНДЕНТОРА И ДВУХСЛОЙНОГО УПРУГОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

© 2011 г.

*Е.В. Торская*

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

torskaya@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматривается скольжение жесткого шероховатого тела по границе двухслойного упругого полупространства. Контакт двух тел рассматривается в предположении, что силы трения не влияют на распределение контактного давления под неровностями. Задача решается с помощью исследования периодической контактной задачи, на основе которой определяется функция дополнительного смещения, обусловленная влиянием микронеровностей. Исследуется влияние плотности контакта на распределение давления. При расчете напряжений, возникающих в упругом слое и полупространстве, учитываются силы трения, введенные по закону Кулона–Амонтона. Анализируется влияние величины коэффициента трения на распределение напряжений как для случая периодической контактной задачи, так и для задачи о фрикционном контакте шероховатого индентора.

*Ключевые слова:* контактная задача, двухслойное тело, трение скольжения, множественный контакт, напряженное состояние.

Задача изучения фрикционного контакта тел с покрытиями является актуальной, поскольку антифрикционные, износостойкие покрытия широко используются в различных узлах трения. Поверхностная шероховатость взаимодействующих тел – один из параметров, существенно влияющий как на макрохарактеристики (распределение контактного давления, размер номинальной области контакта), так и на микрохарактеристики (наличие локальных максимумов напряжений на поверхности и в тонких подповерхностных слоях).

В монографии [1] шероховатость моделируется периодической системой инденторов (как одноуровневой, так и многоуровневой), взаимодействующих с упругим полупространством; разработан метод, позволяющий учитывать влияние микронеровностей на макрохарактеристики: распределение контактного давления и размер области контакта. В [2] рассмотрена задача о внедрении в покрытие периодической системы инденторов, при этом тело с покрытием моделируется двухслойным упругим полупространством. Цель настоящего исследования – моделирование контактного взаимодействия двухслойного упругого полупространства и шероховатого индентора и расчет напряжений с учетом сил трения.

Рассматривается контакт осесимметричного шероховатого индентора и двухслойного упругого полупространства (рис. 1). Условия на верх-

ней границе упругого слоя ( $z = 0$ ) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} w^{(1)}|_{z=0}(x, y) &= f(x, y) + D, \quad (x, y) \in \Omega, \\ \sigma_z|_{z=0}(x, y) &= 0, \quad (x, y) \notin \Omega, \\ \tau_{xz}|_{z=0} &= \tau_{yz}|_{z=0} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $w^{(1)}$  – вертикальное перемещение верхней границы упругого слоя,  $f(x, y)$  – функция, описывающая форму поверхности шероховатого индентора,  $\Omega$  – состоящая из отдельных пятен фактическая область контакта.

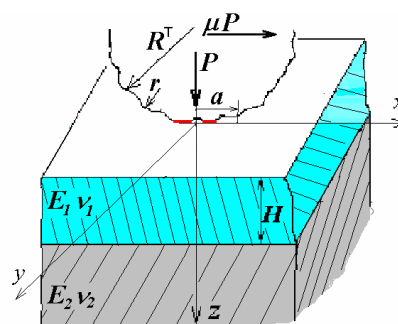


Рис. 1

Условия на границе раздела упругого слоя и упругого полупространства:

$$\begin{aligned} w^{(1)} &= w^{(2)}, \quad v_x^{(1)} = v_x^{(2)}, \quad v_y^{(1)} = v_y^{(2)}, \\ \sigma_z^{(1)} &= \sigma_z^{(2)}, \quad \tau_{xz}^{(1)} = \tau_{xz}^{(2)}, \quad \tau_{yz}^{(1)} = \tau_{yz}^{(2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_z^{(i)}$ ,  $\tau_{xz}^{(i)}$ ,  $\tau_{yz}^{(i)}$ ,  $w^{(i)}$ ,  $v_x^{(i)}$ ,  $v_y^{(i)}$  – напряжения

и перемещения упругого слоя ( $i = 1$ ) и упругого полупространства ( $i = 2$ ).

Условия (1), (2) дополняет уравнение равновесия:

$$P = \iint_{\Omega} \sigma_z(x, y) dx dy, \quad (3)$$

где  $P$  – сила, действующая на индентор.

Можно выделить следующих два этапа решения задачи (1)–(3):

– решение задачи о контакте периодической системы осесимметричных инденторов;

– использование макрохарактеристик, полученных при решении периодической задачи, для исследования контакта индентора с микронеровностями.

Решение периодической контактной задачи изложено в [2]. Метод решения основан на том, что задача сводится к осесимметричной и используются интегральные преобразования Ханкеля, которые позволяют получить из граничных условий систему уравнений, линейную относительно неизвестных функциональных коэффициентов. Полученные функции используются для определения напряжений и перемещений. Решение периодической контактной задачи позволяет получить функцию дополнительного смещения, которая используется при решении двухуровневой контактной задачи. Пример функции, связывающей давление с дополнительным смещением поверхности в области контакта, представлен на рис. 2, на котором для системы сферических инденторов изображена зависимость максимально вертикального смещения от номинального давления для относительно твердых ( $E_1/E_2 = 3$ ) и относительно мягких ( $E_1/E_2 = 0.2$ ) покрытий.

Полученное распределение контактного давления используется при расчете напряжений с учетом сил трения:

$$\begin{aligned} \sigma_z|_{z=0}(x, y) &= p(x, y), & (x, y) \in \Omega, \\ \tau_{xz}|_{z=0}(x, y) &= \mu p(x, y), & (x, y) \in \Omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z|_{z=0}(x, y) &= 0, \quad \tau_{xz}|_{z=0}(x, y) = 0, & (x, y) \notin \Omega, \\ \tau_{yz}|_{z=0}(x, y) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

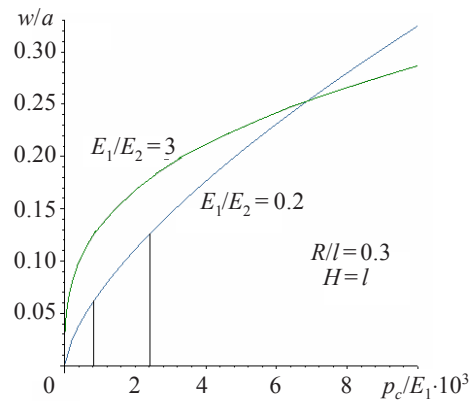


Рис. 2

Для решения задачи с граничными условиями (2) и (4) используется метод, основанный на двойных интегральных преобразованиях Фурье, также используется метод суперпозиции. Исследуется влияние величины коэффициента трения на распределение напряжений в упругом слое и упругом полупространстве. Проведен анализ напряженного состояния для относительно твердых и относительно мягких покрытий. По результатам расчетов можно сделать вывод о существенном влиянии сил трения на распределение напряжений в упругом слое, в особенности на локальные максимумы напряжений, возникающие под неровностями.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №11-01-00650-а.*

#### Список литературы

1. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001.
2. Goryacheva I.G., Torskaya E.V. // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 2003. V.26. P.343–348.
3. Торская Е.В. // Трение и износ. 2002. Т. 23, №2. С. 16–23.

### MODELING THE FRICTION CONTACT OF A ROUGH INDENTER WITH A TWO-LAYER ELASTIC HALF-SPACE

*E.V. Torskaya*

A sliding contact of a rigid rough body and a two-layer elastic half-space is under consideration. It is assumed that friction does not influence the contact pressure distribution under the asperities. The solution is based on the analysis of the periodic contact problem solution, which provides the function of additional displacements due to the presence of asperities. The connection between the contact density and pressure distribution is considered. Stresses inside the two-layer body are calculated, taking into account friction introduced by Coulomb–Amontons law. The effect of friction on the stress distribution is analyzed for the cases of the periodic contact problem and the contact of a rough indenter.

*Keywords:* contact problem, two-layer body, sliding friction, multiple contact, internal stresses.