

УДК 62-50

## УПРАВЛЕНИЕ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ В СЕТЕВЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

© 2011 г.

А.Л. Фрадков

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

fradkov@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассматриваются задачи управления синхронизацией в сетях динамических систем, возникающие в системах координированного управления движением летательных и подводных аппаратов, подвижных роботов, в энергетических системах, различных транспортных сетях и т.д. Дается обзор основных известных результатов и условий синхронизации при децентрализованном и консенсусном управлении. Подробно рассматриваются результаты по робастному и адаптивному управлению синхронизацией методами пассивации и скоростного градиента при целевых функциях энергетического типа. Общие результаты иллюстрируются примерами группового управления роботами, управления энергетическими и экологическими системами.

*Ключевые слова:* синхронизация, сети, децентрализованное управление, адаптивное управление, консенсус.

В настоящее время повсеместное распространение получили сетевые системы, понимаемые как совокупность подсистем (узлов), соединенных физическими или информационными связями. Среди многочисленных примеров можно упомянуть системы координированного управления движением летательных и подводных аппаратов и подвижных роботов, многопроцессорные системы передачи и обработки информации, различные транспортные сети, высокотехнологические производственные сети, распределенные системы управления электрическими сетями, сложные кристаллические решетки и наноструктурные объекты. Подтверждением актуальности и научной значимости проблемы является наблюдаемый в мировой научной литературе «бум» в области сложных сетевых систем (Complex Networks) [1–6]. Публикуются обзорные статьи, отчеты, специальные выпуски журналов, организуются конференции и семинары, посвященные управлению в сетевых системах. Поиск по крупнейшей базе данных публикаций в области автоматике и электронике IEEE Xplore ([www.ieee.org](http://www.ieee.org)) показывает, что за 2005–2006 гг. статьи со словами complex и networks в названии встречаются 101 раз, в 2.3 раза чаще, чем в 2000–2001 гг. (44 статьи), а за 2008–2009 гг. это количество утраивается (329 статей)! Поиск по базе данных научного цитирования Web of Science показывает удвоение количества статей в рецензируемых журналах по данной тематике за 4 года: 25 статей в 2001 г., 50 статей в 2005 г., 102 статьи в 2009 г. Пере-

численные факты говорят о стремительном росте актуальности тематики, связанной с управлением в сетевых системах.

Особенностью задач управления и наблюдения в сетях динамических систем является то, что узлы, как правило, не управляются из единого центра, а принимают и реализуют решения самостоятельно, на основе доступной им информации. Такой способ поведения называется агентным, узлы-подсистемы называются агентами, а вся система – мультиагентной. Широкий класс сетевых мультиагентных систем описывается в непрерывном времени математическими моделями

$$\dot{x}_i = F(x_i, u_i) + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \varphi_{ij}(x_i, x_j), \quad (1)$$

где  $x_i(t)$  – векторы состояния узлов,  $u_i(t)$  – входы (управления),  $y_i(t)$  – измеряемые переменные (выходы), функции  $F(\cdot)$  характеризуют собственную (локальную) динамику агентов, функции  $\varphi_i(\cdot)$  характеризуют взаимодействия между агентами, а числа  $\alpha_{ij}$  задают (нагруженный) граф связей в системе.

Вопросам анализа и синтеза подобных систем посвящено огромное количество работ, например [1–7]. Адекватным математическим аппаратом является сплав теории устойчивости (обычно ляпуновские или вход-выходные методы) и теории графов (свойства системы существенно зависят от спектра так называемой лапласовской матрицы графа связей, определяемой через его матрицу смежности). При этом в связях могут

учитываться эффекты задержки и отключения, т.е. возникающие графы оказываются нестационарными.

Типичной целью управления является синхронизация, означающая согласованное поведение агентов, например полная или частичная координатная синхронизация – сближение со временем состояний агентов или их наблюдаемых выходов:  $\|x_i(t) - x_j(t)\| \rightarrow 0$  или  $\|y_i(t) - y_j(t)\| \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ . Приводится общее определение синхронизации, охватывающее различные ее виды, встречающиеся в природе и технике. Частным случаем задач синхронизации являются задачи достижения консенсуса [2, 6], в которых каждый агент стремится уменьшить отклонение своей целевой переменной от среднего арифметического соответствующих переменных своих соседей. К задачам частичной координатной синхронизации с помощью метода виртуального лидера сводятся и задачи группового управления (управления формациями) [1–3, 6].

Приводятся математические постановки задач и формулировки основных результатов в перечисленных областях. Представлены подходы к систематизации известных результатов из [1, 2, 6]. Дается обзор результатов, полученных в лаборатории управления сложными системами ИПМаш РАН, где рассматривались также задачи адаптивного управления в сетях и подходы на основе метода пассивации. Получены усиленные результаты [7, 8]. Для сетей объектов в форме Лурье

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= Ax_i + Bu_i + \varphi_0(x_i) + \sum_{j=1}^n \alpha_{ij} \varphi_{ij}(x_i - x_j), \\ y_i &= C^T x_i, \quad i = 1, \dots, d, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $x_i \in R^n$ ,  $u_i \in R^1$ ,  $\alpha_{ij} \in R^1$ ,  $y_i \in R^l$ , показывается, что адаптивный алгоритм децентрализованного управления

$$\begin{aligned} u_i &= \theta_i^T(t)[y_i - \bar{y}] + \bar{u}, \\ \dot{\theta}_i &= -g^T \tilde{y}_i \Gamma_i \tilde{y}_i, \quad i = 1, \dots, d, \end{aligned} \quad (3)$$

решает задачу синхронизации, если функции  $\varphi$ ,  $\varphi_{ij}$  – липшицевы с константами  $L$ ,  $L_{ij}$ ; функция  $g^T C[(s+L)I - A]^{-1} B$  – гиперминимально фазовая; величина  $\sum_{i=1}^d |\alpha_{ij} L_{ij}|$  достаточно мала. Представлены аналогичные результаты для сетей с запаздыванием в связях. Для сетей с нелинейностями,

зависящими только от выхода агента, синхронизация обеспечивается при ослабленных условиях на связи.

Дальнейшее ослабление требований на связи проведено при замене децентрализованного управления на консенсусное (частично децентрализованное). Рассмотрены задачи синхронизации для возмущенных объектов и показано, что при действии на объект возмущений, ограниченных равномерно или в среднеквадратическом, синхронизацию можно обеспечить с некоторой погрешностью, также ограниченной равномерно или в среднеквадратическом.

Общие результаты иллюстрируются решением задач группового управления роботами, управления энергетическими и экологическими системами.

*Работа выполнена при поддержке ФЦП «Кадры», гос. контракты №16.740.11.0042, 14.740.11.0942, и программы ОЭМПУ 02.*

#### Список литературы

1. Fax J.A., Murray R.M. Information flow and cooperative control of vehicle formations // IEEE Trans. Autom. Control. 2004. V. 9. P. 1465–1476.
2. Olfati-Saber R., Fax J.A., Murray R.M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems // Proceedings of the IEEE. Special Issue on Networked Control Systems. 2007. Vol. 95, No 1. P. 215–233.
3. Каляев И.А. Принципы организации децентрализованных систем управления коллективов микроботов // Мехатроника. 2000. № 6.
4. Sarlette A., Sepulchre R., Leonard N. Cooperative attitude synchronization in satellite swarms: A consensus approach // 17th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. Toulouse, France. – June 2007.
5. Martinez S. et al. On synchronous robotic networks. Part I; II // IEEE Trans. Autom. Control. 2007. V. 52, No 12. P. 2199–2213; 2214–2226.
6. Ren W. Formation keeping and attitude alignment for multiple spacecraft through local interactions // J. Guid. Control Dynam. 2007. V. 30, No 2. P. 633–638.
7. Джунусов И.А., Фрадков А.Л. Адаптивная синхронизация сети взаимосвязанных нелинейных систем Лурье // АиТ. 2009. Т. 7. С. 111–126.
8. Fradkov A.L. Adaptive control and synchronization of complex networks // LCCC: Thematic Program of Spring 2010: Distributed Decision-Making and Control. Lund University, 2010. <http://www.lccc.lth.se/uploads/LCCC2010/WorkshopApril2010/AlexanderFradkov.pdf>.

**CONTROL OF SYNCHRONIZATION IN DYNAMICAL NETWORKS***A.L. Fradkov*

The problems of controlled synchronization in networks of dynamical systems are considered. Such problems arise in coordination control systems of UAVs and UUVs, mobile robots, power networks, various transportation networks, etc. A survey of existing results for decentralized control and consensus control is given. Robust and adaptive synchronization control based on passification and speed-gradient methods are presented in detail. General results are illustrated by examples of robot formation control, energy systems and ecological systems.

*Keywords:* synchronization, networks, decentralized control, adaptive control, consensus.