

УДК 531.36

**СЕМЕЙСТВО ОДНООСНЫХ РАВНОВЕСНЫХ ОРИЕНТАЦИЙ ГИРОСТАТА  
С УПРУГИМ СТЕРЖНЕМ НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ**

© 2011 г.

**С.В. Чайкин**

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск

schaik@yandex.ru

*Поступила в редакцию 24.08.2011*

Рассматривается в ограниченной постановке движение вокруг притягивающего центра по кеплеровой круговой орбите в центральном ньютоновском поле сил гиростата, в носителе которого защемлен одним концом тонкий однородный упругий стержень. Приводится однопараметрическое семейство нетривиальных относительных равновесий системы (состояний покоя относительно орбитальной системы координат, за исключением маятника, когда стержень деформирован), определяемое произвольным расположением орта местной вертикали в плоскости, перпендикулярной первоначально недеформированной оси стержня. Указаны достаточные условия устойчивости по Ляпунову нетривиальных относительных равновесий семейства. Исследования выполнены при определенных упрощающих предположениях. В частности, предполагалось, что вектор перемещения точек оси стержня в результате упругих деформаций представим в виде бесконечного ряда разложения (без априорного усечения) по известной системе функций, зависящих от пространственной координаты, с неизвестными коэффициентами, зависящими от времени.

*Ключевые слова:* гиростат, упругий стержень, круговая орбита, ограниченная постановка, относительные равновесия, устойчивость.

Рассматривается в ограниченной постановке движение [1] вокруг притягивающего центра по кеплеровой круговой орбите в центральном ньютоновском поле сил гиростата, в носителе которого защемлен одним концом тонкий однородный упругий стержень постоянного кругового сечения. Второй конец стержня свободен. Прямолинейная в недеформированном состоянии ось стержня располагается в какой-либо главной плоскости центрального эллипсоида инерции гиростата и проходит через его центр.

Гиростат есть твердое тело (носитель), в котором зафиксирована ось вращающегося с постоянной собственной угловой скоростью динамически и статически уравновешенного маятника. Считаем, что в процессе движения системы стержень подвергается малым пространственным изгибным деформациям в соответствии со следующими гипотезами Кирхгофа: поперечные сечения стержня не деформируются; пренебрегается их кручением и изменением нормали к плоскости сечения относительно нормали этого же сечения в недеформированном состоянии стержня.

Показано, что уравнения движения гиростата с упругим стержнем допускают однопараметрическое семейство, вообще говоря, нетривиальных относительных равновесий (состояний покоя системы относительно орбитальной системы координат, за исключением, естественно,

маятника, при деформированном стержне), однозначно определяемое произвольным расположением орта местной вертикали в плоскости, перпендикулярной оси недеформированного стержня. Конкретное равновесие семейства реализуется при определенном выборе гиростатического момента системы, зависящем как от параметра семейства, так и от деформации стержня в данном равновесии. Таким образом, решается задача об относительных равновесиях системы в полуобратной постановке [2], которая естественным образом переносится здесь для гиростата с упругим стержнем.

Получены (достаточные) условия на параметры системы, обеспечивающие устойчивость по Ляпунову равновесий семейства. При этом используется функционал Ляпунова в виде связи известных интегралов уравнений движения, его определенная положительность на равновесиях доказана с использованием подхода, изложенного в [3]. Как и для гиростата (без упругих элементов), часть условий устойчивости может быть выполнена за счет соответствующего выбора величины проекции гиростатического момента на нормаль к плоскости орбиты, а другая часть условий устойчивости накладывает ограничения на жесткостные характеристики стержня и моменты инерции самого гиростата.

Исследования проведены при следующих

предположениях [3, 4]:

1. Вектор перемещения точек оси стержня в результате упругих деформаций представим в виде бесконечного ряда разложения (без априорного усечения) по некоторой заданной системе функций, зависящих от пространственной координаты, с неизвестными коэффициентами (лагранжевы координаты, определяющие деформацию стержня), зависящими от времени.

2. Считаю относительное перемещение центра масс системы, вызванное деформациями упругого стержня, пренебрежимо малым (методика учета таких перемещений в рассматриваемых задачах приводится в [5]).

3. Потенциальная энергия упругих деформаций стержня есть квадратичная форма счетного числа лагранжевых координат, определяющих эту деформацию.

4. Потенциальная энергия гравитационных сил берется в «спутниковом» приближении [1].

5. Эллипсоид инерции гиростата не является эллипсоидом вращения.

#### Список литературы

1. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
2. Pascal M., Stepanov S.Ya. On a semi-inverse problem in the motion of gyrostat satellites // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 1991. V. 50. P. 99–108.
3. Chaikin S.V. Equilibria stability of the satellite as a system with a countable number of degrees of freedom // *Acta Astronautica*. 2001. V. 48, №4. P. 193–202.
4. Чайкин С.В. Устойчивость семейства нетривиальных равновесных ориентаций на притягивающий центр гиростата с упругим стержнем // *ПММ*. 2004. Т. 68, вып. 6. С. 971–983.
5. Белецкий В.В., Чайкин С.В. Учет перемещения центра масс гиростата с упругим стержнем при анализе устойчивости семейства его равновесий // *Вестник Московского ун-та. Сер. I. Математика, механика*. 2006. №1. С. 42–47.

### THE FAMILY OF UNIAXIAL STABLE ORIENTATION OF A GYROSTAT WITH AN ELASTIC ROD ON A CIRCULAR ORBIT

*S.V. Chaikin*

The paper considers a limited formulation of the motion of a gyrostat along a Keplerian circular orbit in a central Newtonian field of forces with a thin homogeneous elastic rod clamped by one end in its carrier. A one-parameter family of nontrivial relative equilibria of the system (the state of rest relative the orbital coordinate system, except for the flywheel when the rod is deformed) is presented, defined by the arbitrary position of the unit vector of the local vertical in the plane perpendicular to the initial unstrained rod axis. Sufficient conditions for Liapunov stability of the nontrivial relative equilibria of that family are determined. The investigation was done under some simplifying assumptions. In particular it was assumed that the displacement vector of an arbitrary point of the rod axis under elastic deformation can be represented by an infinite series (without a priori truncation) of expansion on given set of functions depending on the spatial coordinates of point multiplied by unknown time-dependent coefficients.

*Keywords:* gyrostat, elastic rod, circular orbit, restricted formulation, relative equilibria, stability.