

УДК 539.3

ВОЗМОЖНАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ В УПРОЧНЯЮЩИХСЯ МАТЕРИАЛАХ

© 2011 г.

А.П. Шабанов

Сибирский госуниверситет путей сообщения, Новосибирск

shabanov@211.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Предложен механизм развития трещины на основе исследования изменения радиуса кривизны вершины дефекта в процессе циклического нагружения образца. Получены зависимости, связывающие механические характеристики материала, геометрию трещины и скорость ее роста при усталостном нагружении конструкции.

Ключевые слова: усталостная трещина, пластическая зона, закон Париса.

Рассматривается образец, изготовленный из однородного, изотропного упрочняющегося материала. Изначально образец имеет трещиновидный дефект длиной $2l$. Вершина дефекта – тупая, имеющая радиус кривизны ρ_1 . Образец нагружается циклическими напряжениями на бесконечности, ориентированными перпендикулярно направлению трещины. Максимальные и минимальные напряжения цикла нагружения соответственно равны σ_{\max} и σ_{\min} . Абсолютная величина напряжений не превосходит значения предела текучести материала. Циклическое нагружение образца на каждом полупериоде внешней нагрузки моделируется последовательным приложением растягивающих и сжимающих напряжений, равных по величине ($\sigma_{\max} - \sigma_{\min}$). При растяжении образца разрушение материала происходит в момент, когда деформация превышает предельное значение $\tilde{\epsilon}_b$. При сжатии величина деформации не ограничена. Анализируется установившийся процесс разрушения. Геометрия трещины и напряженно-деформированное состояние материала в вершине дефекта сформировались в результате предыдущего продолжительного циклического нагружения образца. Механизмы старга трещины и хрупкого долома не рассматриваются.

Представим диаграмму деформирования материала образца как кусочно-непрерывную функцию (рис. 1), составленную из прямой линии, описывающей упругий участок работы: $\sigma(\epsilon) = E\epsilon$, и степенной функции, описывающей упруго-пластическое деформирование материала: $\sigma(\epsilon) = \sigma_T(\epsilon/\epsilon_T)^n$ ($0 \leq n \leq 1$). Здесь σ_T, ϵ_T – предел текучести и деформация, соответствующая пределу текучести материала образца.

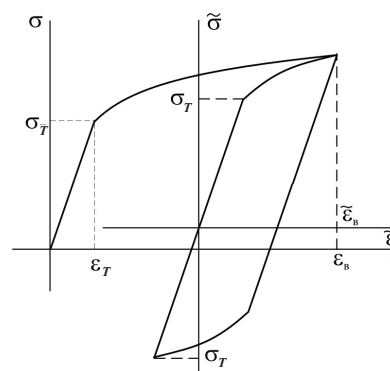


Рис. 1

Используя известные соотношения Нейбера [1, 2] для коэффициентов концентраций, запишем изменение деформации области, примыкающей к вершине дефекта, при росте внешней нагрузки от σ_{\min} до σ_{\max} в системе координат $\tilde{\sigma} - \tilde{\epsilon}$, связанной с гистерезисной петлей (см. рис. 1), в виде [3]:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_T \left[2 \sqrt{\frac{l}{\rho_2} \frac{\sigma_{\max} (1-r)}{\sigma_T}} - 1 \right]^{2/(n+1)}, \quad r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}.$$

Здесь учтено, что при нагружении радиус кривизны вершины трещины изменяется от значения ρ_1 до ρ_2 (рис. 2). Эти радиусы связаны между собой зависимостью $\rho_2 = \rho_1(1 + \tilde{\epsilon})^2$ [3]. В процессе роста внешней нагрузки развиваются два разнонаправленных процесса: увеличение уровня упруго-пластических деформаций и одновременно увеличение радиуса кривизны носика трещины, что, в свою очередь, уменьшает коэффициент концентрации деформаций и, следовательно, уменьшает значение упруго-пластических деформаций. Геометрия трещины как бы подстраивается под уровень нагрузки таким образом, чтобы при рос-

те внешних напряжений максимальные деформации в ее вершине не превосходили предельного уровня. В этом случае материал не разрушается, трещина не растет. Если все же деформации в вершине дефекта достигли предельного уровня до того момента, как внешняя нагрузка станет равной значению σ_{\max} , дальнейшее увеличение радиуса кривизны вершины трещины возможно только за счет разрушения материала образца.

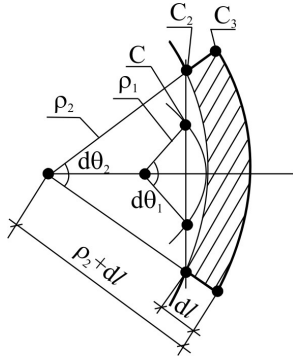


Рис. 2

Считая нагружение вершины трещины «жестким», можно предположить, что в процессе роста внешней нагрузки трещина первоначально максимально раскрывается и лишь затем разрушается часть материала шириной dl (см. рис.2). С учетом этого обстоятельства запишем упруго-пластическую деформацию $\tilde{\varepsilon}_{\max}$, которая возникла бы в вершине дефекта в конце прямого хода цикла нагружения в предположении, что материал не разрушается:

$$\tilde{\varepsilon}_{\max} = \varepsilon_T \left[2 \sqrt{\frac{l}{\rho_1 (1 + \tilde{\varepsilon}_{\max})^2} \frac{\sigma_{\max} (1-r)}{\sigma_T} - 1} \right]^{2/(n+1)} = \left[\frac{\bar{\varepsilon}^{(n+1)/2}}{1 + \tilde{\varepsilon}_{\max}} - \varepsilon_T^{(n+1)/2} \right]^{2/(n+1)}. \quad (1)$$

Здесь обозначено

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon_T \left[2 \sqrt{\frac{l}{\rho_1} \frac{\sigma_{\max} (1-r)}{\sigma_T}} \right]^{2(n+1)}. \quad (2)$$

Решение уравнения (1) дает значение деформации $\tilde{\varepsilon}_{\max}$. Пока $\tilde{\varepsilon}_{\max} \leq \tilde{\varepsilon}_B$ материал разрушаться не будет, однако увеличится радиус кривизны вершины дефекта. Если величина деформаций $\tilde{\varepsilon}_{\max}$ окажется больше значения $\tilde{\varepsilon}_B$, произойдет разрушение материала в кончике трещины (заштрихованная область на рис. 2). Это приведет к росту радиуса кривизны вершины дефекта, пока максимальная деформация не уменьшится до значения $\tilde{\varepsilon}_B$:

$$\tilde{\varepsilon}_B = \varepsilon_T \left[2 \sqrt{\frac{l + dl}{\rho_2 + dl} \frac{\sigma_{\max} (1-r)}{\sigma_T} - 1} \right]^{2/(1+n)} \cong$$

$$\cong \left[\bar{\varepsilon}^{(1+n)/2} \left((1 + \tilde{\varepsilon}_{\max})^2 + \frac{dl}{\rho_1} \right)^{-1/2} - \varepsilon_T^{(1+n)/2} \right]^{2/(1+n)}.$$

Отсюда получаем подрастание трещины за минимально возможное количество циклов нагружения $dN = 1$:

$$dl = \rho_1 \left[\bar{\varepsilon}^{1+n} (\tilde{\varepsilon}_B^{(1+n)/2} + \varepsilon_T^{(1+n)/2})^{-2} - (1 + \tilde{\varepsilon}_{\max})^2 \right] dN. \quad (3)$$

Рассматривая аналогично обратный ход цикла нагружения [3], получаем соотношение:

$$\sqrt{(\rho_1 (1 + \tilde{\varepsilon}_{\max})^2 + dl) \left(\rho_1 + \frac{2dl}{1 + \tilde{\varepsilon}_{\max}} \right)^{-1}} - 1 = \left[\bar{\varepsilon}^{(n+1)/2} \left(1 + \frac{2dl}{\rho_1 (1 + \tilde{\varepsilon}_{\max})} \right)^{-1/2} - \varepsilon_T^{(n+1)/2} \right]^{2/(n+1)}, \quad (4)$$

которое совместно с равенством (3) образует систему нелинейных уравнений относительно неизвестных $\tilde{\varepsilon}_B$ и dl . После ее линеаризации скорость роста трещины может быть представлена в виде [3]:

$$\frac{dl}{dN} \approx \rho_1 \frac{1-n}{1+n} \bar{\varepsilon}^2. \quad (5)$$

Если в соотношении (2) размах внешних напряжений выразить через размах коэффициентов интенсивности напряжений

$$\Delta K = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \sqrt{\pi l},$$

то уравнение (5) приобретает вид

$$\frac{dl}{dN} \approx \rho_1 \frac{1-n}{1+n} \varepsilon_T^2 \left[\frac{2}{\sqrt{\pi \rho_1} \sigma_T} \right]^{4(n+1)} \Delta K^{4(n+1)}. \quad (6)$$

Сравнивая равенство (6) с формулой Париса: $dl/dN = C \Delta K^m$, получаем значения коэффициентов:

$$C = \rho_1 \frac{1-n}{1+n} \varepsilon_T^2 \left[\frac{2}{\sqrt{\pi \rho_1} \sigma_T} \right]^{4/(n+1)} \quad \text{и} \quad m = \frac{4}{n+1}. \quad (7)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №10-08-00220).

Список литературы

1. Нейбер Г. Теория концентрации напряжений в призматических стержнях, работающих в условиях сдвига, для любого нелинейного закона, связывающего напряжения и деформации. Механика: Сб. переводов. 1961. №4. С. 117–130.
2. Нейбер Г. Концентрация напряжений. М.-Л.: Гос. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1947. 204 с.
3. Шабанов А.П. Об одной схеме развития усталостной трещины // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. №5. С. 40–47.

A POSSIBLE MODEL OF A FATIGUE CRACK IN HARDENING MATERIALS

A.P. Shabanov

A model for crack growth is proposed based on the studies of the variation in the curvature at the crack tip during cyclic loading. Relations are obtained between mechanical material characteristics, crack geometry, and the rate of crack growth in a structure under cyclic loading.

Keywords: fatigue crack, plastic zone, Paris law.