

УДК 681.5.01

ФРИКЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ (ЕЩЕ РАЗ О МАЯТНИКЕ ФРОУДА)

© 2011 г.

В.Н. Шамберов

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

shamberov@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Способность маятника Фроуда генерировать автоколебания обычно объясняется наличием отрицательного участка в характеристике трения между муфтой маятника и вращающимся подвесом. Автором доказывается, что маятник может генерировать автоколебания и при отсутствии отрицательного участка в характеристике трения.

Ключевые слова: сухое трение, вязкое трение, состояние равновесия, автоколебания, предельный цикл, бифуркация.

Математическая модель маятника

Будем считать, что трение движения (скольжения) является граничным и представляет собой сумму сухого трения и вязкого трения. Сухое трение характеризуется моментом от сил трения покоя ($M_{тр.0}$) и моментом от сил трения скольжения ($M_{с.тр.ск}$) [1, 2]. Момент от сил трения движения ($M_{тр.ск}(\dot{\varphi}) = M_{с.тр.ск} + k\dot{\varphi}$) не имеет отрицательного участка. Динамическое поведение маятника (условная схема маятника представлена на рис. 1а) будет определяться логико-динамической моделью, в структурном виде представленной на рис. 1б и рис. 2.

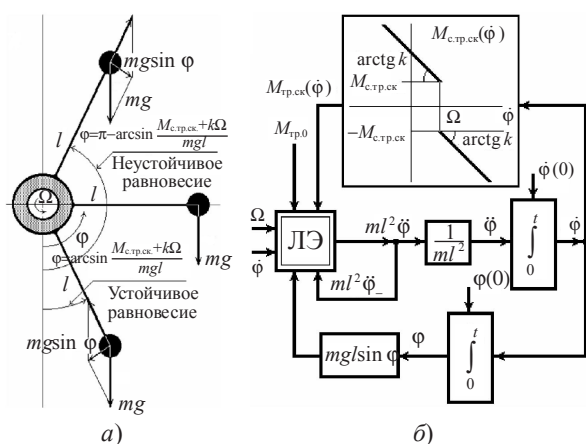


Рис. 1

В модели обозначено: $\varphi, \dot{\varphi}$ – угол и угловая скорость отклонения маятника – переменные состояния; m – сосредоточенная масса маятника, l – длина маятника, g – ускорение силы тяжести, k – коэффициент, характеризующий вязкое трение, Ω – угловая скорость вращения подвеса, – параметры модели.

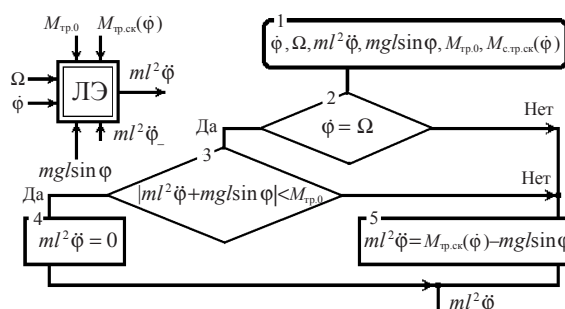


Рис. 2

Условия возникновения фрикционных автоколебаний маятника

Существованием автоколебаний маятника соответствует существование на поверхности состояний (цилиндрической фазовой поверхности) устойчивого предельного цикла.

Методом точечных отображений было установлено, что устойчивый предельный цикл появляется в результате раздвоения (бифуркации) полуустойчивого предельного цикла при выполнении следующих условий:

$$4ml^2c > k^2 > 2ml^2c, \quad \frac{ml^2c}{ml^2c - kG + G^2} <$$

$$\exp \left[\frac{2k}{\sqrt{4ml^2c - k^2}} \arctg \frac{(k - G)\sqrt{4ml^2c - k^2}}{k(k - G) - 2ml^2c} \right],$$

$$\exp \left[\frac{2k}{\sqrt{4ml^2c - k^2}} \left(\arctg \frac{k\sqrt{4ml^2c - k^2}}{k^2 - 2ml^2c} + \pi \right) \right],$$

$$2ml^2c > k^2, \quad \frac{ml^2c}{ml^2c - kG + G^2} <$$

$$\frac{\exp\left[\frac{2k}{\sqrt{4ml^2c-k^2}} \operatorname{arctg} \frac{(k-G)\sqrt{4ml^2c-k^2}}{k(k-G)-2ml^2c}\right]}{\exp\left[\frac{2k}{\sqrt{4ml^2c-k^2}} \left(\operatorname{arctg} \frac{k\sqrt{4ml^2c-k^2}}{k^2-2ml^2c} + 2\pi\right)\right]}$$

В полученных выражениях наряду с параметрами маятника присутствуют обобщенные параметры $c = \sqrt{m^2 g^2 l^2 - (M_{\text{тр.ост.}} + k\Omega)^2}$ и $G = (M_{\text{тр.0}} - M_{\text{тр.ост.}}) / \Omega$, характеризующие как соб-

ственно параметры сухого трения ($M_{\text{тр.0}}$, $M_{\text{с.тр.ск}}$), так и превышение сил трения покоя над силами трения скольжения $M_{\text{тр.0}} - M_{\text{с.тр.ск}} > 0$.

Список литературы

1. Шамберов В.Н. Фрикционные колебания в динамических системах // IX Всерос. съезд по теоретич. и прикладной механике. Нижний Новгород, 22–28 авг. 2006. Н.Новгород: Изд-во ННГУ. 2006. Т. 1. С. 119–120.
2. Шамберов В.Н. Фрикционные автоколебания в механических системах // Изв. вузов. Приборостроение. 2010. Т. 53, № 2. С. 24–28.

FRICION SELF-OSCILLATIONS IN MECHANICAL SYSTEMS (MORE ABOUT FRODE'S PENDULUM)

V.N. Shamberov

The ability of Frode's pendulum to generate self-oscillations is usually explained by the presence of a negative section in the friction characteristics between the sliding coupler and rotating suspension of the pendulum. This work proves that the pendulum can also generate persistent oscillations in the absence of the negative section in the friction characteristics.

Keywords: dry friction, liquid friction, state of balance, persistent oscillations, limit cycle, bifurcation.