

УДК 521.135

ГАМИЛЬТОНОВА НОРМАЛЬНАЯ ФОРМА В ОКРЕСТНОСТЯХ КОЛЛИНЕАРНЫХ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КРУГОВОЙ ЗАДАЧИ ТРЕХ ТЕЛ

© 2011 г.

М.М. Шундерюк

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

shunderyuk@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2011

Показано, как при помощи алгоритма инвариантной нормализации находится гамильтонова нормальная форма четвертой степени в окрестностях коллинеарных точек либрации ограниченной пространственной круговой задачи трех тел. Найдены точные зависимости коэффициентов нормальной формы от отношения масс тяжелых тел. Находится подпространство фазовых переменных, начальные значения которых определяют периодические траектории в окрестностях точек либрации.

Ключевые слова: гамильтонова нормальная форма, коллинеарные точки либрации, инвариантная нормализация.

Рассматривается задача движения тела малой массы m_3 под действием притяжения двух небесных тел, обладающих конечными массами m_1 и m_2 (например, движение космического аппарата, притягиваемого Землей и Луной). Для определенности будем считать $m_1 > m_2$, а также $m_1 + m_2 = 1$. Предполагается, что тело малой массы не влияет на движение конечных масс, а тела конечных масс совершают движение по окружности. Точки, в которых тело малой массы находится в состоянии относительного равновесия по отношению к телам конечных масс, называются точками либрации. В ограниченной задаче трех тел существует три коллинеарные точки либрации, лежащие на прямой, соединяющей тела конечных масс, и две треугольные точки либрации, расположенные таким образом, что два тела и точки либрации образуют равносторонние треугольники.

Тела массой m_1 и m_2 располагаются на безразмерном единичном расстоянии друг от друга, ось абсцисс вводится параллельно отрезку, соединяющему массы, а ось ординат – перпендикулярно. Центр масс системы находится на расстоянии $\mu = m_2 / (m_1 + m_2)$ от тела с массой m_1 . Так как $m_1 > m_2$, справедливо $0 < \mu < 1/2$. Коллинеарные точки либрации обозначены через L_1, L_2 и L_3 , а треугольные через L_4 и L_5 (рис. 1). Начало координат располагается в точке либрации L_1 . Координаты тела малой массы обозначены через x, y и z . К степенному разложению гамильтониана задачи [1] применяется алгоритм инвариантной нормализации [2], результатом чего является нормализованный вплоть до членов 4-го порядка

гамильтониан $\hat{H} = \hat{H}_2 + \hat{H}_3 + \hat{H}_4$:

$$\begin{aligned} \hat{H}_2 &= \lambda Q_1 P_1 + i\omega_1 Q_2 P_2 + i\omega_2 Q_3 P_3, \quad \hat{H}_3 = 0, \\ \hat{H}_4 &= \alpha_{11} Q_1^2 P_1^2 + \alpha_{22} Q_2^2 P_2^2 + \alpha_{33} Q_3^2 P_3^2 + \\ &+ \dots + \alpha_{12} Q_1 P_1 Q_2 P_2 + \alpha_{13} Q_1 P_1 Q_3 P_3 + \\ &+ \alpha_{23} Q_2 P_2 Q_3 P_3. \end{aligned}$$

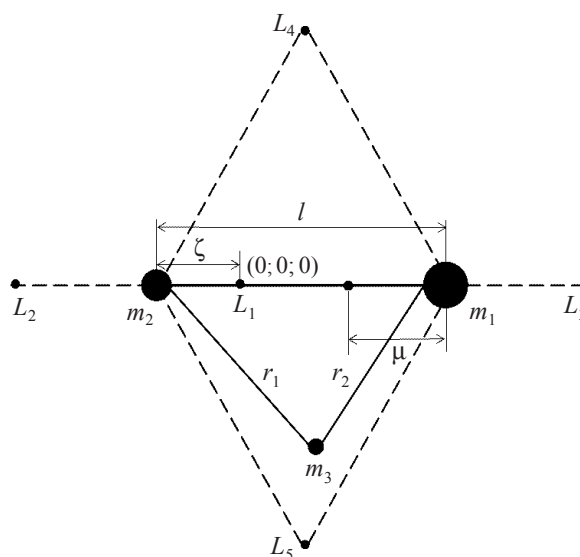


Рис. 1

Все входящие в гамильтониан параметры найдены аналитически как функции от μ для каждой из коллинеарных точек либрации. Строится точное решение уравнений движений, соответствующих нормализованному гамильтониану, и исследуются условия их финитности.

Список литературы

1. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978.
2. Журавлев В.Ф. Инвариантная нормализация неавтономных гамильтоновых систем // ПММ. 2002. Т. 66. Вып. 3. С. 356–365.

**HAMILTON NORMAL FORM IN THE VICINITY OF COLLINEAR LIBRATION POINTS
IN THE RESTRICTED THREE-BODY PROBLEM***M.M. Shunderyuk*

In the article by means of the algorithm of invariant normalization 4-order Hamilton normal form in the vicinity of collinear libration points in the restricted three-body problem is obtained. The analytical dependencies of normal form's coefficients on mass ratio are gained. The conditions of possibility of finite and periodical solutions are presented.

Keywords: Hamilton normal form, collinear libration point, invariant normalization.