

УДК 532.5,551.32

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СНЕЖНОЙ ЛАВИНЫ С ПРЕГРАДОЙ

© 2011 г.

М.Э. Эглит<sup>1</sup>, Ю.А. Дроздова<sup>2</sup>, В.С. Кулибаба<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский госуниверситет им. М.В. Ломоносова

<sup>2</sup>Российский госуниверситет нефти и газа им. И.М. Губкина, Москва

m.eglit@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Рассмотрен процесс удара снежной лавины о вертикальную неподвижную преграду. Характеристики процесса – как количественные (распределение давления, плотности, скорости, форма свободной поверхности потока), так и качественные (особенности распределения давления и скорости) – получены с помощью компьютерного моделирования. В модели учитываются сжимаемость снега и сила тяжести. Снег представлен в виде смеси воздуха с частичками льда. Описана зависимость полученных характеристик от начальных безразмерных параметров лавинного потока (концентрации льда в смеси, числа Маха, числа Фруда). Сделаны выводы о степени влияния величины каждого из этих параметров на величину ударного давления лавины и другие важные характеристики удара.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, численные расчеты, снежные лавины, преграда, ударное давление.

### Постановка задачи

Расчет давления на преграду (защитную дамбу или стену сооружения) при ударе снежной лавины – одна из наиболее важных задач при проектировании сооружений в горах. В инженерной практике при оценке силы удара используется, как правило, простейшая формула  $F = C_D \rho u_0^2$ , где  $u_0$  – скорость лавинного потока, причем коэффициент  $C_D$  считается функцией числа Фруда набегающего потока, зависящей от типа лавины и различной для разных регионов. В литературе имеется небольшое количество работ по математическому моделированию процесса удара. В них, за исключением [1], лавинный снег считается несжимаемым, хотя известно, что при ударе плотность может увеличиться до двух раз. В [1] рассматривается лавина из плотного снега и не учитывается действие силы тяжести, поэтому максимальная высота подъема потока вдоль стенки не вычисляется.

В настоящей работе представлены результаты численного решения и исследования двумерной задачи об ударе лавины о препятствие в виде вертикальной стенки с учетом сжимаемости снега и силы тяжести. Процесс считается адиабатическим, трение не учитывается. Рассматриваются лавины из легкого снега с плотностью менее  $100 \text{ кг/м}^3$ . В таких потоках ледяные частицы не имеют постоянных контактов друг с другом, и

материал лавинного потока может рассматриваться как смесь двух газов: воздуха и газа ледяных частиц. Уравнение состояния и выражение для внутренней энергии принимаются в виде [2, 3]:

$$p = \frac{\rho R(1-\phi)T}{1-\phi\rho/\rho_i},$$

$$e = (\phi c + (1-\phi)c_V)T = \frac{1}{\Gamma-1} \frac{p}{\rho} \left( 1 - \phi \frac{\rho}{\rho_i} \right),$$

формула для скорости звука такова

$$a = \sqrt{\frac{\Gamma p}{\rho(1-\phi\rho/\rho_i)}}, \quad \Gamma = \frac{\phi c + (1-\phi)c_P}{\phi c + (1-\phi)c_V}.$$

Здесь  $R$  – газовая постоянная воздуха,  $\rho_i$  – плотность льда,  $\phi$  – массовая концентрация льда в смеси,  $T$  – температура,  $c$  – удельная теплоемкость льда,  $c_V$  и  $c_P$  – удельные теплоемкости воздуха при постоянном объеме и при постоянном давлении,  $\Gamma$  – показатель адиабаты для смеси.

Эти уравнения состояния вместе с условием адиабатичности замыкают систему уравнений неразрывности, движения и энергии. В начальный момент поток занимает полубесконечную полосу ( $x' < X$ ) заданной постоянной глубины  $H$  и имеет заданную скорость  $u_0$ ; координата стенки –  $X$ , значения плотности и давления на поверхности потока –  $p_0$ ,  $\rho_0$ . Уравнение поверхности потока после удара  $y = f(x, t)$ , функция  $f(x, t)$  подлежит определению. Граничные условия на стенке, на

поверхности склона и на свободной поверхности потока стандартные.

**Численное решение и анализ результатов**

Задача решалась численно. Использовались следующие безразмерные переменные:

$$x' = \frac{x}{H}, \quad y' = \frac{y}{f(x,t)}, \quad t' = \frac{ta_0}{H}, \quad X' = \frac{X}{H},$$

$$u' = \frac{u}{a_0}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad M = \frac{u_0}{a_0}, \quad Fr = \frac{u_0}{\sqrt{gH}},$$

$a_0 = a(\rho_0, p_0)$  – скорость звука в поверхностном слое лавины до удара.

Была составлена программа на основе метода Мак-Кормака. Для расчета параметров потока на его свободной границе использовался метод Кентцера. Расчеты демонстрируют следующие эффекты. После удара в потоке возникает ударная волна сжатия, распространяющаяся вверх по потоку (рис. 1,  $t' = 1$ ;  $M = 0.8$ ,  $Fr = 3$ ). На рис. 1 разные оттенки цвета соответствуют разной безразмерной величине давления; шкала давления дана слева. Поток направлен слева направо. Максимальное давление наблюдается в течение промежутка времени  $t_d$  после удара в нижней точке стенки; оно равно давлению за прямой ударной волной. В дальнейшем, в потоке, в частности на поверхности стенки и склона, возникают также зоны, где давление ниже атмосферного. Измерения давления при ударе реальных лавин подтверждают этот эффект.

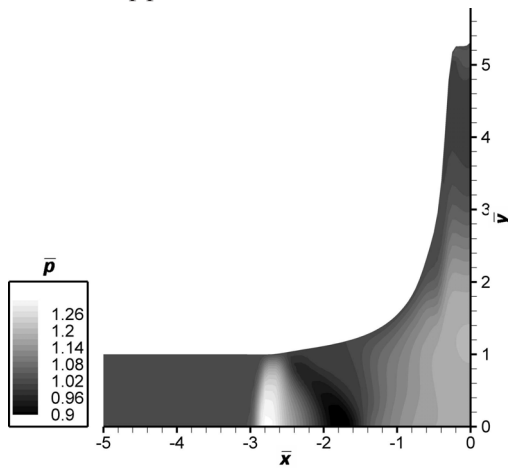


Рис. 1

Анализ результатов расчетов показывает, что из трех безразмерных определяющих параметров – числа Маха  $M$ , числа Фруда  $Fr$  и массовой концентрации льда  $\phi$  для лавин рассматриваемого типа наибольшее влияние на величину коэффициента

$$C_D = \frac{p_{\max} - p_0}{\rho_0 u_0^2}$$

имеет число Маха (рис. 2).

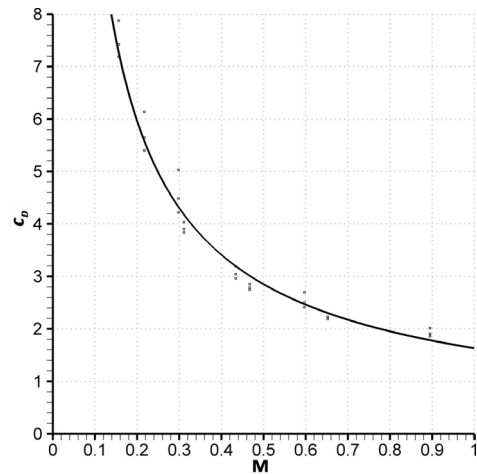


Рис. 2

Зависимость  $C_D$  от  $M$  на рис. 2 получена аппроксимацией расчетных данных, представленных точками; разные точки при одном и том же значении числа Маха соответствуют разным числам Фруда. Видно, что влияние числа Фруда мало по сравнению с влиянием числа Маха. Это указывает, в частности, на необходимость включать число Маха в число параметров, определяющих подобие при физическом моделировании процесса.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №11-01-00188.*

*Список литературы*

1. Гонор А.Л., Пик-Пичак Е.Г. // МЖГ. 1983. №6. С. 86–91.
2. Шурова И.Е., Якимов Ю.Л. // Материалы гляциологических исследований. 1970. Вып. 16. С. 52–57.
3. Eglit M.E., Kulibaba V.S., Naaim M. // Cold Regions Science Technology. V. 50 (1–3). P. 86–96.

**MATHEMATICAL MODELING OF THE INTERACTION OF A SNOW AVALANCHE WITH AN OBSTACLE**

*M.E. Eglit, J.A. Drozdova, V.S. Kulibaba*

A process of impact of a snow avalanche against a vertical rigid wall is considered. Both qualitative characteristics of the process (the pressure, density and velocity distributions, the flow upper surface shape) and qualitative characteristics (formation of shock waves) are obtained by computer simulations. Compressibility of the snow and gravity are taken into account in the

model. The snow is considered to be a mixture of air and ice particles. The dependencies of all characteristics on initial dimensionless flow parameters (ice concentration in the mixture, the Mach number and the Froude number) are presented. A degree of the effect of the values of each of these parameters on the impact pressure magnitude is investigated.

*Keywords:* mathematical modeling, numerical simulations, snow avalanches, obstacle, impact pressure.