

УДК 539.3

АВТОМОДЕЛЬНЫЙ ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ. ЯВЛЕНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА В ПРЕДОТРЫВНОМ ТЕЧЕНИИ

© 2011 г.

И.И. Вигдорович

НИИ механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

vigdorovich@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Исследованы автомодельные течения в турбулентном пограничном слое, когда скорость набегающего потока задана как степенная функция продольной координаты. Автомодельная постановка не только упрощает решение, сводя уравнения движения к обыкновенному дифференциальному уравнению, но и позволяет сформулировать условия замыкания задачи. Показано, что для рассматриваемого класса течений, зависящих от трех определяющих параметров, безразмерный путь смещения во внешней области есть функция относительного расстояния до стенки и показателя m , а в пристеночной области – универсальная функция локального числа Рейнольдса, причем последний вывод справедлив и при обращении в нуль трения на стенке. В расчетах эта функция полагалась не зависящей от градиента давления, что дает результаты, очень близкие к экспериментальным данным.

Существуют четыре различных автомодельных режима течения. Каждому режиму отвечает свой параметр подобия, одним из которых является известный параметр равновесности Клаузера, а три других установлены впервые. При неблагоприятном градиенте давления, когда показатель степени m лежит в некотором диапазоне, зависящем от числа Рейнольдса, задача имеет два решения с разными значениями толщины пограничного слоя и трения на стенке, что указывает на возможность гистерезиса в предотрывном течении. Отрыв наступает не при минимальном значении m , которое соответствует наиболее сильному неблагоприятному градиенту давления, а при более высоком m , зависимость которого от числа Рейнольдса определяется в настоящей работе. Результаты теории находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Ключевые слова: автомодельный турбулентный пограничный слой, отрыв.

Основные результаты

Для турбулентного пограничного слоя со степенным распределением скорости набегающего потока существуют четыре автомодельных режима течения. При благоприятном и умеренном неблагоприятном градиенте давления (первый режим) пограничный слой имеет обычную двухслойную структуру, такую же, как при безградиентном течении. Параметром подобия является известный параметр равновесности Клаузера $\beta = 2\delta_* U' / U c_f$, где δ_* – толщина вытеснения, U и U' – скорость на внешней границе слоя и ее производная по продольной координате, c_f – коэффициент трения на стенке.

При сильном неблагоприятном градиенте давления (второй режим) пограничный слой становится трехслойным. Над логарифмическим подслоем вблизи стенки образуется промежуточная область – градиентный подслой, во внешней части которого профиль скорости подчиняется закону квадратного корня. Во внешней области профиль скорости в переменных подобия описы-

вается универсальной (зависящей только от безразмерного расстояния до стенки) функцией. Параметром подобия служит величина $(c_f/2)^{1/6} \times \sqrt{1+\beta}$. В этом режиме при каждом значении показателя степени m существует ровно два решения с разными значениями толщины пограничного слоя и трения на стенке. Переход с одной ветви решения на другую происходит при величине параметра подобия $\omega = 0.67$. Относительная толщина пограничного слоя зависит от продольной координаты и убывает вниз по потоку пропорционально $(\ln R_x)^{-1}$ и $(\ln R_x)^{-2/3}$ для первого и второго режима соответственно.

Третьим является предотрывный режим течения, при котором пограничный слой по-прежнему имеет трехслойную структуру. Эта структура такова, что профиль скорости, полученный из решения для внешней области, удовлетворяет на стенке условию «проскальзывания» и, кроме того, подчиняется закону квадратного корня. Величина проскальзывания уменьшается по мере роста параметра подобия $\Omega = \sqrt{\delta_* U' / U}$ и обращается

в нуль при значении $\Omega_* = 0.0911$, которому отвечает отрыв. Предотрывный режим – это последний режим течения, при котором профиль скорости имеет логарифмический участок.

Логарифмический подслоу полностью исчезает при четвертом режиме течения, при котором трение на стенке может обратиться в нуль. Ему приходит на смену промежуточная область, в которой профиль скорости подчиняется закону квадратного корня, и пограничный слой вновь приобретает двухслойную структуру. Во внешней области профиль скорости в переменных подобия описывается одной универсальной кривой, полученной при $\Omega = \Omega_*$. Параметром подобия является величина $\tau = R_p^{2/3} c_f/2$. При третьем и четвертом режимах толщина пограничного слоя и интегральные параметры в первом приближении линейно растут по длине, однако всегда, во всех четырех случаях, трение на стенке не постоянно и зависит от продольной координаты.

В результате точного асимптотического решения задачи установлен характерный масштаб дефекта скорости во внешней области (закон дефекта скорости), справедливый для всех четырех режимов течения. Рассчитаны два семейства безразмерных профилей скорости, зависящих от параметров β и Ω . Сформулированы законы подобия для профилей компонент тензора Рейнольдса. Установлен закон трения, справедливый во всем диапазоне изменения градиента давления, от благоприятного до вызывающего отрыв пограничного слоя. В формулировку закона входят три универсальные функции от переменных β , Ω и τ соответственно. Показатель степени m есть функция двух параметров подобия β и Ω .

Сопоставление с экспериментальными данными

На рис. 1а, б даны профили скорости и касательного напряжения [1] в различных сечениях пограничного слоя и расчетные кривые. Сопоставление проведено в переменных подобия, которые справедливы для случая благоприятного и умеренного неблагоприятного градиента давления для значения параметра Клаузера $\beta = 1.6$. Имеется очень хорошее соответствие эксперимен-

тальных и расчетных данных: экспериментальные точки и теоретические кривые на рис. 1а расходятся только вблизи стенки на участке, соответствующем вязкому подслоу, где закон дефекта скорости выполняться не должен. Данные [2] на рис. 1в, г также полностью подтверждают выводы теории. Эти данные получены при $\beta = 21$ и параметре подобия $\Omega = 0.076$ и соответствуют предотрывному режиму течения. На рис. 1а, б построена зависимость корня из дефекта скорости от корня из относительного расстояния до стенки. Это сделано для того, чтобы показать наличие вблизи стенки градиентного подслоя и справедливость закона квадратного корня, который при таком представлении соответствует прямолинейному участку на профиле скорости.

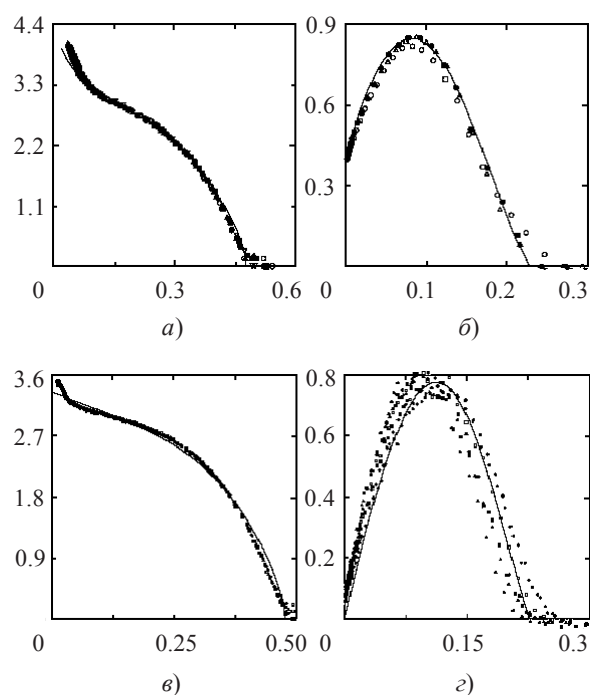


Рис. 1

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №09-08-00307.

Список литературы

1. Andersen P.S., Kays W.M., Moffat R.J. // Rep. HMT-15. Stanford Univ., 1972.
2. Skere P.E., Krogstad P.-E. // J. Fluid Mech. 1994. V. 272. P. 319–348.

A SELF-SIMILAR TURBULENT BOUNDARY LAYER IN A PRESSURE GRADIENT. THE PHENOMENON OF HYSTERESIS IN A NEAR-SEPARATING FLOW

I.I. Vigdorovich

Self-similar flows in a turbulent boundary layer, when the free-stream velocity is specified as a power function of the longitudinal coordinate, are investigated. The self-similar formulation not only simplifies solving the problem by

reducing the equations of motion to ordinary differential equations but also provides a means for formulating closure conditions for the problem. It is shown that, for the class of flows under consideration that depend on three governing parameters, the dimensionless mixing length is a function of the normalized distance from the wall and the exponent m in the outer region, and a universal function of the local Reynolds number in the wall region, the latter corollary being true even when the skin friction vanishes. In calculations, this function is set to be independent of the pressure gradient, which gives the results very close to experimental data.

There exist four different self-similar flow regimes. Each regime is related to its similarity parameter, one of which is the well-known Clauser equilibrium parameter and the other three are established for the first time. In case of the adverse pressure gradient when the exponent lies within certain limits, which depend on Reynolds number, the problem has two solutions with different values of the boundary layer thickness and skin friction, which points out the possibility of hysteresis in the near-separating flow. Separation occurs not at the minimal value of m that corresponds to the strongest adverse pressure gradient but at a higher one, whose dependence on Reynolds number is calculated in the paper. The results of the theory are in good agreement with experimental data.

Keywords: self-similar turbulent boundary layer, separation.