Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2013, № 6 (1), с. 185–188

УДК 534.1; 621.9

О ГАШЕНИИ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ОДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

А.В. Грезина, В.Н. Комаров

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

aleksandra-grezina@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.10.2013

Рассматривается задача гашения крутильных колебаний расточной борштанги при обработке глубоких отверстий на токарном станке. Для исследования возникающих при работе вибраций построена математическая модель, описывающая вынужденные и самовозбуждающиеся крутильные колебания борштанги. Проведен анализ результатов численного моделирования.

Ключевые слова: борштанга, крутильные колебания, динамический гаситель.

Гашение паразитных вибраций в машинах и механизмах является одной из основных проблем современного машиностроения, разрешение которой едва ли возможно без предварительного теоретического исследования. В ряду таких проблем стоит и задача о гашении вынужденных колебаний и автоколебаний расточных борштанг, применяемых для обработки глубоких отверстий. В силу специфики режущего инструмента и процесса обработки при растачивании глубоких отверстий при наиболее производительных режимах резания проявляются, в основном, крутильные колебания, которые могут быть как вынужденными, так и самовозбуждающимися [1].

Для построения математических моделей, описывающих эти колебания, используется эквивалентная механическая модель токарного станка [1], предназначенного для растачивания глубоких отверстий. В дальнейшем предполагается, что глубокое отверстие растачивается длинными полыми расточными борштангами, для которых отношение глубины (L) к диаметру отверстия (d) отвечает условию $L/d >> 5$. Наличие внутреннего канала в системе обеспечивает либо подвод смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ), либо отвод стружки в зависимости от принятой схемы обработки. При этом доминирующим колебательным элементом является стебель борштанги с расточной головкой, а обрабатываемая деталь и неподвижные части станка предполагаются недеформируемыми телами. Деталь крепится к патрону, который вращается вместе со шпинделем со скоростью n об/мин, а борштанга – к суппорту, который перемещается с подачей S мм/об. Инструмент, применяемый для растачивания глубоких отверстий, называется расточной головкой. Она состоит из стального корпуса, в котором крепятся резцы и направляющие.

Из специализированной литературы [1,2] известно, что:

1. При растачивании глубоких отверстий возникают сложные динамические явления, связанные с процессом резания металла и трением направляющих элементов о поверхность вращающейся детали. Возникающие при этом силы и моменты сил зависят от угловой скорости вращения детали, технологических параметров резания, геометрии инструмента, физических свойств смазочно-охлаждающей жидкости и др.

2. Растачивание глубоких отверстий всегда сопровождается вынужденными крутильными и поперечными колебаниями борштанги. Поэтому представляют интерес исследования влияния динамических гасителей на эти колебания.

3. В процессе обработки глубоких отверстий из-за пониженной крутильной жесткости стебля возникают крутильные автоколебания. Основной причиной самовозбуждения колебаний является отрицательное трение. Эффект регенерации колебаний при резании по следу в данном случае не проявляется из-за отсутствия возможности поперечных колебаний расточной головки.

Наличие малого количества работ по гашению колебаний расточных борштанг, на наш взгляд, не в последнюю очередь связано с необходимостью рассмотрения математических моделей, описывающих колебания борштанги в виде систем дифференциальных уравнений в частных производных с краевыми условиями. В связи с этим представляет интерес построение простых и информативных дискретных моделей, для исследования которых можно применять известные и хорошо зарекомендовавшие себя методы.

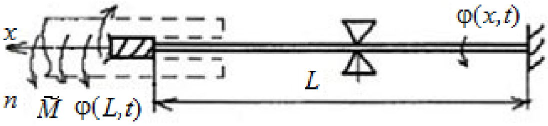

Рис. 1

Для построения математической модели и исследования вынужденных и самовозбуждающихся крутильных колебаний рассмотрим эквивалентную механическую модель [3], представленную на рис. 1.

В общем случае для математического моделирования колебательных процессов записываются дифференциальные уравнения в частных производных с краевыми условиями, описывающие вынужденные крутильные колебания и возбуждение автоколебаний стебля борштанги.

В настоящей работе для решения поставленной задачи строится модальное уравнение, которое несмотря на его простоту отражает специфику распределённого объекта и содержит информацию обо всех его параметрах: погонной массе стебля, моменте инерции его поперечного сечения, длине борштанги и др. Такая модель позволяет получить условия, при которых могут возникнуть вынужденные или самовозбуждающиеся крутильные колебания.

При написании математических моделей предполагается следующее [1]:

- обработка отверстия ведётся по схеме, когда деталь вращается с постоянной скоростью n об/мин, а борштанга перемещается вдоль оси x с постоянной подачей S мм/об;
- подача S суппорта с борштангой всегда остаётся много меньше длины борштанги L=1350 мм;
- длина стебля борштанги много больше его диаметра;
- плоские сечения стержня (стебля) при колебаниях остаются плоскими;
- расточная головка может совершать крутильные и продольные перемещения как твёрдое тело и не может перемещаться в поперечном направлении;
- угловые перемещения сечения относительно оси x обозначим через $\varphi(x,t)$.

Математическая модель с учетом сделанных выше предположений представляет собой дифференциальное уравнение в частных производных следующего вида [3,4]:

$$\rho J_P \frac{\partial^2\varphi(x,t)}{\partial t^2} - \delta_1 G J_P \frac{\partial^3\varphi(x,t)}{\partial t\partial x^2} - G J_P \frac{\partial^2\varphi(x,t)}{\partial x^2} = \widetilde{M}(L,t), \quad (1)$$

где $\widetilde{M}(L,t) = M_0 e^{i\omega t}$ – периодический возмущающий момент; ρ, GJ_p – плотность и крутильная жесткость поперечного сечения стебля борштанги; δ_1 – коэффициент внутреннего трения материала.

Для задания краевых условий учтём, что борштанга с одного конца жестко закреплена в суппорте в точке x = 0, а на втором конце при x = L закреплена жестко расточная головка, на которую в процессе растачивания отверстия действуют два момента: момент сил резания M_F, зависящий от угловой скорости вращения детали и технологических режимов резания, и момент сил трения M_C между направляющими расточной головки и обработанной поверхностью [1, 5]. Линеаризованные выражения моментов M_C и M_F, записанные в окрестности стационарного значения угловой скорости вращения детали, имеют вид:

$$\Delta M_C = h_C\dot\varphi(L,t), \quad \Delta M_F = h_F\dot\varphi(L,t),$$

где $h_C = \dfrac{\partial M_C}{\partial\omega}, \quad h_F = \dfrac{\partial M_F}{\partial\omega}$.

При этом краевые условия запишутся следующим образом:

$$\varphi(0,t) = 0,$$

$$J_Г \frac{\partial^2\varphi(L,t)}{\partial x^2} = -GJ_P\delta_1 \frac{\partial^2\varphi(L,t)}{\partial x^2} - GJ_P \frac{\partial\varphi(L,t)}{\partial x} - h_C\dot\varphi(L,t) - h_F\dot\varphi(L,t), \quad (2)$$

где $J_Г$ – момент инерции расточной головки относительно оси x.

Для построения модального уравнения и выявления условий возбуждения определенного типа колебаний применим проекционный метод, представляющий собой проецирование операторного уравнения на координатные функции. В качестве координатной функции воспользуемся первой собственной формой крутильных колебаний борштанги. Согласно проекционному методу приближённое решение линейного дифференциального уравнения в частных производных $L_1(\varphi(x,t)) = 0$ представляется в виде $\varphi(x,t) = \Phi(x)q(t)$, где $\Phi(x)$ – первая собственная форма крутильных колебаний. Условие ортогональности имеет вид

$$\int_0^L L_1(\Phi(x)q(t))\Phi(x)dx = 0. \quad (3)$$

В результате несложных преобразований получим модальное уравнение

$$m_1\ddot q(t) + c_1\dot q(t) + k_1 q(t) = \widetilde{M}(L,t)\Phi(L), \quad (4)$$

где

$$m_1 = \rho J_P \int_0^L \Phi^2(x)dx + J_\Gamma \Phi^2(L),$$

$$c_1 = GJ_P \delta_1 \int_0^L \Phi'^2(x)dx + (h_C + h_F)\Phi^2(L),$$

$$k_1 = GJ_P \int_0^L \Phi'^2(x)dx.$$

Параметры простого на вид модального уравнения (4) содержат достаточно ёмкую информацию об исследуемом распределенном объекте.

Согласно критерию Рауса–Гурвица состояние равновесия системы $q = 0$ будет устойчиво, если все коэффициенты характеристического уравнения, соответствующего уравнению (4), положительны. Если в системе результирующее трение отрицательно ($h_C + h_F < 0$), то в процессе растачивания возникают крутильные автоколебания.

Таким образом, при растачивании глубоких отверстий могут возникнуть вынужденные крутильные колебания стебля борштанги с режущей головкой (если состояние равновесия устойчиво в малом по Ляпунову), или крутильные автоколебания в противном случае.

Методы динамического гашения колебаний состоят в присоединении к исследуемому объекту динамических гасителей с целью изменения его вибрационного состояния. При действии вибрационных нагрузок более широкого частотного диапазона применяют динамические гасители с трением. Динамические гасители применимы для всех видов колебаний: продольных, поперечных и крутильных. При этом вид колебаний динамического гасителя соответствует виду подавляемых колебаний [1, 2].

Для исследования гашения вынужденных колебаний борштанги запишем математическую модель системы с динамическим гасителем в следующем виде:

$$\begin{gathered} m_1 \ddot{q}_1 + c_1 \dot{q}_1 + c_2(\dot{q}_1 - \dot{q}_2) + \\ + k_1 q_1 + k_2(q_1 - q_2) = \widetilde{M}(L,t)\Phi(L), \end{gathered} \qquad (5)$$

$$m_2 \ddot{q}_2 + c_2(\dot{q}_2 - \dot{q}_1) + k_2(q_2 - q_1) = 0,$$

где m_1, c_1, k_1 – параметры модального уравнения, описывающего колебания основной системы; m_2, c_2, k_2 – момент инерции, коэффициенты диссипации и жесткости динамического гасителя.

С помощью методики, описанной в работе С.П. Тимошенко [2], проведем подбор оптимальных параметров гасителя для гашения резонансных амплитуд крутильных колебаний основной системы. Для этого после несложных преобразований получим выражение, определяющее отношение амплитуды вынужденных колебаний основной системы к ее статическому отклонению, в следующем виде:

$$\begin{gathered} \frac{q_1^2}{\Delta_{CT}^2} = (4\mu^2\delta^2\gamma^2 + (\gamma^2 - \delta^2)^2) \times \\ \times (\gamma^2(\mu_1(\delta^2 - \gamma^2) + \mu_2\delta(1-\gamma^2) - \\ - \mu^2\beta\gamma^2\delta)^2 + [\gamma^2(\mu_1\mu_2\delta + \beta\delta^2) - \\ - (\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - \delta^2)]^2)^{-1}. \end{gathered} \qquad (6)$$

В выражении (6) величины приведены к безразмерному виду следующим образом: $\Delta_{CT} = M_0 / k_1$ – статическое отклонение основной системы, вызванное воздействием статического момента M_0; $p_O = \sqrt{k_1 / m_1}$ – собственная частота колебаний основной системы; $p_2 = \sqrt{k_2 / m_2}$ – собственная частота гасителя; $\beta = m_2 / m_1$ – отношение момента инерции гасителя колебаний и приведенного момента инерции основной системы; $\delta = p_2 / p_O$ – отношение собственных частот гасителя и основной системы; $\gamma = \omega / p_O$ – отношение частоты возмущающего момента к собственной частоте основной системы; $\mu_1 = c_1 / 2m_1 p_O$, $\mu_2 = c_2 / 2m_2 p_O$ – параметры, определяющие диссипацию основной системы и динамического гасителя.

На рис. 2[1] представлены кривые АЧХ основной системы при условии, что в ней есть диссипация (кривые, соответствующие значениям

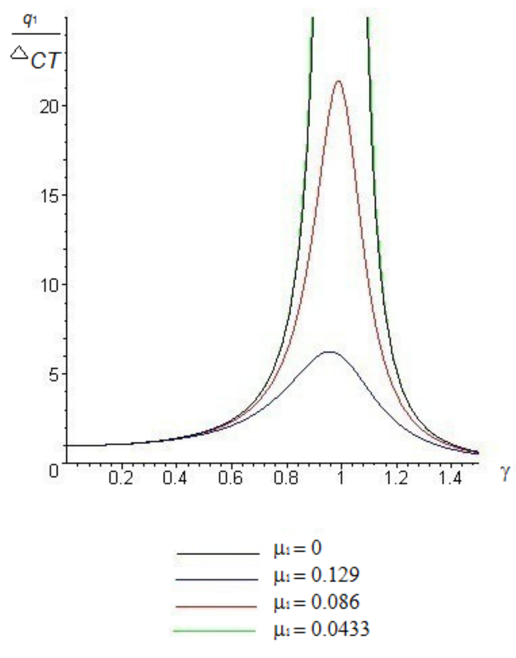

Рис. 2

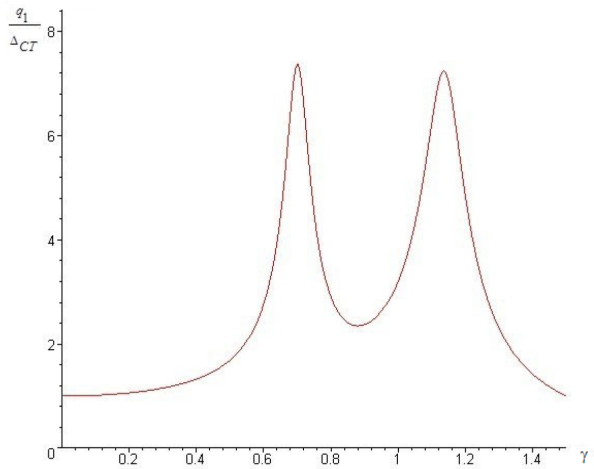

Рис. 3

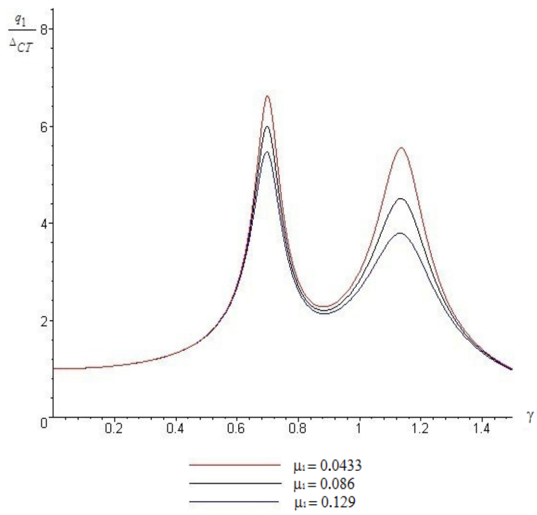

Рис. 4

$\mu_1 = 0.0433;\ 0.086;\ 0.129$), а диссипация гасителя отсутствует ($\mu_2 = 0$).

На рис. 3 представлены АЧХ основной системы при подборе параметров гасителя для случая, когда диссипация в основной системе отсутствует $(\mu_1 = 0)$. Такая ситуация реализуется тогда, когда «отрицательное трение», вызванное процессом резания, компенсирует силы трения между направляющими головки и обработанной поверхностью. Расчет АЧХ выполнен при оптимальном значении параметра диссипации гасителя ($\mu_2 = 0.1912$).

Проведённый расчёт показал, что в том случае, когда рассеивание энергии в основной системе равно нулю (случай, когда $h_C + h_F = 0$), относительная амплитуда вынужденных колебаний основной системы не превышает 8 единиц.

На рис. 4 представлены АЧХ, когда в основной системе есть диссипация (коэффициент диссипации положительный). В данном случае невозможно осуществить расчёт оптимальных параметров по методике Тимошенко. Поэтому воспользуемся в расчётах оптимальными параметрами динамического гасителя ($\mu_2 = 0.1912$).

Анализ АЧХ показал, что при использовании динамического гасителя с оптимально подобранными параметрами вынужденные колебания основной системы могут быть уменьшены в 3–4 раза.

В случае, когда в основной системе есть диссипация, а «отрицательное трение» велико, основная система становится неустойчивой и в процессе растачивания возникают крутильные автоколебания.

Примечание

1. На рис. 2–4 по оси абсцисс отложено отношение частоты возмущающего момента к собственной частоте основной системы, по оси ординат – отношение амплитуды вынужденных колебаний к статическому отклонению основной системы.

Список литературы

1. Уткин Н.Ф. Обработка глубоких отверстий. Л.: Машиностроение, 1988. 269 с.
2. Тимошенко С.П. , Яхт Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 471 с.
3. Грезина А.В., Комаров В.Н. О гашении вибраций при растачивании глубоких отверстий. Труды IX Всероссийской научной конференции им. Ю.И. Неймарка «Нелинейные колебания механических систем», Н. Новгород, ННГУ. 2012. С. 299–305.
4. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. М.: Машиностроение, 1980. 335 с.
5. Зорев Н.Н. Расчёт проекций силы резания. М.: Машиностроение, 1958. 53 с.

ON TORSIONAL VIBRATION ABSORPTION IN ONE MECHANICAL SYSTEM

A.V. Grezina, V.N. Komarov

The problem of boring bar torsional vibration absorption is considered for deep hole drilling on a lathe. A mathematical model is built to describe forced and self-excited torsional vibrations of a boring bar. An analysis of numerical simulation results is presented.

Keywords: boring bar, torsional vibrations, dynamic absorber.