УДК 510 (075.5)

О РАЗВИТИИ КРЕАТИВНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПОСРЕДСТВОМ ОБРАЩЕНИЯ ЗАДАЧ НА УРОКАХ И ВНЕУРОЧНЫХ ЗАНЯТИЯХ ПО МАТЕМАТИКЕ

О.М. Абрамова

Арзамасский филиал ННГУ им. Н.И. Лобачевского

olesia144@mail.ru

Поступила в редакцию 12.06.2013

Раскрывается образовательная ценность обращения задач как одного из приёмов дополнительной работы над задачей, способствующей развитию креативности обучаемых; описывается пошаговая процедура обращения задач, даются рекомендации по выполнению каждого шага, приводятся конкретные примеры.

Ключевые слова: математическое образование, обращение задач, процедура обращения, развитие креативности.

Вопросы организации творческой математической деятельности школьников, формирования её основных элементов, поиска и создания методического обеспечения данного процесса на сегодняшний день составляют одну из наиболее актуальных проблем педагогической науки, поскольку государство ставит перед школой задачу подготовить учащихся к жизни в этом быстро изменяющемся мире, сформировать их познавательную самостоятельность, умение творчески подходить к решению задач.

Большие резервы в решении вышеуказанных проблем связаны с использованием новых высокоэффективных методических приёмов обучения, к которым по праву может быть отнесено обращение задач в процессе их решения.

В понимании П.М. Эрдниева, суть обращения задачи состоит в следующем: после решения исходной задачи составляется и решается задача, обратная по отношению к исходной, для чего из условия исходной задачи извлекаются часть или даже все данные и включаются в её требование, а из него соответственно исключаются несколько или все найденные искомые и переводятся в её условие. После этих преобразований формулируется задача, в которой требуется найти результат, выбранный в качестве искомого, используя остальные данные, в том числе и ответ исходной задачи [1].

Приём обращения задачи содержит в себе значительный дидактический и развивающий потенциал. О том, что он далеко не полностью используется в школьной практике обучения математике, упоминали многие педагоги-математики: А.К. Артёмов, В.Г. Болтянский, Г.В. Дорофеев, М.И. Зайкин, В.А. Крутецкий, В.В. Репьёв, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др. Синтезируя различные мнения, выделим следующее.

Во-первых, составление и решение обращённых задач способствует лучшему пониманию структуры математической задачи, обеспечивает более глубокое осознание тех взаимосвязей и отношений, которые свойственны задачной ситуации, позволяет школьникам как бы заглянуть внутрь структуры задачи и увидеть взаимосвязи её данных (указанных в условии и искомых) и тем самым понять её математическую сущность.

Во-вторых, как было отмечено выше, такая работа над уже решённой задачей приобщает учащихся к математическому творчеству, способствует развитию их креативности, поскольку процесс обращения адекватен процессу исследования определенной проблемы и обеспечивает формирование у школьников умений, необходимых для выполнения творческих исследовательских работ.

В-третьих, и это, на наш взгляд, является наиболее важным в условиях развивающей образовательной парадигмы современной школы, ценность приёма обращения заключается в превращении прямой связи мыслей в обратную связь, что способствует развитию такого фундаментального умственного качества, как гибкость мышления. При традиционной методике обучения математике, основанной на решении однотипных задач, какими бы сложными они ни были, мышление обогащается преимущественно цепью переходов между мыслями одного направления, что способствует формированию конвергентного мышления, но не дивергентного, так необходимого современному человеку. Более того, в процессе обращения математических задач учащимся приходится осуществлять целенаправленный перебор различных комбинаций из элементов условия и требования задачи, получение которых не ограничивается конечным числом шагов, а предполагает их выбор из многочисленных вариантов, что содействует развитию комбинаторных умений школьников. Кроме этого, в ходе такой работы им постоянно приходится контролировать правильность выбора новых данных и искомых задачи, обосновывать свой выбор; всё это способствует формированию таких мыслительных операций, как анализ, синтез, сравнение, обобщение, конкретизация и др., что, в свою очередь, оказывает влияние на развитие такого качества мышления, как логичность. В некоторых случаях в итоге обращения задачи, возможно, получение неразрешимой задачи или задачи с избыточными данными, поэтому такие условия ставят учащегося перед необходимостью взвесить и оценить каждое возможное решение вновь полученных обращённых задач, чтобы избежать ошибки. Выработка этого умения, на наш взгляд, способствует развитию критичности мышления.

В-четвертых, в процессе обращения задачи и последующего решения обращённых задач происходит формирование действий, необходимых для овладения общим умением решать задачи: извлекать информацию из условия и требования задачи, вычленять отдельные элементы и комбинировать их, переформулировать условие и требование, выводить следствия, работать с математическими моделями задачи, – а также умения формулировать новую задачу.

И наконец, в-пятых, подходы к поиску решения обращённых задач нередко отличаются от тех, что использовались при поиске решения исходной задачи, а знакомство с ними существенно обогащает математическую культуру и кругозор учащихся [2].

Покажем, как практически можно осуществлять обращение конкретной школьной математической задачи.

Задача 1. *Две стороны треугольника имеют длины 6 см и 8 см. Найдите третью сторону, если известно, что его периметр равен 24 см.*

1-й шаг: решаем данную задачу 1.

Решение:

1) 6 + 8 = 14 (см) – сумма длин двух сторон треугольника;

2) 24 – 14 = 10 (см) – длина третьей стороны треугольника.

Ответ: 10 см.

2-й шаг: составляем числовую цепочку из структурных элементов решенной задачи 1.

Для того чтобы упорядочить и облегчить процесс составления новых задач, полезно после решения исходной задачи записать поэлементный состав условия и требования этой задачи в виде числовой цепочки, присоединив к нему и найденное искомое (ответ) в следующем виде:

$$6\ см \quad 8\ см \quad 24\ см \quad \boxed{10\ см}.$$

Следуя рекомендациям П.М. Эрдниева [3], будем заключать искомое в числовой цепочке в рамочку: это позволит школьникам более наглядно увидеть исходные и искомые элементы задачи, поскольку весь поэлементный состав задачи целостно предстает перед их глазами. А это, в свою очередь, увеличивает степень осознанности учащимися возможных вариантов образования новых обращённых задач на базе исходной.

3-й шаг: составляются всевозможные числовые цепочки обращённых задач, в которых искомым элементом последовательно выступает каждый элемент данной задачи или их комбинация.

В результате последовательной реализации обращения исходной задачи числовые цепочки структурных элементов всех обращённых задач будут следующими:

$$1)\quad \boxed{6\ см} \quad 8\ см \quad 24\ см \quad 10\ см;$$

$$2)\quad 6\ см \quad \boxed{8\ см} \quad 24\ см \quad 10\ см;$$

$$3)\quad 6\ см \quad 8\ см \quad \boxed{24\ см} \quad 10\ см;$$

$$4)\quad \boxed{6\ см} \quad \boxed{8\ см} \quad 24\ см \quad 10\ см;$$

$$5)\quad \boxed{6\ см} \quad 8\ см \quad \boxed{24\ см} \quad 10\ см;$$

$$6)\quad 6\ см \quad \boxed{8\ см} \quad \boxed{24\ см} \quad 10\ см;$$

$$7)\quad \boxed{6\ см} \quad \boxed{8\ см} \quad \boxed{24\ см} \quad 10\ см.$$

4-й шаг: по первой числовой цепочке, в которой в качестве искомого выбрана одна из длин треугольника, составляем текст новой обращённой задачи 1.

Прежде чем сформулировать вопрос задачи, школьникам необходимо проанализировать новые данные, связать их между собой, выяснить, какие величины в принципе можно найти при таком условии, а затем уже составлять нужный вопрос. Одно из требований, предъявляемых к формулируемым задачам, – это обязательная включенность всех элементов задачи в содержание её текста. Второе требование – это лаконичность вопроса. Многословные, витиеватые, трудно воспринимаемые формулировки подлежат редактированию. Если учащиеся затруднятся самостоятельно составить грамотный вопросов, учитель может сам привести несколько его вариантов и предложить выбрать из них наиболее подходящий и обосновать свой выбор. Затем уже целесообразно практиковать самостоятельное выдвижение вопросов учащимися.

В итоге такой деятельности может быть составлена следующая обращённая задача.

Задача 1.1. *Две стороны треугольника имеют длины 10 см и 8 см. Найдите третью сторону, если известно, что его периметр равен 24 см.*

5-й шаг: решаем полученную задачу 1.1.

Решение:

1) 10 + 8 =18 (см) – сумма длин двух сторон треугольника;

2) 24 – 18 = 6 (см) – длина третьей стороны треугольника.

Ответ: 6 см.

Как видно, объективно степень сложности обращённой задачи 1.1 не превосходит степени сложности прямой задачи 1, поскольку она содержит столько же данных, те же отношения и связи, только неизвестным выступает другой компонент этих отношений.

Итак, найдя ответ задачи 1.1 и сопоставив его с тем числом, которое заключено в рамочку в соответствующей этой обращённой задаче числовой цепочке, заключаем что задача решена верно.

Шаг 4.1: по второй числовой цепочке составляем и записываем текст новой задачи 1.2.

Задача 1.2. *Две стороны треугольника имеют длины 6 см и 10 см. Найдите третью сторону, если известно, что его периметр равен 24 см.*

Шаг 5.1: решаем обращённую задачу 1.2.

Решение:

1) 6 + 10 = 16 (см) – сумма длин двух сторон треугольника;

2) 24 – 16 = 8 (см) – длина третьей стороны треугольника.

Ответ: 8 см.

Шаг 4.2: по третьей числовой цепочке составляем и записываем текст обращённой задачи 1.3.

Задача 1.3. *Стороны треугольника имеют длины 6 см, 8 см и 10 см. Найдите его периметр.*

Шаг 5.2: решаем полученную задачу.

Решение:

1) 6 + 8 + 10 = 24 (см) – периметр треугольника.

Ответ: 24 см.

Шаг 4.3: по четвёртой числовой цепочке формулируем условие и требование задачи 1.4.

Задача 1.4. *Одна из сторон треугольника имеет длину 10 см, а его периметр равен 24 см. Найдите длины двух других сторон треугольника.*

Шаг 5.3: проанализируем полученную задачу.

Осуществив анализ содержания обращённой задачи 1.4, учащиеся приходят к выводу, что эта задача является неопределённой, поскольку для получения ответа на поставленный вопрос не достаточно знать длину одной стороны треугольника и его периметр (в этой задаче отсутствуют некоторые данные, вследствие чего дать однозначный ответ на вопрос задачи не представляется возможным).

Отметим, что отбрасывать данную обращённую задачу 1.4 учителю не стоит, следует попытаться извлечь из неё всё возможное, потому что, даже если такая задача и не прибавит новых знаний учащимся, не окажет должного влияния на развитие гибкости их мышления, то по крайне мере она полезна тем, что поддерживает интерес учеников к процессу обращения задачи, а также способствует развитию таких качеств мышления, как логичность, критичность и др., которые, несомненно, также необходимо активно развивать у школьников в процессе их обучения – и не только математике.

6-й шаг: указать, почему невозможно однозначно решить данную задачу. На данном шаге обращения задачи учитель может нацелить учащихся на указание недостающих данных, задавая вопросы следующего плана: «Почему нельзя дать ответ на вопрос задачи?»; «Какого известного или нескольких известных не хватает?»; «Что необходимо добавить?»; «Можно ли что-нибудь определить даже по этим данным?».

Отвечая на поставленные вопросы, школьники приходят к заключению: для того чтобы однозначно ответить на поставленный вопрос, необходимо знать количественное отношение одной стороны к другой, т.е. насколько больше или меньше первая сторона по отношению ко второй, либо количественное отношение одной из сторон по отношению к известной третьей стороне.

Аналогично обстоит дело с обращёнными задачами, формулируемыми по числовым цепочкам 5, 6 и 7, поэтому считаем нецелесообразным подробно останавливаться на шагах по работе с ними, а лишь приведём соответствующие им тексты задач.

Задача 1.5. *Две стороны треугольника имеют длины, равные 8 см и 10 см. Найдите длину другой стороны треугольника и его периметр.*

Задача 1.6. *Две стороны треугольника имеют длины равные 6 см и 10 см. Найдите длину другой стороны треугольника и его периметр.*

Задача 1.7. *Одна из сторон треугольника имеет длину равную 10 см. Найдите периметр и длины других его сторон.*

В процессе обращения задачи школьники находятся в состоянии поиска, порой длительного и мучительного, переживают состояние увлечённости выполняемой деятельностью, которая доставляет им радость. Класс постепенно превращается «в творческую мастерскую, в которой из фактического материала на глазах у всех» рождаются «математические абстракции, возникающие при этом догадки» будоражат «пытливые детские умы» [4, с. 3]. Успех окрыляет творцов, придаёт дополнительные стимулы к работе, а новые задачи, полученные в результате обращения, углубляют и продлевают ощущение счастья.

Таким образом, можно говорить о том, что использование обращения задач в процессе обучения математике создаёт основу для осуществления творческой математической деятельности учащихся, поскольку сам процесс конструирования обращённых задач имеет черты творческой математической деятельности.

Более того, использование в обучении математике обращения задач даёт возможность создавать условия сближения учебной и исследовательской деятельности учащихся, что, в свою очередь, позволяет пробудить у них осознанную активную заинтересованность как в самом учебном процессе, так и в его результатах. У них появляется интерес к изучению математики, заинтересованность в результатах своего труда и, как следствие, повышается качество математической подготовки.

И наконец, использование обращения задач в процессе обучения математике – шаг к технологическому обновлению школьного математического образования. Это крайне актуальная задача современной методической науки, одно из перспективных направлений развития интенсивно формирующейся методической теории математических задач [5].

Статья подготовлена по результатам научных исследований в рамках Федерального задания Минобрнауки России, регистрационный номер 6.5267.2011 «Структурно-семантический и функциональный анализ задачных конструкций, используемых в обучении математике».

Список литературы

1. Эрдниев П.М. Методика упражнений по математике. М.: Педагогика, 1970. 319 с.
2. Абрамова О.М., Зайкин М.И. Обращение математических задач // Школьные технологии. 2013. № 1. С. 106–113.
3. Эрдниев П.М Обратная задача в курсе арифметики // Начальная школа. 1960. № 4. С. 25–27.
4. Зайкин М.И. Когда решать задачи интересно // Математика в школе. 2009. № 4. С. 3–11.
5. Зайкин М.И. Семантические аспекты педагогической технологии математического творчества // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2012. № 4 (1). С. 62–65.

ON THE DEVELOPMENT OF CREATIVITY OF SCHOOL STUDENTS BY MEANS OF INVERSION OF PROBLEMS AT MATHEMATICS LESSONS AND IN EXTRACURRICULAR CLASSES

O.M. Abramova

The educational value is revealed of problem inversion as a technique of additional work on a problem that promotes the development of pupils' creativity. A step-by-step procedure of problem inversion is described, recommendations concerning the performance of each step are given, concrete examples are presented.

Keywords: mathematical education, inversion of problems, inversion procedure, creativity development.