

УДК 510 (075.5)

**ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ НА ОСНОВЕ БЛОЧНО-ЦИКЛОВОГО ПОДХОДА**

© 2013 г.

С.В. Арюткина

Арзамасский филиал ННГУ им. Н.И. Лобачевского

mzaykin@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.06.2013

Описаны особенности блочно-циклового подхода к организации математических задач, который позволяет повысить эффективность процесса обучения алгебре в профильной школе.

Ключевые слова: математические задачи, профильное обучение, блочно-цикловый подход, организация задач, задачные конструкции.

В системе современного математического образования школьников все более актуализируются вопросы, связанные с организацией математических задач в процессе обучения учащихся классов различных профильных направлений. Прежде всего это касается алгебраических задач, составляющих содержание большинства заданий ЕГЭ по математике, которые, как показывает практика, стараются выполнить учащиеся различных профильных классов (гуманитарных, математических и прикладных). Однако не все школьники могут увидеть и применить общий прием их решения, поскольку чаще всего овладевают лишь частными приемами решения конкретных задач (особенно это касается учащихся нематематических классов). В связи с этим необходимо говорить о таком подходе к организации алгебраических задач в процессе обучения учащихся классов различных профилей, который позволял бы формировать обобщенный прием их решения, учитывать особенности различных профильных групп учащихся, допускать бы вариативность набора задач.

В современной методической науке существуют различные подходы к построению методического обеспечения процесса обучения математике. Но одним из основных остается подход, базирующийся на методе целесообразно подобранных задач, концептуальные положения которого заложены еще в работах С.И. Шохор-Троцкого [1]. Этот метод получил развитие в работах таких авторов, как Н.Я. Виленкин, В.С. Георгиев, Я.И. Груденов, Г.В. Дорофеев, М.И. Зайкин, Т.А. Иванова, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, Д. Пойа, Н.М. Рогановский, Г.И. Саранцев, С.Б. Суворова, Л.М. Фридман, П.М. Эрдниев и многих других.

Д. Пойа в работе «Математическое открытие» особое внимание уделяет описанию вспомогательных задач, т.е. таких задач, к которым следует обращаться или над которыми необходимо работать не ради них самих, а из-за того, что это поможет решить другие, основные задачи [1]. При этом автор рассматривает не отдельные задачи, а *цепочки* эквивалентных задач (обладающих односторонней или двусторонней редукцией), а также косвенные вспомогательные задачи, подводящие к решению основной.

Профессор М.И. Зайкин замечает, что особую ценность имеют такие задачные конструкции, как *цепочки* задач, которые позволяют развивать задействованное в обучении математическое содержание, получать новые факты, выдвигать на их основе гипотезы, проводить доказательные рассуждения на пути индуктивного математического познания, ведущего учащихся естественным образом к догадкам и абстагированию, обобщениям и систематизации [1].

Я.И. Груденовым описываются следующие основные принципы построения системы упражнений по математике: однотипность, непрерывное повторение, использование контр-примеров, сравнение, полнота. Автор замечает, что для формирования у всех учащихся прочных навыков необходимо непременно сохранить однотипность системы упражнений, а для нейтрализации ее отрицательных последствий одновременно использовать и другие принципы [1].

С.Б. Суворова, описывая систему упражнений, направленную на усвоение приемов решения основных классов алгебраических задач, опирается на следующую совокупность требований к ней: система упражнений должна обеспечивать возможность активного участия обу-

чаемых в конструировании приема решения рассматриваемого класса задач; система упражнений должна обеспечить усвоение и необходимое повторение каждого из приемов, входящих в качестве составных частей в формируемый прием; система упражнений, направленная на формирование умения применять прием, должна строиться по принципу систематичности, постепенного нарастания сложности, противодействия выработке вредного стереотипа, причем она должна содержать число заданий, достаточное для требуемого уровня владения приемом; для успешного и полноценного формирования приема решения необходимо содержательное применение приема в последующем материале курса; система упражнений должна формировать умение выяснять, возможно или нет применение того или иного приема в рассматриваемой ситуации; система упражнений должна содержать задания комплексного характера, выполнение которых требует распознавания типа задачи и осознанный выбор приема ее решения [1].

В последнее время все чаще применяется циклический подход к организации задач (В.С. Георгиев, Г.В. Дорофеев, В.И. Крупич и др.). В методике обучения математике имеются исследования, в которых дается теоретическое описание цикла заданий.

В частности, Г.В. Дорофеев, рассматривая вопросы, связанные составлением циклов взаимосвязанных задач, отмечает, что каждая задача, рассматриваемая сама по себе, обычно представляет некоторое изолированное утверждение или требование и предполагает выполнение определенных действий для ее решения. Между тем учитель, ставящий задачу перед учащимися (так же, как преподаватель вуза перед студентами), преследует, как правило, более общие цели, для него конкретная задача является лишь одной из многих, лишь узкочастным средством для достижения более общих целей – формирования или закрепления нового понятия, получения новых или активизации старых знаний, демонстрации определенного метода рассуждений, активизации методов доказательства теорем, изложенных в курсе, и т.п.

В связи с этим и возникает проблема создания циклов взаимосвязанных задач, различных по формулировке, по сюжету, но имеющих общее дидактическое назначение, служащих достижению одной цели. В теоретическом плане составление таких циклов само по себе не является чем-то принципиально новым: именно таким циклом задач, связанных между собой методически и математически, и является всякая

система упражнений, направленная на пропедевтику, формирование или закрепление того или иного понятия, утверждения или метода рассуждений.

Поэтому теоретический аспект решения проблемы состоит в описании методов конструирования таких циклов, в обобщении многочисленных отдельных приемов, используемых для их составления. Каждая конкретная задача имеет определенный набор связанных с ней задач, определенную окрестность – по содержанию, методам рассуждений, кругу используемых понятий. Более того, каждая задача входит в некоторый *букет окрестностей*, связанных с той или иной ее особенностью, а выбор одной из многих окрестностей задачи для построения цикла определяется конкретной ситуацией преподавания. Разнообразие букета окрестностей задачи предопределяет широту ее использования и является, по нашему мнению, важным критерием ее дидактической ценности. Как замечает сам автор, описание системы приемов варьирования задач представляет собой исключительно сложную проблему прежде всего в силу ее оптимизационного характера: требуется найти наилучшее в дидактическом смысле сочетание минимизирующего и маскирующего факторов (теоретической обобщенности приемов, с одной стороны, и возможности практической конкретизации, обеспечения действенности этих приемов, с другой стороны) [1].

В.С. Георгиев описывает опыт активизации деятельности школьников на основе использования циклов задач. Используемые автором циклы задач имеют следующую структуру. Прежде всего выделяется целевая задача, которая предваряется так называемыми задачами-компонентами. Назначение последних состоит в актуализации «старых» и сообщении «новых» знаний, ориентированных на решение целевой задачи и входящих, по существу, в ее решение как составные части. И наконец, указываются задачи, развивающие целевую задачу [1].

В.И. Крупич, обращаясь к вопросу построения систем задач, отмечает следующее: исследованиями современных физиологов установлено, что в основе всей психической деятельности находятся циклические кольцевые процессы, поток информации по замкнутым путям. Видимо, системы задач должны отвечать этим психическим процессам. Характерной особенностью кольцевого процесса является то, что он может быть начат с любого звена цикла умозаключений и тем не менее привести к проявлению всех элементов и связей цикла.

Механизм построения системы циклов задач, систематизированных по сложности их структур, имеет важное значение для задач алгоритмического типа. Однако он может быть с успехом реализован при систематизации задач неалгоритмического типа.

Каждый цикл содержит базисную (основную) задачу и задачи-компоненты. Базисная задача – это исходная задача цикла, имеющая наименьшую сложность алгоритма решения по времени. Основное отношение, реализованное в базисной задаче, определяет задачи-компоненты, входящие в цикл задач. Задачи-компоненты являются развивающими, т.е. такими, которые взаимно дополняют друг друга, включая базисную задачу [1].

Проведенный анализ показывает, что в наиболее общем виде циклы могут иметь следующую структуру: выделяется целевая (базисная) задача, которая предваряется задачами-компонентами. Назначение последних состоит в актуализации «старых» и сообщении «новых» знаний, ориентированных на решение целевой задачи. Указываются задачи, развивающие целевую. Данный подход имеет широкие возможности для личностной ориентации обучения, т.к. позволяет определять необходимое количество задач и их сложность для каждого ученика индивидуально.

Кроме того, наряду с описанными ранее требованиями и принципами построения методического обеспечения процесса обучения математике следует говорить о следующих специфических чертах (*особенностях*) построения методического обеспечения процесса формирования обобщенных приемов математической деятельности (в частности, по решению математических задач) в условиях осуществления различных направлений профилизации обучения:

– использование *деятельностного подхода в качестве* основополагающего (предусматривает усвоение учащимися знаний в процессе выполнения целенаправленной деятельности на конкретном предметном содержании; т.е. методическое обеспечение прежде всего должно обеспечивать выполнение школьниками той деятельности, которая характерна для основных этапов процесса формирования обобщенных приемов);

– *целостность* охвата всего процесса формирования обобщенных приемов учебно-познавательной математической деятельности;

– *соответствие основным этапам* процесса формирования названных приемов, т.к. необходимо обеспечить постепенное прохождение этих этапов;

– *вариативность* набора заданий, учитывающая возможность использования методического обеспечения в условиях осуществления различных направлений профилизации обучения;

– целесообразность использования *циклического подхода* к построению, т.к. этот подход имеет широкие возможности для личностной ориентации обучения, позволяет определять необходимое количество задач и их сложность практически для каждого ученика индивидуально [2].

В связи с этим целесообразно подбирать циклы задач в соответствии с этапами процесса их формирования. Тогда каждый цикл может быть представлен в виде четырех блоков взаимосвязанных задач.

1. *Вспомогательные задачи*, обеспечивающие актуализацию знаний, необходимых для решения математических задач, а также формирование мотивации изучения обобщенных приемов решения их отдельных видов. А потому в этот блок могут быть включены задания, позволяющие актуализировать основные действия из составов обобщенных приемов решения математических задач. В связи с этим в блок *вспомогательных задач* должны быть включены задания, охватывающие область актуализации приема. Следует заметить, что решение всех задач этого блока каждым учащимся класса необходимо; выбор задач зависит от уровня знаний конкретных школьников.

2. *Базисные задачи*, предназначенные для выделения состава (образования) обобщенного приема решения каждого вида математических задач. В этот блок могут быть включены только такие задачи, частный прием решения которых содержит все основные действия, входящие в состав обобщенного приема, охватывающие все возможные случаи получения решений. *Область образования* приема определяется спецификой содержания самих обобщенных приемов решения того или иного вида задач. Поэтому задания этого блока должны принадлежать одному виду и охватывать область образования приема. Количество упражнений может варьироваться в зависимости от умения учащихся обобщать полученные теоретические сведения; порядок предъявления их учащимися подчиняется принципу «от простого к сложному». Именно эти задачи предоставляют учителю и учащимся возможность проанализировать приемы решения конкретных задач, если подразделить их на отдельные шаги. Результатом решения и анализа решения этих задач может стать описание или схема, характеризующая состав обобщенного приема решения отдельных видов

математических задач (инструкция, опорная схема и т.п.).

3. *Тренировочные задачи*, предполагающие применение обобщенного приема к решению частных задач стандартного вида и обеспечивающие его усвоение. Включенные в этот блок задачи должны удовлетворять основным *условиям усвоения приема*: частные приемы их решения включают все действия из состава обобщенного приема и соответствуют основным положениям теории поэтапного формирования умственных действий, задания не дублируют друг друга, т.е. приемы их решения допускают варьирование операционного состава действий. Их количество зависит от уровня математической подготовки учащихся. Результатом решения этого блока задач должно стать усвоение состава обобщенного приема.

4. *Развивающие задачи*, ориентированные на перенос обобщенного приема, преобразование его состава при решении нестандартных математических задач. *Направления преобразования* приема определяются возможными качественными и количественными изменениями состава действий обобщенных приемов. При применении обобщенного приема к решению нестандартных задач могут происходить: уменьшение числа действий; увеличение числа действий; качественные изменения состава действий обобщенного приема, связанные с применением обобщенных приемов решения задач, которые, возможно, более рационально могут быть решены другим методом. В этот блок должны быть включены задачи, охватывающие все возможные направления преобразования приема. Например, это могут быть задачи с нестандартной формулировкой; провоцирующие задачи (легко решаемые без применения приема), а также более трудные задачи, в частности уравнения или неравенства, содержащие переменную под знаком абсолютной величины; задачи, обратные тем, которые встречались ранее;

любые задания, которые могут быть решены при некотором изменении состава обобщенного приема решения того или иного вида задач. Количество задач этого блока зависит от уровня математической подготовки школьников. В ходе их решения необходимо акцентировать внимание учащихся на преобразовании состава обобщенного приема. Результатом решения задач этого блока может стать сформированное умение решать нестандартные задачи, преобразовывать состав обобщенного приема, а также выделять состав обобщенных приемов решения нестандартных задач. Данный подход может быть применен как для формирования обобщенных приемов решения математических задач основных типов, формирование которых предусматривается программой по математике, так и для формирования обобщенных приемов решения нестандартных математических задач.

Это позволяет говорить о необходимости и целесообразности построения и использования в обучении математике циклов задач, направленных на формирование навыков применения обобщенных приемов решения алгебраических задач у учащихся профильных классов и школ.

Статья подготовлена по результатам научных исследований в рамках Федерального задания Минобрнауки России, регистрационный номер 6.5267.2011 «Структурно-семантический и функциональный анализ задачных конструкций, используемых в обучении математике».

Список литературы

1. Хрестоматия по методике математики: Обучение через задачи / Сост. М.И. Зайкин, С.В. Арыткина. Арзамас: АГПИ, 2005. Т. 1. 300 с.
2. Арыткина С.В. Формирование обобщенных приемов математической деятельности школьников в условиях профильного обучения. Арзамас: АГПИ, 2010. 320 с.

SOME FEATURES OF THE ORGANIZATION OF ALGEBRAIC PROBLEMS IN A SUBJECT-ORIENTED SCHOOL BASED ON A BLOCK-CYCLIC APPROACH

S.V. Aryutkina

This article describes the features of the block-cyclic approach to the organization of mathematical problems, which improves the efficiency of algebra learning process in a subject-oriented school.

Keywords: mathematical problems, subject-oriented education, block-cycle approach, organization of problems, problem design.