

УДК 510 (075.5)

**ПОЧЕМУ ТАК ВАЖНЫ СЮЖЕТНЫЕ ЗАДАЧИ
В МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ ШКОЛЬНИКОВ?**

© 2013 г.

М.И. Зайкин

Арзамасский филиал ННГУ им. Н.И. Лобачевского

mzaykin@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.06.2013

Анализируется образовательная ценность сюжетных задач школьной математики, выделяются основные составляющие сюжетов задач, даётся формульная оценка гуманитарной ценности сюжета задачи, обосновывается необходимость систематического обновления сюжетной тематики.

Ключевые слова: математическое образование, сюжетные задачи, полифункциональная направленность, составляющие сюжета, оценка гуманитарной значимости.

Математическое образование – один из важнейших факторов, определяющих экономическое и социальное благополучие любого государства. Построенная в прошлом система отечественного математического образования была признана во всём мире [1, с. 15]. А потому накопленные ранее традиции его постановки должны бережно сохраняться и совершенствоваться.

В ряду гуманитарных традиций отечественного математического образования первой следует назвать широкое использование всевозможных сюжетных задач (в зарубежной практике эта традиция менее выражена). Весьма значима роль таких задач как методического средства обучения математике; важны функции, выполняемые ими в процессе обучения; многообразны виды самих задач, встречающихся в школьных учебниках, а также во всевозможных пособиях образовательного назначения.

В последнее время на страницах методических изданий вновь актуализировалась дискуссия по вопросу о том, как обновить тематику школьных сюжетных задач по математике (см., например, [2; 3]). Не претендуя на исчерпывающее решение данной проблемы, изложим некоторые соображения по оценке общекультурного, прикладного и развивающего значения сюжетов задач.

Как известно, сюжетными называют такие задачи, в которых описан некоторый жизненный сюжет (явление, событие, процесс), с целью нахождения определенных количественных характеристик или значений. Как пишет Л.М. Фридман, эти задачи могут называться иначе: текстовые, практические, арифметиче-

ские и т.п. [4, с. 3] (заметим, справедливости ради, что далеко не всякая текстовая или арифметическая задача является сюжетной).

И хотя уже давно прошли времена интенсивного натаскивания школьников на решение основных видов таких задач: на движение (восемь разновидностей), на работу, на куплю-продажу, на смеси и сплавы и т.п., всё же сами задачи, в особенности на работу и на движение, по-прежнему, продолжают занимать исключительно важное место в отечественном математическом образовании.

Однако обследования математических знаний школьников, проводимые международными организациями, показывают, что, имея в целом неплохие теоретические знания, российские учащиеся испытывают затруднения при выполнении многих заданий с практическим содержанием.

Данное обстоятельство побуждает к более глубокому анализу практики математического образования. Прежде всего представляется важным осмыслить данный феномен с позиций гуманитаризации образования, взвесить и проанализировать различные оценки и точки зрения на этот счёт, в особенности полярные мнения, чтобы оценить во всей полноте амплитуду противопоставлений, остроту возникшей ситуации и наметить пути выхода из сложившегося положения.

Гипотетически можно исходить из того, что либо удельный вес используемых в школе сюжетных задач не «дотягивает» до того критического значения, которое обеспечивает качественное изменение знаний; либо содержание сюжетов задач в российских учебниках безнадежно устарело или принципиально отличается

от того, что имеет место в зарубежной практике; либо система таких задач совсем плоха, не позволяет достигать необходимого результата.

Что касается удельного веса сюжетных задач в общем их числе, то в курсе математики начальной школы он достаточно высок. Счёту, арифметическим операциям и простейшим числовым и геометрическим свойствам, по-видимому, и нельзя обучать иначе, чем с опорой на практические действия, выполняемые человеком в повседневной жизни.

В курсе математики 5–6 классов сюжетных задач уже лишь порядка 30% от общего их числа. Несложные подсчеты показывают, что почти половина учебного времени, отводимого на изучение этого курса, должна уходить на решение сюжетных задач, ведь на решение одной сюжетной задачи требуется времени значительно больше, чем на решение любой другой.

Удельный вес сюжетных задач в курсе алгебры основной школы значительно ниже, нежели в начальном и пропедевтическом курсах математики. Сюжетные задачи составляют здесь порядка 10% задачного материала учебников. Но как тип задач они вполне сопоставимы с другими типами задач, решаемыми в этих классах (на выполнение тождественных преобразований, на решение уравнений и неравенств, на построение графиков функций и др.).

Чтобы не впадать в крайности при оценке значимости для математического образования сюжетных задач, не следует забывать, что их главным отличием от остальных математических задач является наличие сюжета (фабулы), в котором описывается та или иная жизненная ситуация (проблема), требующая разрешения. Именно сюжетная специфика и определяет ценность такой задачи, её образовательный потенциал.

В чем же своеобразие сюжета задачи? Какие грани, составляющие сюжета характеризуют образовательную ценность задачи?

Во-первых, по-видимому, главной составляющей сюжета задачи является *дидактическая*, определяющаяся взаимосвязью и отношениями величин, характеризующих процессы, описанные в сюжете задачи. Эти взаимосвязи и отношения, как правило, не представлены явно, а имеют контекстное, сюжетно-опосредованное выражение и выявляются в ходе анализа задачи и поиска её решения. Они обеспечивают выполнение математических действий, для усвоения которых данная задача предназначена. Поясним приведенный тезис на примерах.

Задача 1. *Ребята получили на новогодней ёлке одинаковые подарки. Во всех подарках вместе было 123 апельсина и 82 яблока. Сколько*

ребят присутствовало на ёлке? Сколько апельсинов и сколько яблок было в каждом подарке? (№ 152 из [5]). Эта задача предназначена для усвоения действий по нахождению наибольшего общего делителя двух чисел.

Задача 2. *Возраст Москвы около 850 лет, Новгорода – 1100 лет, Рима 2700 лет, Александрии – 2300 лет, Киева – больше 1400 лет. В каком веке возник каждый из городов? (№ 988 из [5]). Задача предназначена для выполнения действий по сравнению нескольких чисел.*

Сюжеты текстовых задач, описывающие жизненные события, могут либо облегчать понимание смысла выполняемых математических действий, делать видимым то или иное действие, либо, напротив, скрывать его, «обволакивая сюжетной вуалью». В процессе решения задачи учащиеся подводятся к осознанию и формулированию правила выполнения того или иного действия, через сюжетные задачи пересмысливается математическое содержание, что позволяет делать правильный выбор необходимого математического действия для определения неизвестной величины.

Вторая важная составляющая сюжета задачи – *прикладная*, характеризующаяся значимостью той жизненной ситуации, в которой требуется применить математические знания. Приведём примеры.

Задача 3. *Москва и Глазов находятся в смежных часовых зонах. Какой час в Москве, когда в Глазове – три часа полудни?*

Задача 4. *Железнодорожный состав длиной в 1 км прошёл мимо столба за 1 мин, а через туннель при той же скорости – за 3 мин. Какова длина туннеля?*

Сюжеты могут отражать самые различные жизненные ситуации, встречающиеся в обыденной повседневной жизнедеятельности человека (покупка продуктов питания, приготовление пищи, мытье посуды, уборка комнат и т.п.). При этом обычно имеет место утилитарное применение математических знаний, связанное чаще всего с различного рода подсчетами и расчётами, необходимыми человеку на каждом шагу. В сюжетах может отражаться и практическая деятельность человека (ремонт помещений, раскрой ткани, укладка предметов и т.п.), выполняемая вне связи с его работой (профессией). Здесь уже требуется применить математические знания для того, чтобы справиться с практической задачей. Наконец, сюжеты могут отражать ситуации, характерные для производственной деятельности человека (вспашка поля, изготовление мебели, перевозка грузов и т.п.). Здесь требуется производить расчеты, определяющие стратегию производственной деятель-

ности, направленную на повышение производительности труда, эффективности того или иного проекта и т.п.

Третьей важной составляющей сюжета задачи является *мотивационная*, определяющая желание ученика решать такую задачу, находить ответ на поставленный вопрос, думать и даже проявлять изобретательность. Она также может быть представлена в сюжете по-разному. Нетрудно, например, понять, почему первую из представленных ниже задач учащиеся решают с охотой, а вторую – с нежеланием.

Задача 5. *Максимальная скорость советского истребителя военного времени «ЯК-3» – 720 км/ч, а немецкого истребителя «Мессеримидт-109» на 120 км/ч меньше скорости «ЯК-3» и на 30 км/ч больше другого истребителя «Фоке-Вульф-190-А». Найдите скорости немецких истребителей и сравните их со скоростью «ЯК-3».*

Задача 6. *По двухколейному трамвайному маршруту курсируют с интервалами в 3 минуты три вагона. Один из них сейчас находится на расстоянии 1 км от другого. Каково расстояние от третьего вагона до ближайшего к нему?*

События, описываемые в сюжете задачи, могут быть интересными сами по себе, увлекательными для учащихся, могут вызывать естественное побуждение детей к нахождению ответа. Ведь сюжеты отражают типичные жизненные ситуации, практику, мир обыденных для учеников предметов и явлений.

Можно говорить и о четвёртой составляющей сюжета задачи – *информационной* (общекультурной), определяющейся ценностью для личности той информации, которая содержится в нём, её общекультурной значимостью.

Сравним, к примеру, сюжеты следующих задач.

Задача 7. *В 3 роцах 4160 берёз. Сколько берёз в каждой роце, если в первой их в 3 раза больше, чем во второй, а в третьей столько, сколько в первых двух вместе?*

Задача 8. *Построить круговую диаграмму распределения поверхности Мирового океана между Тихим, Атлантическим, Индийским и Северным Ледовитым океанами (площади поверхностей каждого приводятся).*

Очевидно, что общекультурная ценность информации, содержащейся в фабуле второй задачи, намного выше, чем в первой, значит и гуманитарная её значимость в рассматриваемом смысле больше.

Наконец, нельзя сбрасывать со счетов и то обстоятельство, что систематические упражнения в

изучении сюжетных ситуаций, описанных в задачах, безусловно, способствуют развитию умственных операций: анализа, синтеза, абстрагирования, обобщения, конкретизации и т.п. Поиск решения требует проявления сообразительности, догадки, а в ряде случаев и особых качеств ума, таких как гибкость, критичность, доказательность. В процессе решения сюжетных задач формируются и приёмы умственной деятельности поискового характера: переформулирование, использование системы вопросов, составление таблиц и графических иллюстраций и др.

Возьмём классический пример сюжетной задачи из руководств по алгебре начала XIX в.

Задача 9. *Шлюпка идёт по Неве и переходит в 48 мин от Кадетского корпуса до Литейного двора, а оттуда возвращается в 32 мин, причём гребцы в оба конца гребли с одинаковой силой; спрашивается, скольким саженям равняется течение Невы в 1 мин и сколько саженей шлюпка пройдёт в то же время в стоячей воде? (см. [6, с. 16]).*

Как видим, в нехитром сюжете тонко переплетены, но вполне различимы все его основные составляющие: дидактическая (определяющаяся характером взаимосвязи скоростей по течению и против течения реки, а также основным отношением, связывающим скорость движения, время движения и пройденный путь); прикладная (определяющаяся спецификой вполне понятной жизненной ситуации); мотивационная (определяющаяся значимостью того места, в котором эта жизненная ситуация происходит) и информационная (определяющаяся общекультурной значимостью словосочетаний «Кадетский корпус» и «Литейный двор»).

Итак, различая в сюжете задачи четыре его основных составляющих: дидактическую (обучающую) D_i , прикладную (жизненную) P_j , мотивационную (эмоциональную) M_k и информационную (общекультурную) I_l , а также определённые уровневые показатели каждой, можно оценивать через них образовательный потенциал таких задач, их функциональную направленность и гуманитарную ценность.

Условно обнуляя показатели j , k и l , будем получать обыкновенные текстовые задачи с «вырожденными» сюжетами, типа $\langle D_m P_0 M_0 I_0 \rangle$. Главная их ценность – обучающая. Они могут предполагать применение математических знаний в знакомой (1), изменённой (2) и незнакомой ситуации (3). Приведём пример.

Задача 10. *Натуральное число сначала увеличили вдвое, а затем уменьшили на 3 и получили 17. Найдите это число.*

Усиливая прикладную ценность задачи, увеличиваем показатель j , вводя жизненную (бытовую) (1), практическую (2) или производственную ситуацию (3).

Задача 11. *Маша и Катя собрали грибов поровну. После того как они отдали три гриба знакомым, в корзинке осталось 17 грибов. Сколько грибов собрала каждая из девочек?*

Усиливая мотивационную значимость сюжета, варьируем показатель k , обогащая сюжет различными эмоционально-познавательными ситуациями: ситуацией наведения порядка, устранения недостатков, преодоления заблуждений (1); ситуацией постижения скрытого смысла, разгадывания тайны, познания особой мудрости (2); ситуацией оказания помощи вымышленным персонажам, людям, попавшим в затруднительное положение (2); ситуацией выполнения особой миссии, сопряжённой с проявлением храбрости, мужества, героизма (3); ситуацией созидания особого объекта, обладающего необычными свойствами, вызывающего восхищение (4).

Задача 12. *Готовясь к выступлению, клоун заготовил красные и синие карточки в одинаковом количестве. В гримёрной ему сообщили, что в приготовленном им конверте находится лишь 17 карточек, а три, по-видимому, он случайно оставил дома. Помогите клоуну определить, сколько карточек каждого цвета у него было первоначально.*

Обогащая информационную составляющую сюжета, изменяем значения показателя l , посредством обогащения сюжета общекультурной информацией терминологического (1), событийного (2) или ситуационного плана (3).

Задача 13. *Боровиков и красноголовиков собрали поровну. Три боровика отложили на приготовление шечмады, а семнадцать других грибов порезали для жюльена. Сколько боровиков и сколько красноголовиков собрали?*

Очевидно, что гуманитарная значимость сюжетной задачи определяется каждой составляющей сюжета, и можно ввести суммарный (например, средневзвешенный) показатель, отражающий её значение:

$$G = \frac{\frac{i}{i_*} + \frac{j}{j_*} + \frac{k}{k_*} + \frac{l}{l_*}}{4} 100,$$

где: i^* , j^* , k^* , l^* – максимальные значения показателей каждой из составляющих сюжета задачи.

К примеру, гуманитарная значимость выше приведённой задачи о шляпке, плывущей по

Неве (задача 9), будет определяться 54 условными единицами (их можно назвать, например, гуманами):

$$G = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{3}}{4} 100 \approx 54,$$

а гуманитарная значимость последней задачи 13 будет определяться 38 условными единицами (гуманами):

$$G = \frac{\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{3}}{4} 100 \approx 38.$$

Разумеется, следует понимать, что любая количественная оценка методической ценности того или иного средства всегда условна и не даёт полной и объективной информации о нём. Но ведь важны не только абсолютные, но и относительные значения, позволяющие проводить сопоставительные анализы и получать общее представление об изучаемом явлении.

Борясь за сохранение важной традиции отечественного математического образования – широкого использования сюжетных задач, как эффективного методического средства полифункциональной направленности, необходимо систематически обновлять сюжетную тематику, отражая в ней как социальные запросы, так и потребности развивающейся личности.

Статья подготовлена по результатам научных исследований в рамках Федерального задания Минобрнауки России, регистрационный номер 6.5267.2011 «Структурно-семантический и функциональный анализ задачных конструкций, используемых в обучении математике».

Список литературы

1. Садовничий В.А. О математике и её преподавании в школе // Всероссийский съезд учителей математики: Тезисы докладов. М.: МАКС Пресс, 2011. С. 3–22.
2. Бикеева А.С. Какие задачи решают в школе (записки стороннего наблюдателя) // Математика в школе. 2012. № 10. С. 3–10.
3. Рыжик В.И. Реплика по поводу... // Математика в школе. 2013. № 3. С. 60.
4. Фридман Л.М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. М.: Школьная пресса, 2002. 205 с.
5. Математика, 6 класс: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд. 25-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2009. 288 с.

6. Арнольд И.В. Принципы отбора и составления арифметических задач. М.: МЦНМО, 2008. 45 с.

7. Хрестоматия по методике математики: Обучение через задачи / Сост. М.И. Зайкин, С.В. Арюткина. Арзамас: АГПИ, 2005. 300 с.

WHY PLOT-BASED PROBLEMS ARE SO IMPORTANT IN MATHEMATICAL EDUCATION OF SCHOOL STUDENTS

M.I. Zaykin

The educational value of plot-based problems of school mathematics is analyzed, the main components of plots of such problems are identified, an assessment of humanitarian value of the plot of a problem is formulated, the need of systematic updating of plot themes is emphasized.

Keywords: mathematical education, plot-based problems, multifunctional orientation, plot components, assessment of the humanitarian value.