

УДК 378:53

**ОБ АНАЛИЗЕ СОДЕРЖАНИЯ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
ДЛЯ ЭКОНОМИСТОВ**

© 2013 г.

М.В. Котельникова, В.М. Соколов

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

vmsokolov@rambler.ru

Поступила в редакцию 12.06.2013

Представлена оценка содержания курса математического анализа, предназначенного для студентов, обучающихся по направлению подготовки 080100 «Экономика».

Ключевые слова: курс математического анализа для экономистов, матрицы логических связей элементов содержания.

Курс высшей математики – традиционный курс для системы высшего экономического образования. Его предназначение в идеале – обеспечить восприятие и использование математики в подготовке экономиста-профессионала и стать обучающим примером логического структурирования информации, личностных смыслов и мышления студента-выпускника. В то же время известно, что уровень математической подготовленности студентов к успешному использованию математики в профессионально ориентированных дисциплинах трудно признать удовлетворительным. Одним из решений данной проблемы может быть существенное увеличение времени на освоение наиболее значимых тем дисциплины, которые должны быть усвоены на достаточно высоком уровне. Отсюда возникает проблема обоснованного выделения наиболее значимых тем в содержании учебной дисциплины.

Цель данной работы – показать возможности объективизации отбора значимого содержания обучения на примере курса математического анализа – наиболее крупного и сложного для усвоения студентами среди всех разделов общего курса высшей математики.

В качестве способа объективизации экспертной оценки значимости предлагается использовать метод матриц логических связей (МЛС) элементов содержания учебных дисциплин (см. [1; 2]). В нашем случае он будет применен для оценки тем курса математического анализа, входящего в примерную основную образовательную программу по направлению подготовки 080100 «Экономика» для бакалавров (примерная образовательная программа ВПО 080100 «Экономика» РЭУ им. Г.В. Плеханова 2010 г.¹).

Семь разделов курса делится на 27 тем. На основании указанной программы строится квадратная таблица – МЛС, в которой по горизонтали и по вертикали указываются номера тем дисциплины. Далее рассчитывается частотность использования каждой темы, определяемая средним значением строки матрицы, состоящей из единиц (если восприятие, понимание темы столбца невозможно без использования темы данной строки) и нулей (если такой потребности в восприятии, понимании темы столбца нет). Частота использования темы считается главным критерием ее значимости.

Значение частоты использования каждой темы приведено в крайнем правом столбце фрагмента матрицы логических связей (табл. 1). В нашем случае **средняя по всем темам частота использования – 0.28, стандартное отклонение – 0.34.**

При анализе МЛС обращают на себя внимание темы с нулевой частотностью. Это «Пределы функций нескольких переменных» (№ 10), «Дифференциал функции многих переменных» (№ 12), «Приложение определенного интеграла» (№ 18), «Двойной интеграл» (№ 20), «Числовые ряды» (№ 21), «Функциональные ряды» (№ 22), «Линейные дифференциальные уравнения второго порядка» (№ 25), «Системы дифференциальных уравнений» (№ 26).

Тема «Применение дифференциального исчисления в экономике» с нулевой частотой использования имеет демонстрационный, мотивирующий характер и требует хорошей согласованности с темами курсов макро- и микроэкономики (изучающихся параллельно с курсом математического анализа), при которой экономические понятия должны поддерживаться и развиваться как в экономических дисциплинах,

Таблица 1

Фрагмент собственной МЛС математического анализа, построенной по примерной программе математического анализа для направления подготовки 080100.62 – «Экономика»

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE		
1		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	ст. окл.				
2	1		1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,08	0,34	
3	2			1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,24	2	
4	3				1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0,29	3	
5	4					1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,13	4	
6	5						1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0,82	5		
7	6							0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0,52	6		
8	7								0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	7		
9	8									0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,05	8		
10	9										1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0,28	9		
11	10											0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
12	11												1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0,25	11		
13	12													0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	
14	13														1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,07	13		
15	14															0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14	
16	15																1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0,92	15			
17	16																	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0,91	16			
18	17																		1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0,5	17		
19	18																			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	
20	19																				1	1	1	0	0	0	0	0	0	0,38	19		
21	20																					0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	
22	21																						0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	21
23	22																							0	0	0	0	0	0	0	0	0	22
24	23																								1	1	1	1	1	1	1	23	
25	24																									1	1	0	0,67	24			
26	25																										0	0	0	0	0	25	
27	26																											0	0	0	0	26	
28	27																														0,28	ср.ч.	
29																																	
30																																	0,33

Строки 2–27; столбцы 9–27 – номера тем, выделенных из примерной программы.

Столбец AC – частота использования. Строчка 29 – частота обращения.

Названия строчек и столбцов МЛС соответствуют названиям тем Приложения 1

так и в курсе мат.анализа. Смысл нулевой частотности тем «Системы дифференциальных уравнений» (№ 26) и «Методы решения разностных уравнений» (№ 27), завершающих МЛС, не обсуждается, поскольку в границах самой матрицы их значимость не определяется. Она может быть установлена при анализе связей курса мат.анализа со следующими за ним дисциплинами. Это касается всех тем с нулевой частотностью, принципиальная значимость которых определяется их востребованностью в профессиональной подготовке выпускника.

Теперь обратим внимание на последнюю строчку МЛС, в которой приведены средние значения по теме столбца. Эти величины – **частота обращения** – определяют количество тем, которые необходимо освоить, чтобы успешно воспринимать данную тему столбца.

Можно предположить, что при изучении тем с нулевой частотностью, которые не используются при изучении курса мат.анализа, студентам так или иначе невольно приходится обращаться к более востребованным темам, что может повысить качество их усвоения, а значит, и качество усвоения всего курса.

Из анализа частоты обращения к темам, на которые опираются темы с нулевой частотно-

стью (а именно тема 10 с частотой обращения 0,44, 12 – 0,36, 14 – 0,3, 18 – 0,2, 20 – 0,3, 21 – 0,2, 22 – 0,29; **среднее значение – 0,34; стандартное отклонение – 0,20**), видно, что пять из семи рассматриваемых тем опираются на высоко значимые (по частоте использования) темы: 5 (производная, с частотой использования 0,82); 15 (неопределенный интеграл – 0,92), 16 (методы интегрирования – 0,91), 17 (определенный интеграл – 0,5), что потенциально стимулирует их повторение.

На первый взгляд, это может повысить значимость этих тем, несмотря на их нулевую частоту обращения, но следует учитывать, что высокий уровень значимости тем 5, 15–17 обеспечивается другими темами курса с не нулевой частотностью использования. Это можно продемонстрировать, рассмотрев МЛС мат. анализа, из которой удалены все темы с нулевой частотностью использования. Оказывается, что в этой матрице частота использования рассмотренных выше тем остается прежней.

Подчеркнем еще раз, что окончательная значимость тем будет определяться частотой их использования в блоке дисциплин профессиональной подготовки. В нашем случае это совокупность экономических дисциплин с приори-

тетом микроэкономики, тогда как анализ междисциплинарных матриц логических связей между курсами «Математического анализа» и «Эконометрики», «Математического анализа» и «Теории вероятностей и математической статистики» подтверждает нулевое использование данных тем в соответствующих МЛС.

Из МЛС математического анализа видно наличие тем с высокой частотностью использования. Это темы № 5 «Производная» – 0.82; № 15 «Неопределенный интеграл» – 0.92; № 16 «Методы интегрирования» – 0.91². Следует иметь в виду, что каждая из тем включает несколько подтем и, говоря о высокой частотности вышеперечисленных, целостных тем, следует определить, каждая ли подтема, входящая в данную тему, одинаково востребована.

В теме «Производная» выделяются следующие подтемы: 5.1 «Понятие производной и ее геометрический смысл» (частотность – 0.41); 5.2 «Правая, левая производные» (частотность – 0); 5.3 «Дифференцируемость функции в точке» (частотность – 0); 5.4 «Связь понятий дифференцируемости и непрерывности» (частотность – 0.09); 5.5 «Таблица производных и правила дифференцирования» (частотность – 0.73).

Тема «Неопределенный интеграл» состоит из подтем 15.1 «Первообразная и неопределенный интеграл» (частотность – 0); 15.2 «Основные свойства» (частотность – 0.42); 15.3 «Таблица основных интегралов» (частотность – 0.75).

Тема «Методы интегрирования» состоит из подтем 16.1 «Непосредственное интегрирование» (частотность – 0.73); 16.2 «Замена переменной в неопределенном интеграле» (частотность – 0.73); 16.3 «Интегрирование по частям» (частотность – 0.73); 16.4 «Интегрирование рациональных дробей» (частотность – 0.73); 16.5 «Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций» (частотность – 0.73). В данном случае все подтемы оказываются одинаково востребованными.

Проведенный анализ дает основание утверждать, что именно на изучение высокочастотных подтем нужно отводить максимум времени, прежде всего на практических занятиях, включая в них задачи прикладного, экономического содержания.

В заключение считаем необходимым выразить искреннюю признательность профессору Ю.А. Кузнецову за полезное обсуждение данной работы.

Приложение 1

Скомпонованные из примерной программы математического анализа для направления подготовки

080100.62 – «Экономика» [3] темы, соответствующие строчкам и столбцам МЛС.

1. Понятие множества. Операции над множествами. Примеры «экономических» множеств. Числовые множества. Множества в \mathbb{R} . Счетные, несчетные множества. Отношения. Грани числовых множеств. Абсолютная величина.

2. Понятие функций и способы их задания. Область определения функции и ее график. Преобразования графика (сдвиг по осям, сжатие и растяжение, операция модуля от аргумента и функции). «Экономические» функции. Понятие производной функции. Примеры производственных функций. Функция потребления Кейнса. Производительность труда, капиталовооруженность и др.

3. Числовые последовательности и их пределы. Свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции в точке и его свойства. Односторонние пределы, бесконечные пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых функций.

4. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность элементарных функций. Типы разрывов. Непрерывность функции на отрезке. Понятие сложной и обратной функции.

5. Понятие производной и ее геометрический смысл. Правая, левая производные. Дифференцируемость функции в точке. Связь понятий дифференцируемости и непрерывности. Таблица производных и правила дифференцирования.

6. Понятие дифференциала и его геометрический смысл. Приближенные вычисления с помощью дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков.

7. Основные теоремы дифференциального исчисления и следствия из них. Монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты графика функции. Общий план исследования функции и построения графика функции.

8. Предельные микроэкономические показатели. Максимизация прибыли. Эластичность функции и ее свойства. Эластичность спроса и предложения. Функция полезности.

9. Понятие функции многих переменных. Способы задания. Область определения. Понятие о производственных функциях. Функция Кобба-Дугласа.

10. Последовательности в \mathbb{R} и их предел. Предел функции многих переменных в точке и в области. Свойства функций, непрерывных в области.

11. Частные приращения и частные производные функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Производные сложных и неявных функций. Градиент и производная по направлению. Касательная плоскость.

12. Полное приращение и полный дифференциал функции многих переменных. Геометрический смысл. Частные производные и дифференциалы второго и более высокого порядка. Применение полного дифференциала для приближенных вычислений.

13. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных. Задачи условного и

безусловного экстремума. Функция Лагранжа и ее экономическая интерпретация. Классические методы оптимизации.

14. Функция полезности. Задачи потребительского выбора. Производственные функции и их свойства. Функция Кобба-Дугласа. Эластичность замещения факторов. Функции спроса, их основные свойства и оптимизация.

15. Первообразная и неопределенный интеграл. Основные свойства. Таблица основных интегралов.

16. Непосредственное интегрирование. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных дробей, тригонометрических и иррациональных функций.

17. Суммы Дарбу и их свойства. Понятие определенного интеграла и его основные свойства. Формула Лейбница-Ньютона. Основные методы интегрирования.

18. Приложение определенного интеграла в геометрии. Задачи вычисления площадей, объемов тел вращения, плоской линии. Применение в экономике.

19. Метод трапеций. Несобственные интегралы.

20. Понятие двойного интеграла и его свойства. Геометрический смысл и сведение двойного и n -кратного интеграла к повторному. Методы вычисления двойных интегралов. Несобственные кратные интегралы.

21. Числовой ряд и его сходимость. Свойства сходящихся рядов. Знакоположительные ряды и признаки их сходимости. Знакопеременные ряды и знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Теорема Лейбница для знакочередующегося ряда.

22. Понятие функционального ряда. Равномерная сходимость и свойства равномерно сходящихся рядов. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Примеры разложения.

23. Основные понятия и определения. Теорема существования решения дифференциального уравнения. Общее и частное решение. Геометрический смысл. Метод изоклин.

24. Дифференциальные уравнения с разделенными переменными и однородные уравнения. Решение линейных дифференциальных уравнений. Приложе-

ние дифференциальных уравнений I -го порядка в экономике.

25. Основные определения. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

26. Определение системы линейных уравнений первого порядка. Свойства решений однородной системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Система линейных неоднородных уравнений с постоянными коэффициентами. Понятия о нестандартных методах решения.

27. Понятие о численных методах решения дифференциальных уравнений. Разностные линейные уравнения. Приложение в экономике. Понятия об экономических функционалах.

Примечания

1. В ФГОС третьего поколения по направлению подготовки 080100 экономика квалификация «Бакалавр» (в ред. Приказа Минобрнауки РФ от 31.05.2011 № 1975), в структуре ООП содержание учебной дисциплины «Математический анализ» не раскрыто. Именно это обстоятельство и предположение о том, традиционное содержание курса будет сохраняться и определило выбор указанной программы.

2. Темы № 23, 24, тоже имеющие высокую частотность использования, как отмечалось ранее, не обсуждаются, поскольку в границах самой матрицы их значимость не определяется.

Список литературы

1. Ваганова О.И., Соколов В.М. Методы оценки объема учебного материала, подлежащего запоминанию в курсе математики полной средней школы: Монография. Н. Новгород: ВГИПА, 2004. 101 с.

2. Соколов В.М., Лошкарева Д.А. Структурно-логические схемы и матрицы логических связей в анализе содержания образовательной программы // Наука и школа. 2011. № 6. С. 32–39.

3. Примерная программа математического анализа для направления подготовки 080100.62 «Экономика». – URL: http://www.edu.ru/db/portal/spe/progs/521600_mf.01.htm (дата обращения 02.08.2012).

ON THE ANALYSIS OF THE CONTENT OF THE CALCULUS COURSE FOR ECONOMISTS

M.V. Kotelnikova, V.M. Sokolov

We present the results of our study of the use of the calculus course in the process of training in the area of studies 080100 "Economics".

Keywords: results, content analysis, calculus course for economists, matrix of logical links between content elements.