УДК 372.851

СТРУКТУРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИСТЕМЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ, НАПРАВЛЕННОЙ НА ФОРМИРОВАНИЕ ПРОЕКТНО-КОНСТРУКТИВНЫХ УМЕНИЙ ШКОЛЬНИКОВ

Д.А. Рожкова[1], *М.А. Родионов*[2]

[1]Лицей современных технологий управления № 2 г. Пензы
[2]Пензенский госуниверситет

rdina77@mail.ru

Поступила в редакцию 12.06.2013

Рассматриваются основные этапы решения проблемы, выделены проектно-конструктивные умения, показан один из возможных способов составления системы математических задач, направленной на формирование проектно-конструктивных умений.

Ключевые слова: этапы решения проблем, проектно-конструктивные умения, система математических задач.

Умение решать различные проблемы является очень важным в современном обществе. От того, насколько эффективно человек умеет осознавать и решать возникающие перед ним проблемы, зависит, сможет ли он добиться успеха в жизни, состояться в личностном и профессиональном планах. Федеральный государственный стандарт среднего (полного) общего образования включает следующие требования к результатам освоения основной образовательной программы: «владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания» [1].

В работе Н.К. Нуриева и его коллег [2] (позиция которых в рассматриваемом контексте нам наиболее близка) делается вывод о том, что трансформация потока проблем, требующих решения, в поток результатов происходит в процессе проектно-конструктивной деятельности, которая включает следующие этапы: формализация проблемы, конструирование решения проблемы, реализация решения проблемы. Конкретизируем работу на каждом этапе.

На этапе формализации происходит анализ проблемы, осуществляются определение предметной области проблемы и формулировка проблемы в терминах этой предметной области, ставится цель решения проблемы.

На этапе конструирования решения проблемы происходит поиск аналогов, способов решения проблемы, сравнение альтернатив. Существенное влияние оказывает сложность проблемы (по-разному рассматриваются стандартная проблема, способ решения которой хорошо известен, и проблема, требующая нестандартного подхода, поиска новых, неизвестных путей решения). На этом этапе происходит поиск необходимой информации из выбранной предметной области. Этап конструирования заканчивается планом или алгоритмом решения проблемы.

На этапе реализации составленный план или алгоритм решения проблемы осуществляется.

Исходя из известных исследований по методике обучения решению математических задач (Д. Пойа, Ю.М. Колягин, Г.И. Саранцев, Л.М. Фридман и др.), можно прийти к выводу о необходимости добавления к вышеперечисленным этапам этапа рефлексии. При этом оценка полученного в ходе решения результата, сопоставление поставленной цели и результата, как правило, требует возврата к одному из предыдущих этапов решения исходной проблемы.

Проанализировав некоторые подходы к решению управленческих, социальных, инженерных проблем, мы выявили соответствующие проектно-конструктивные умения и классифицировали их по этапам решения проблемы [3]. Укажем эти умения.

На этапе формализации:

– умение отделить факты от мнений;

– умение анализировать, рассматривать проблему всесторонне;

– умение осуществлять сбор и анализ данных необходимых для понимания проблемы;

– умение определить цель и задачи решения проблемы.

На этапе конструирования:

– умение генерировать различные способы решения проблемы;

– умение оценить ту или иную альтернативу;

– умение связать один способ решения проблемы с другим;

– умение выявлять приоритеты решения подзадач проблемы;

– умение осуществлять обоснованный выбор того или иного способа решения проблемы;

– умение осуществлять сбор и анализ данных, необходимых для решения проблемы;

– умение использовать ИКТ-технологии для поиска путей решения проблемы.

На этапе реализации:

– умение осуществлять выбранный способ решения своевременно и в заданной последовательности;

– умение контролировать правильность выполнения каждого шага решения;

– умение осуществлять сбор и анализ данных, необходимых для реализации выбранного способа решения проблемы;

– умение использовать ИКТ-технологии для реализации выбранного способа решения проблемы;

– умение объяснить шаги реализации выбранного способа решения проблемы.

На этапе рефлексии:

– умение соотнести результат с поставленной целью решения проблемы;

– умение оценить эффективность выбранного способа решения проблемы.

Многие из перечисленных умений формируются при решении математических задач, каждая из которых может быть представлена как учебная проблема. Такое представление наиболее продуктивно в контексте анализируемой проблематики в случае рассмотрения прикладных математических задач и задач с реальным содержанием, решение которых предполагает полное развертывание указанной выше последовательности этапов.

В работе А.Р. Галимовой и Л.Н. Журбенко [4] представлена классификация задач в соответствии с этапами решения проблемы для студентов технических специальностей университетов: задачи на формализацию проблемы (Ф-задачи), задачи на конструирование решения (К-задачи), задачи на реализацию найденного решения (Р-задачи). Мы предлагаем использовать систему задач, в основу которой положена аналогичная классификация для формирования проектно-конструктивных умений школьников. Следует при этом пояснить, что задачи только на формализацию или только на конструирование решения, как правило, оказываются недостаточно мотивационно обусловленными для школьников в силу их «незавершенности». В реальном учебном процессе целесообразнее чаще рассматривать задачи, которые включают сразу несколько этапов решения. То есть, исходя из простейшего комбинаторного анализа, можно говорить о ФК-задачах, ФР-задачах, КР-задачах и ФКР-задачах.

Большинство задач в учебниках математики являются Р-задачами или КР-задачами, так как уже формализованы и требуют только применения известного метода решения, алгоритма, формулы или в более сложном случае – поиска нестандартного решения с последующей его реализацией.

Например, при решении неравенства $x^2-3x+2>0$ в девятом классе ученики сначала классифицируют это неравенство как квадратное, затем выбирают один из возможных способов решения (решение с помощью параболы или метода интервалов) и затем реализуют его. Таким образом, эта задача представляет собой КР-задачу.

Значительно меньше задач других типов. Между тем полезной для учеников одиннадцатого класса является следующая К-задача.

Для каждого уравнения укажите его тип и способ решения:

$$1)\ \frac{x}{2}-1=3x,\ 2)\ \sqrt{2x+3}=4,\ 3)\ 4x+2=6,$$

$$4)\ \log_3(3-x)=3,\ 5)\ 2^{1-4x}=32,\ 6)\ \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-12}=\frac{1}{8},$$

$$7)\ -\frac{4}{5}x=21\frac{3}{5},\ 8)\ \sqrt{-8+6x}=x,$$

$$9)\ \log_7(1+x)=2,\ 10)\ \sqrt[3]{x+5}=-3.$$

Решение может быть представлено в виде таблицы (см. Табл. 1).

Наиболее сложными являются ФКР-задачи. При решении таких задач необходимо выполнить все четыре этапа: формализация, конструирование решения, реализация решения, рефлексия. Такие задачи, как правило, являются прикладными и решаются с помощью метода математического моделирования. Следует отметить, что большинство прикладных задач, которые встречаются в учебниках математики, не являются ФКР-задачами, так как они уже формализованы – сформулированы на математическом языке и не требуют дальнейшей переформулировки. Приведем пример ФКР-задачи: «Часы идут точно. В 12.00 минутная и часовая стрелки совпали. Когда они совпадут в следующий раз?». В такой формулировке, как мы

Таблица 1

№	Уравнение	Название	Способ решения
1	$\frac{x}{2}-1=3x$	Линейные	Перенести слагаемые с x влево, без x – вправо, привести подобные слагаемые, поделить на коэффициент при x
3	$4x+2=6$		
7	$-\frac{4}{5}x=21\frac{3}{5}$		
2	$\sqrt{2x+3}=4$	Иррациональные	Возвести обе части уравнения в квадрат, решить полученное уравнение, проверить, являются ли полученные числа корнями, подстановкой в исходное уравнение
8	$\sqrt{-8+6x}=x$		
10	$\sqrt[3]{x+5}=-3$	Иррациональное	Возвести обе части уравнения в куб, решить полученное уравнение
4	$\log_3(3-x)=3$	Логарифмические	Представить обе части уравнения в виде логарифма с одинаковым основанием. Снять логарифмы, решить полученное уравнение. Следить за ОДЗ
9	$\log_7(1+x)=2$		
5	$2^{1-4x}=32$	Показательные	Представить обе части уравнения в виде степени с одинаковым основанием. Перейти к уравнению для показателей, решить его
6	$\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-12}=\frac{1}{8}$		

видим, нет математики в общепринятом понимании, математическую подоплеку еще необходимо актуализировать на этапе формализации решения.

Введем обозначения: время движения – t, угол отклонения в градусах от положения в 12.00 для минутной стрелки – α, для часовой – β. Тогда вопрос задачи можно сформулировать на математическом языке так: найти время движения стрелок t до того момента, когда угол α-360° станет равным углу β. Этап формализации завершен.

На этапе конструирования решения необходимо составить и решить уравнение, т.е. построить математическую модель задачи. Для этого введем еще две переменные: скорость минутной стрелки – v, скорость часовой стрелки – u. В соответствии с введенными обозначениями угол α = vt, угол β = ut. За один час минутная стрелка делает полный оборот; значит, ее скорость v = 360°/ч, скорость часовой стрелки u=360°:12ч=30°/ч. Тогда α=360t, β=30t. В соответствии с требованием задачи составим уравнение: 360t-360=30t. Это линейное уравнение, способ его решения известен. Этап конструирования решения завершен.

На этапе реализации решения нужно найти корни уравнения.

$$360t - 360 = 30t,$$
$$360t - 30t = 360,$$
$$330t = 360,$$
$$t=\frac{360}{330},$$

$$t=\frac{12}{11}\text{ (ч)}$$

Этап реализации решения завершен.

На этапе рефлексии можно убедиться в правильности полученного результата, например, вычислив углы α и β. Возможен поиск других способов решения задачи, один из таких способов можно найти в методическом пособии Ю.Ф. Фоминых [5, с. 7]. Для формирования умений выбирать рациональный, эффективный способ решения проблемы полезно сравнить первый и второй способы решения, выяснить преимущества и недостатки каждого.

В заключение перечислим проектно-конструктивные умения, которые формируются при решении математических задач в соответствии с этапами решения проблемы.

На этапе формализации задачи:

– умение понимать цель решения задачи;

– умение осуществлять поиск и анализ сведений для формулировки задачи, соответствующей проблеме;

– умение анализировать поставленную задачу.

На этапе конструирования решения задачи:

– умение распознавать вид задачи (алгоритмическая, эвристическая);

– умение осуществлять поиск и анализ информации, необходимой для решения задачи;

– умение выбирать рациональный способ решения, исходя из цели решения задачи;

– умение применять эвристики.

На этапе реализации решения задачи:

– умение выполнять вычисления, в том числе с использованием математических компьютерных систем;

– умение пояснять каждый шаг решения задачи;

– умение контролировать правильность выполнения каждого шага решения задачи.

На этапе рефлексии:

– умение соотносить результат с требованием задачи;

– умение обобщать способ решения на класс подобных задач;

– умение отыскивать другие способы решения задачи.

Таким образом, в ходе теоретического и практического исследования мы пришли к выводу о том, что специально подобранная система математических задач, в основу которой положена представленная поэтапная структура решения проблемы, может рассматриваться в качестве достаточно эффективного дидактического средства формирования проектно-конструктивных умений школьников.

Список литературы

1. Федеральный государственный стандарт среднего (полного) общего образования утвержденный Приказом Минобрнауки России № 413 от 17.05.2012. – URL: http://минобрнауки.рф/документы/2365/файл/736/12.05.17-Приказ_413.

2. Нуриев Н.К., Журбенко Л.Н., Старыгина С.Д. Системный анализ деятельности специалиста в области программной инженерии // Образовательные технологии и общество. 2008. № 4. С. 410–432.

3. Родионов М.А., Рожкова Д.А. Формирование базы математических задач для инженерных направлений подготовки // Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского. Физико-математические науки. 2012. № 30. С. 530–535.

4. Галимова А.Р., Журбенко Л.Н. Профессионально-ориентированная среда математической подготовки бакалавров в технологическом университете // Образовательные технологии и общество. 2007. № 10. С. 495–501.

5. Фоминых Ю.Ф. Прикладные задачи по алгебре для 7–9 классов: Кн. для учителя. М.: Просвещение, 1999. 112 с.

STRUCTURAL CHARACTERISTICS OF A SYSTEM OF MATHEMATICAL PROBLEMS AIMED AT FORMING PROJECT CONSTRUCTIVE SKILLS IN STUDENTS

D.A. Rozhkova, M.A. Rodionov

The article considers the main stages of solving the problem, identifies project constructive skills, shows one of the possible ways to develop a system of mathematical task problems aimed at developing project constructive skills.

Keywords: stages of problem solving, project constructive skills, system of mathematical tasks.