

УДК 581.5

**ДИСКРИМИНАЦИЯ КУЛЬТУРНЫХ ФОРМ ПРИМУЛЫ МНОГОЦВЕТКОВОЙ
(*PRIMULA X POLYANTHA* MILLER, 1768)
ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ ВЕНЧИКА ЦВЕТКА**

© 2014 г.

И.Н. Маркелов, А.А. Нижегородцев

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

ecology@bio.unn.ru

Поступила в редакцию 16.09.2013

С помощью непараметрического дискриминантного анализа показано, что геометрические характеристики венчика цветка примулы многоцветковой, включающие показатели поворотной и билатеральной псевдосимметрии, индекс изрезанности цветка и индекс проективного покрытия, позволяют статистически значимо дискриминировать культурные формы примулы. Наибольший вклад в дискриминацию вносит индекс изрезанности.

Ключевые слова: примула многоцветковая, геометрические характеристики венчика цветка, непараметрический дискриминантный анализ.

Введение

Симметрия представляет собой фундаментальную особенность природы, охватывающую все формы движения и организации материи, что позволило сформулировать новое научное направление – биосимметрию [1, 2]. Методологическое значение теории симметрии в биологии и экологии не вызывает сомнений [3–9]. Известно, что в природе чаще всего встречаются лишь приблизительно симметричные (псевдосимметричные) системы. В работе Гелашвили и др. [10] было обосновано применение алгоритма, основанного на свертке функций, для количественной оценки степени псевдосимметричности биообъектов, позволяющего оценивать степень псевдосимметричности биообъектов не только относительно билатеральных признаков, но и других возможных типов преобразований (поворотов, инверсий, трансляций и др.). Так, например, венчик правильных, или актиноморфных цветков инвариантен относительно отражений в нескольких плоскостях симметрии и одновременно относительно поворотов вокруг оси, перпендикулярной этим плоскостям и проходящей через точку их пересечения. На основе этого подхода была создана автоматизированная система оценки псевдосимметрии, открывающая возможности применения псевдосимметрии в биоиндикации [11]. Геометрия вегетативных и генеративных органов растений, оцененная количественно, может стать эффективным инструментом биомониторинга. Поэтому практическое применение теоретических предпосылок требует их апробирования и верификации на большом числе мо-

дельных объектов [12–14]. В контексте псевдосимметричности венчика цветка весьма интересным выступает род примула, или первоцвет (*Primula* L.), известный большим числом видов, сортов и культурных форм [15–18], а в частности примула многоцветковая (*Primula x polyantha* Miller, 1768).

Исходя из вышеизложенного, цель настоящей статьи – оценка успешности классификации культурных форм примулы многоцветковой (*P. x polyantha*) с помощью показателей геометрии венчика и выявление показателя, вносящего наибольший вклад в дискриминацию этих форм.

Материалы и методы

Для анализа были использованы шесть культурных форм цветков примулы многоцветковой: Alba, Atropurpurea, Lutea, Flava, Rubra и Sanguinea (табл. 1), выращенных в НИИ Ботанический сад ННГУ им. Н.И. Лобачевского в однотипных микроклиматических условиях. Общий объем выборки составил 324 цветка.

В качестве геометрических показателей венчика цветка *P. x polyantha* использовались показатели поворотной (η_r) и билатеральной (η_b) псевдосимметрии, а также индекс изрезанности цветка (I_r), которые измеряли с помощью ранее разработанного нами, на основе интегрального алгоритма свертки, пакета прикладных программ (ППП) BioPS [11]. Кроме того, был применен индекс проективного покрытия (I_{pc}), описанный нами ранее [13]. Таким образом, венчик цветка примулы характеризовался четырьмя геометрическими показателями: η_r , η_b , I_r , I_{pc} .

Таблица 1

Количество цветков культурных форм <i>Primula x polyantha</i> Mill.	
Культурная форма	Количество цветков в группе, шт.
Alba	24
Atropurpurea	61
Flava	42
Lutea	81
Rubra	70
Sanguinea	46

Таблица 2

Значения частной лямбды Уилкса для геометрических показателей венчика цветка *Primula x polyantha* Mill. различных культурных форм

Геометрические показатели	Частная лямбда	F-критерий	p
Средняя поворотная псевдосимметрия (η_p)	0.683	29.295	<0.001
Средняя билатеральная псевдосимметрия (η_b)	0.727	23.605	<0.001
Индекс изрезанности (I_r)	0.383	101.446	<0.001
Индекс проективного покрытия (I_{pc})	0.658	32.698	<0.001

Таблица 3

Структурные коэффициенты дискриминантных функций

Переменная	Структурные коэффициенты			
	функция 1	функция 2	функция 3	функция 4
Средняя поворотная псевдосимметрия	-0.543	-0.405	0.690	-0.257
Средняя билатеральная псевдосимметрия	-0.503	-0.489	0.477	-0.529
Индекс изрезанности	-0.479	0.520	-0.707	0.009
Индекс проективного покрытия	0.150	-0.273	-0.575	0.756

Статистические расчеты проведены с применением пакета «Statistica 10» и рекомендаций, изложенных в работах У.Р. Клекки и А.А. Халафяна [19, 20]. Предварительный анализ типа распределения значений геометрических характеристик цветков *P. x polyantha* показал, что они подчиняются нормальному закону, однако для использования параметрического дискриминантного анализа также необходимо равенство дисперсий геометрических показателей цветков исследуемых выборок. Результаты теста Левина свидетельствуют о различиях дисперсий показателей этих выборок. Поэтому в дальнейшем был использован непараметрический дискриминантный анализ.

Результаты и их обсуждение

Для оценки успешности классификации цветков *P. x polyantha* различных культурных форм, а также роли и вклада в дискриминацию каждого из четырех геометрических показателей венчика был использован метод непараметрического дискриминантного анализа.

Лямбда-статистика Уилкса используется для обозначения статистической значимости мощности дискриминации в текущей модели. Границы значений лямбды Уилкса принадлежат к интервалу от 0 до 1; таким образом, значения, лежащие около 0, свидетельствуют о хорошей дискриминации, а около 1 – о плохой. В нашем случае значение лямбды составило 0.095, что говорит о хорошей разделяющей способности модели.

Полученные значения частной лямбды Уилкса (табл. 2) статистически значимы и, следовательно, ни один из используемых показателей геометрии венчика не может быть исключен из модели.

Венчики цветков примулы многоцветковой рассматриваемых культурных форм, как уже говорилось ранее, характеризуются четырьмя геометрическими показателями. Величину вклада каждого из показателей в дискриминацию анализируемых совокупностей (культурных форм) можно оценить, исходя из значений частной лямбды Уилкса (табл. 2). Так, индекс изрезанности характеризуется наименьшим значением и вносит наибольший вклад в дискриминацию культурных форм примул. Вторым по значимости вклада является индекс проективного покрытия, третьим – показатель поворотной псевдосимметрии. Наименьший вклад в разделение культурных форм примул вносит показатель билатеральной псевдосимметрии.

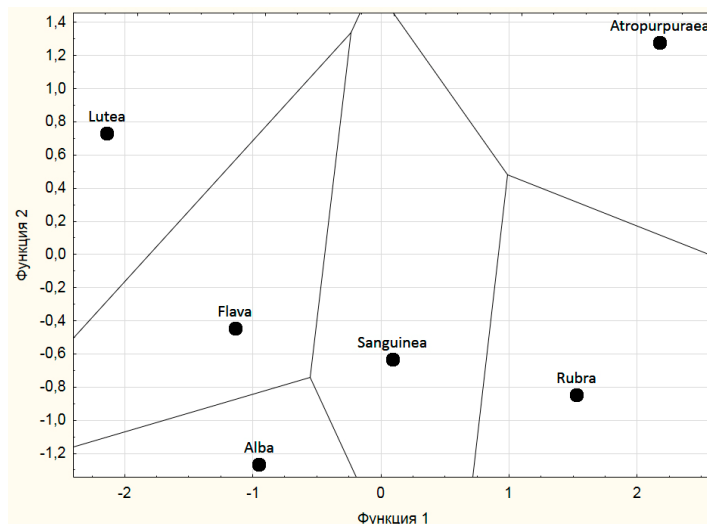
Поскольку для анализируемого материала число дискриминантных переменных (геометрических показателей) равно четырем и, соответственно, меньше числа классов (культурных форм – их шесть), то максимальное число дискриминантных функций равно числу переменных [19].

В табл. 3 приведены величины структурных коэффициентов дискриминантных функций, с помощью которых можно интерпретировать значения этих функций.

Таблица 4

Собственные значения и меры значимости дискриминантных функций

Функция	Собственное значение	Относительное процентное содержание	Каноническая корреляция
1	2.827	68.60	0.859
2	0.814	19.75	0.670
3	0.365	8.86	0.517
4	0.115	2.79	0.321

Рис. Диаграмма рассеяния Вороного для средних значений дискриминантных функций различных культурных форм *Primula x polyantha* Mill.

Структурные коэффициенты, являющиеся корреляциями между переменными и соответствующей дискриминантной функцией, отражают силу и направленность связи между последними. Название функции (ее вербальная характеристика) дается в соответствии с наиболее сильно коррелированными с ней переменными с учетом знака структурных коэффициентов (табл. 3). Для функции 1 структурные коэффициенты переменных η_r и η_b являются отрицательными и имеют наибольшие абсолютные значения. Следовательно, функции 1 можно дать следующее название – «уменьшение поворотной и билатеральной псевдосимметрии венчика цветка». Аналогичным образом были интерпретированы и остальные функции: функция 2 – «увеличение изрезанности венчика цветка», функция 3 – «уменьшение изрезанности и увеличение поворотной псевдосимметрии венчика цветка», функция 4 – «увеличение покрытия проективного и уменьшение билатеральной псевдосимметрии венчика цветка».

Относительное процентное содержание собственных значений дискриминантных функций и канонические корреляции показывают, какими дискриминантными возможностями обладают функции, а также реальную полезность этих функций. Обращаясь к данным, приведенным в табл. 4, можно заключить, что функции 1 и 2 имеют наибольшие значения как относи-

тельного процентного содержания дискриминантных функций, так и канонических корреляций. Это говорит о сильной связи геометрических показателей венчика цветка культурных форм с этими дискриминантными функциями. Напротив, функции 3 и 4 имеют меньшие собственные значения дискриминантных функций и меры значимости.

Таким образом, для графического представления данных наиболее подходящими являются функции 1 и 2, так как они обладают наибольшими дискриминирующими возможностями построенной модели. С этой целью была построена диаграмма рассеяния Вороного для средних значений дискриминантных функций различных культурных форм примул (рисунок).

Эта диаграмма позволяет определить те культурные формы, которые наилучшим образом разделяются дискриминантными функциями. Соотнося значения квадратов расстояний Махаланобиса между центроидами форм (табл. 5) и диаграмму рассеяния (рисунок), можно заключить, что пары форм *Atropurpurea/Lutea*, *Atropurpurea/Alba* и *Lutea/Rubra* классифицируются наиболее удачно, так как квадраты расстояний Махаланобиса между центроидами этих групп принимают наибольшие значения и в пространстве дискриминантных функций они наиболее удалены друг от друга. Напротив, квадрат расстояния Махаланобиса между цен-

Таблица 5

Квадраты расстояний Махаланобиса (P_0) между центроидами классов (культурных форм *Primula x polyantha* Mill.) и их критерии значимости (F^*)

Культурная форма	Критерий	Культурная форма				
		Atropurpureaea	Flava	Lutea	Rubra	Sanguinea
Alba	P_0	17.14	3.13	6.98	7.95	5.38
	F	73.09	11.85	32.00	35.20	21.00
Atropurpureaea	P_0	–	15.01	19.12	5.07	9.82
	F	–	92.44	164.74	40.96	63.77
Flava	P_0	–	–	4.16	8.40	6.36
	F	–	–	28.49	54.59	34.60
Lutea	P_0	–	–	–	16.00	7.67
	F	–	–	–	148.80	55.72
Rubra	P_0	–	–	–	–	3.40
	F	–	–	–	–	23.39

* Все значения F -критерия, приведенные в таблице, статистически значимы ($p < 0.01$).

Таблица 6

Матрица классификации цветков различных культурных форм *Primula x polyantha* Mill.

Культурная форма	Alba	Atropurpureaea	Flava	Lutea	Rubra	Sanguinea	Априорные вероятности
Alba	14	1	8	0	1	0	0.074
Atropurpureaea	0	57	18	0	0	6	0.188
Flava	0	7	32	0	2	1	0.130
Lutea	0	0	0	50	10	1	0.250
Rubra	4	0	1	8	50	7	0.216
Sanguinea	0	2	1	1	9	33	0.142

*Значения, находящиеся в закрашенных ячейках, отражают число правильно классифицированных цветков соответствующей культурной формы.

троидами форм Rubra и Sanguinea принимает наименьшее значение, что говорит о самой слабой дискриминации среди представленных форм.

На примере наиболее удаленных в пространстве дискриминантных функций культурных форм (Atropurpureaea и Alba, рисунок) можно продемонстрировать интерпретацию основных геометрических характеристик венчиков, по которым была произведена дискриминация. Так, исходя из значений структурных коэффициентов функций 1 и 2 (табл. 3) и их вербальных характеристик, можно заключить, что для венчиков цветков формы Atropurpureaea характерны более низкие значения средней поворотной и билатеральной псевдосимметрии и высокие значения индекса изрезанности по сравнению с этими же характеристиками венчиков цветков формы Alba.

Ошибочно классифицированные наблюдения (цветки) в разной степени представлены во всех культурных формах, но в наименьшей степени затрагивают форму Atropurpureaea. Это говорит о том, что цветки данной культурной формы обладают наиболее отличными от других форм геометрическими характеристиками (табл. 6).

Для оценки точности процедуры классификации с помощью дискриминантных функций относительно случайной классификации была

применена τ -статистика ошибок [19], значения которой рассчитывали по выражению

$$\tau = \frac{n_c - \sum_{i=1}^g p_i n_i}{n_{\bullet} - \sum_{i=1}^g p_i n_i}, \quad (1)$$

где n_c – общее число правильно классифицированных объектов по всем классам (236 наблюдений); n_{\bullet} – общее число наблюдений по всем классам (324 наблюдения); g – число классов; p_i – априорная вероятность принадлежности к классу; n_i – число объектов в классе. Сумма $\sum_{i=1}^g p_i n_i = 59.366$ представляет собой число цветков, которые будут правильно отнесены к своим классам при случайной классификации пропорционально априорным вероятностям. Максимальное значение τ -статистики равно 1, оно достигается в случае безошибочного предсказания. Используя данные классификационной матрицы (табл. 6), рассчитали значение τ -статистики, составившее 0.668. Это означает, что классификация, произведенная с помощью дискриминантных функций, делает на 66.8% меньше ошибок, чем ожидалось при случайной классификации. Действительно, при случайной классификации общее число совершаемых ошибок составит 264.6 (значение знаменателя в

выражении для t -статистики), тогда как число действительных ошибок составляет разность $n_{\bullet} - n_c = 88$. Следовательно, на 264.6 ожидаемых ошибок приходится 88 действительных ошибок.

Заключение

Подводя итоги дискриминантного анализа геометрических характеристик венчиков цветков различных культурных форм *P. x polyantha*, можно заключить, что используемый набор параметров венчика цветка (η_r , η_b , I_r , I_{rc}) позволяет статистически значимо дискриминировать культурные формы примулы многоцветковой (лямбда Уилкса составляет 0.095). При этом наибольший вклад в дискриминацию, исходя из значений частной лямбды, вносит индекс изрезанности. Следует также отметить, что близость расположения культурных форм *Alba*, *Flava* и *Sanguinea* в пространстве дискриминантных функций (рисунок) позволяет сделать предположение, что они являются не отдельными культурными формами, а относятся к разным вариациям одной культурной формы. Таким образом, предложенные геометрические характеристики венчика цветка, апробированные на примуле многоцветковой, являются перспективными для задач биоиндикации.

Список литературы

1. Заренков Н.А. Биосимметрика. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 320 с.
2. Урманцев Ю.А. Симметрия природы и природа симметрии. М.: Мысль, 1974. 229 с.
3. Астауров Б.Л. Исследование наследственного изменения галтеров у *Drosophila melanogaster* Schin // Журн. эксп. биол. Сер. А. 1927. Т. 3. Вып. 1–2. С. 1–61.
4. Васильев А.Г., Васильева И.А., Большаков В.Н. Феногенетическая изменчивость и методы ее изучения. Екатеринбург: Изд-во Уральского ун-та, 2007. 280 с.
5. Захаров В.М. Асимметрия животных. М.: Наука, 1987. 216 с.
6. Зорина А.А. Методы статистического анализа флуктуирующей асимметрии // Принципы экологии. 2012. № 3. С. 23–45.
7. Трубянов А.Б., Глотов Н.В. Флуктуирующая асимметрия: вариация признака и корреляция левое-правое // Докл. АН. 2010. Т. 431. № 2. С. 283–285.
8. Kellner J.R., Alford R.A. The ontogeny of fluctuating asymmetry // Amer. Natur. 2003. V. 161. № 6. P. 931–947.
9. Palmer A.R., Strobeck C. Fluctuating asymmetry analysis revisited // In: Developmental instability (DI): causes and consequences. New York: Oxford University Press, 2003. P. 279–319.
10. Гелашвили Д.Б., Чупрунов Е.В., Иудин Д.И. Структурно-информационные показатели флуктуирующей асимметрии билатерально симметричных организмов // Журн. общ. биол. 2004. Т. 65. № 4. С. 377–385.
11. Гелашвили Д.Б., Чупрунов Е.В., Марычев О.М., Сомов Н.В., Широков А.И., Нижегородцев А.А. Приложение теории групп к описанию псевдосимметрии биологических объектов // Журн. общ. биол. 2010. Т. 71. № 6. С. 497–513.
12. Аникьев А.А., Федоряк Н.И., Аникьева Э.Н. Способ количественной оценки формы листа как уникального сортового признака и его вариабельности у растений земляники // Сельскохозяйственная биология. 2008. № 1. С. 116–122.
13. Маркелов И.Н., Нижегородцев А.А., Гелашвили Д.Б. Регрессионный анализ показателей геометрии цветка гвоздики Фишера (*Dianthus fischeri* Spreng.) из различных биотопов Нижегородской области // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2012. № 2 (3). С. 145–148.
14. Bruno O.M., R. de Oliveira Plotze, Falvo M., de Castro M. Fractal dimension applied to plant identification // Information Sciences. 2008. V. 178. № 12. P. 2722–2733.
15. Вавилова Л.П. Золотые ключи Фрейи // Цветоводство. 1990. № 2. С. 39–40.
16. Егорова Т.В. Семейство Первоцветные (Primulaceae) // В кн.: Жизнь растений. В 6 т. / Под ред. А.Л. Тахтаджяна. М.: Просвещение, 1989. Т. 5. Ч. 2. С. 110–115.
17. Федоров А.А. Род Первоцвет *Primula* L. // В кн.: Флора СССР. М.–Л.: Наука, 1952. Т. 18. С. 111–202.
18. Halda J.J. The genus *Primula* in cultivation and the wild. Pennsylvania, Englewood, Colorado, USA, 1992. 364 p.
19. Клекка У.Р. Дискриминантный анализ // В кн.: Факторный, дискриминантный и кластерный анализ / Пер. с англ. М.: Финансы и статистика, 1989. С. 78–138.
20. Халафян А.А. STATISTICA 6. Статистический анализ данных. Учебник. 3-е изд. М.: Бином-Пресс, 2007. 512 с.

DIFFERENTIATION OF CULTURAL FORMS OF POLYANTHUS PRIMROSE (*Primula x polyantha* Miller, 1768) BY ITS COROLLA GEOMETRIC SHAPES

I.N. Markelov A.A. Nizhegorodtsev

Nonparametric discriminant analysis has shown that the corolla geometric shape indices of the polyanthus primrose (including those of rotational and bilateral pseudosymmetry, irregularity and projective cover) can be statistically significant in differentiation of the flower cultural forms. The irregularity index makes the largest contribution to the differentiation.

Keywords: polyanthus primrose, corolla geometric shapes, nonparametric discriminant analysis.

References

1. Zarenkov N.A. Biosimmetrika. M.: Knizhnyj dom «LIBROKOM», 2009. 320 s.
2. Urmancev Ju.A. Simmetrija prirody i pri-roda simmetrii. M.: Mysl', 1974. 229 s.
3. Astaurov B.L. Issledovanie nasledstvennogo izmenenija galterov u *Drosophila melanogaster* Schin // Zhurn. jeksp. biol. Ser. A. 1927. T. 3. Vyp. 1–2. S. 1–61.
4. Vasil'ev A.G., Vasil'eva I.A., Bol'shakov V.N. Fenogeneticheskaja izmenchivost' i metody ee izuchenija. Ekaterinburg: Izd-vo Ural'skogo un-ta, 2007. 280 s.
5. Zaharov V.M. Asimmetrija zhitovnyh. M.: Nauka, 1987. 216 s.
6. Zorina A.A. Metody statisticheskogo analiza fluktuirujushhej asimmetrii // Principy jekologii. 2012. № 3. S. 23–45.
7. Trubjanov A.B., Glotov N.V. Fluktuirujushhaja asimmetrija: variacija priznaka i korreljacija levopravoe // Dokl. AN. 2010. T. 431. № 2. S. 283–285.
8. Kellner J.R., Alford R.A. The ontogeny of fluctuating asymmetry // Amer. Natur. 2003. V. 161. № 6. P. 931–947.
9. Palmer A.R., Strobeck C. Fluctuating asymmetry analysis revisited // In: Developmental instability (DI): causes and consequences. New York: Oxford University Press, 2003. P. 279–319.
10. Gelashvili D.B., Chuprunov E.V., Iudin D.I. Strukturno-informacionnye pokazateli fluktuirujushhej asimmetrii bilateral'no simmetrichnyh organizmov // Zhurn. obshh. biol. 2004. T. 65. № 4. S. 377–385.
11. Gelashvili D.B., Chuprunov E.V., Marychev O.M., Somov N.V., Shirokov A.I., Nizhegorodcev A.A. Prilozhenie teorii grupp k opisaniju psevdosimmetrii biologicheskikh ob#ektov // Zhurn. obshh. biol. 2010. T. 71. № 6. S. 497–513.
12. Anik'ev A.A., Fedorjaka N.I., Anik'eva Je.N. Sposob kolichestvennoj ocenki formy lista kak unikal'nogo sortovogo priznaka i ego variabel'nosti u rastenij zemljaniki // Sel'skohozjajstvennaja biologija. 2008. № 1. S. 116–122.
13. Markelov I.N., Nizhegorodcev A.A., Gela-shvili D.B. Regressionnyj analiz pokazatelej geometrii cvetka gvozdiki Fishera (*Dianthus fischeri* Spreng.) iz razlichnyh biotopov Nizhegorodskoj oblasti // Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. 2012. № 2 (3). S. 145–148.
14. Bruno O.M., R. de Oliveira Plotze, Falvo M., de Castro M. Fractal dimension applied to plant identification // Information Sciences. 2008. V. 178. № 12. P. 2722–2733.
15. Vavilova L.P. Zolotyje kljuchi Freji // Cvetovodstvo. 1990. № 2. S. 39–40.
16. Egorova T.V. Semejstvo Pervocvetnye (Primulaceae) // V kn.: Zhizn' rastenij. V 6 t. / Pod red. A.L. Tah-tadzhanja. M.: Prosveshhenie, 1989. T. 5. Ch. 2. S. 110–115.
17. Fedorov A.A. Rod Pervocvet *Primula* L. // V kn.: Flora SSSR. M.–L.: Nauka, 1952. T. 18. S. 111–202.
18. Halda J.J. The genus *Primula* in cultivation and the wild. Pennsylvania, Englewood, Colorado, USA, 1992. 364 p.
19. Klekka U.R. Diskpiminantnyj analiz // V kn.: Faktopnyj, diskpiminantnyj i klastepnyj analiz / Per. s angl. M.: Finansy i statistika, 1989. S. 78–138.
20. Halafjan A.A. STATISTICA 6. Statistiche-skij analiz dannyh. Uchebnik. 3-e izd. M.: Binom-Press, 2007. 512 s.