

УДК 519.6

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ЭФФЕКТА АБЕРРАЦИИ

© 2014 г.

М.И. Шишина

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

java-jsp@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.09.2013

Разработана программа для визуализации изображений звездного неба, видимого наблюдателем, движущимся со скоростью, близкой к скорости света. Математическая модель, созданная для программы компьютерной визуализации эффекта аберрации, основана на законах специальной теории относительности.

Ключевые слова: математическое моделирование, визуализация, аберрация, теория относительности, цифровой планетарий, компьютерные технологии.

Введение

Развитие современных компьютерных технологий позволило научной визуализации приобрести тесную взаимосвязь с массивными вычислениями и дополнить вычислительные методы возможностью наглядного представления моделируемых явлений. Благодаря созданию высокопроизводительных графических процессоров, появлению языков программирования высокого уровня и многофункциональных интерфейсов прикладного программирования стали возможными математическое моделирование и визуализация фундаментальных физических законов и прикладных задач, требующих соответствующего программного обеспечения, в том числе связанных с процессами, протекающими при скоростях, близких к скорости света.

Общая теория относительности – теория гравитации, которая в предельном случае слабых гравитационных полей сводится к закону всемирного тяготения Ньютона. Актуальные задачи визуализации по теории относительности возникают в тех случаях, когда релятивистские эффекты начинают существенно влиять на распространение излучения от источника к наблюдателю. Использование математического моделирования, разработка новых методов научной визуализации и применение передовых информационных технологий позволяют обеспечить решение задачи по демонстрации релятивистских эффектов, в числе которых задача по визуализации релятивистского эффекта аберрации.

Впервые на эффект звездной аберрации обратил внимание Брэдлей в 1728 г. при наблюде-

нии смещений звезд на небесной сфере, вызванных годичным движением Земли. В 1905 г. Эйнштейн в статье «К электродинамике движущихся тел» [1, с. 7–36] вывел релятивистскую формулу аберрации. В 2010 г. немецкие астрофизики Томас Мюллер и Даниэль Вайскопф [2] создали программу, позволяющую визуализировать изображение неба вокруг черной дыры с учетом эффекта аберрации, вызываемого движением наблюдателя. В 2012 г. в Массачусетском технологическом институте в лаборатории компьютерных игр (MIT Game Lab) была разработана 3D-игра, в которой обсчитывается визуальный эффект аберрации как повышение интенсивности света в направлении движения [3]. Однако работ по моделированию и визуализации эффекта аберрации, непосредственно предназначенных для демонстрации на сферическом куполе в цифровых планетариях, до сих пор не встречалось.

В настоящее время во всем мире наблюдается устойчивая тенденция перехода планетариев на цифровые технологии, которые позволяют демонстрировать на куполе всё многообразие видео- и фотоматериалов, созданных с помощью методов научной визуализации и современных компьютерных технологий. Работа посвящена разработке математической модели и метода компьютерной визуализации эффекта аберрации, наблюдаемого равномерно релятивистски движущимся наблюдателем, для демонстрации в современных цифровых планетариях.

Моделирование эффекта аберрации

Рассмотрим следующую задачу математического моделирования и визуализации эффекта аберрации. Пусть по поверхности бесконечно

удаленной сферы случайным образом распределены звезды и в центре сферы находится равномерно релятивистски движущийся по прямой линии наблюдатель. Требуется найти положение каждой звезды с точки зрения наблюдателя.

Для решения задачи полагаем отношение скорости наблюдателя v к скорости света c равным β , где β – параметр задачи. Целью работы является создание программного продукта, позволяющего получать мгновенные полнокупольные изображения звездного неба, видимого наблюдателем, в зависимости от параметра β .

Абберация света является видимым смещением объекта при относительном движении наблюдателя и этого объекта. Пусть в системе отсчёта S' источник света неподвижен и находится под углом θ' к оси x' . Тогда в системе наблюдателя S , которая относительно системы S' движется вдоль оси x со скоростью v , направление на этот источник света составляет угол θ .

Явление звездной абберации может возникать только при наличии относительного движения наблюдаемого объекта и наблюдателя. В случае звездного неба, видимого наблюдателем, угол абберации для каждой звезды – это угол между направлением на видимое положение звезды (мнимое изображение) и направлением на ее действительное положение (рис. 1).

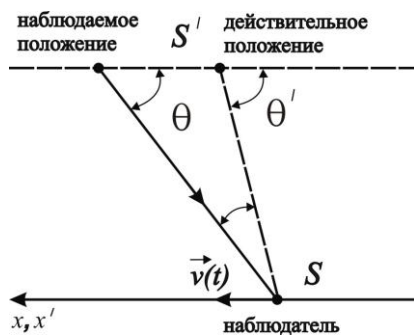


Рис. 1. Положение светящегося объекта в релятивистски движущейся системе координат

В соответствии с релятивистским правилом сложения скоростей эти два угла связаны между собой следующим образом:

$$\cos\theta = \frac{\cos\theta' - \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}\cos\theta'}, \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} \sin\theta'}{1 - \frac{v}{c}\cos\theta'}, \quad (1)$$

где c – скорость света.

Полагаем, что звезды заданы массивом точек. При математическом моделировании для получения каждого искомого полнокупольного изображения звездного неба находим координаты звезд при определенных задаваемых значениях параметра β . Для получения местоположения каждой звезды используем сферические координаты r, θ, φ , формулы абберации (1) и формулы перехода от сферических координат к декартовым:

$$\begin{cases} x = r \sin\theta \cos\varphi, \\ y = r \sin\theta \sin\varphi, \\ z = r \cos\theta. \end{cases} \quad (2)$$

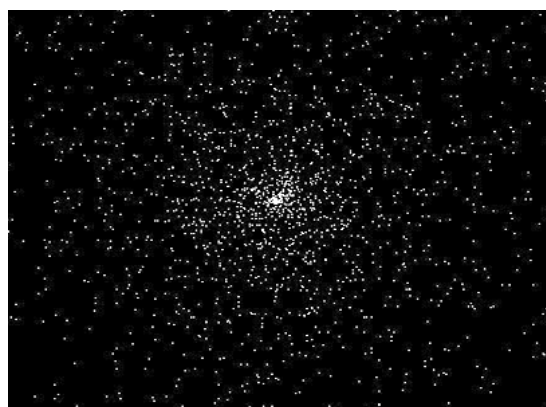
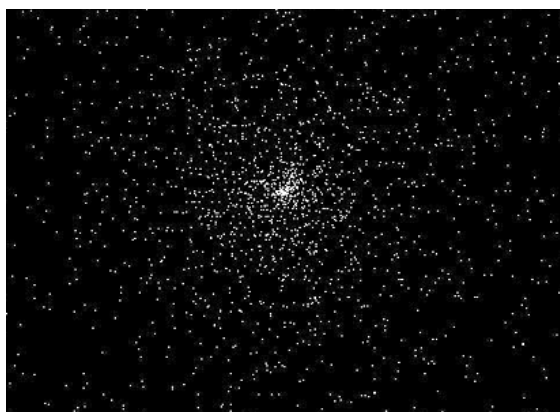
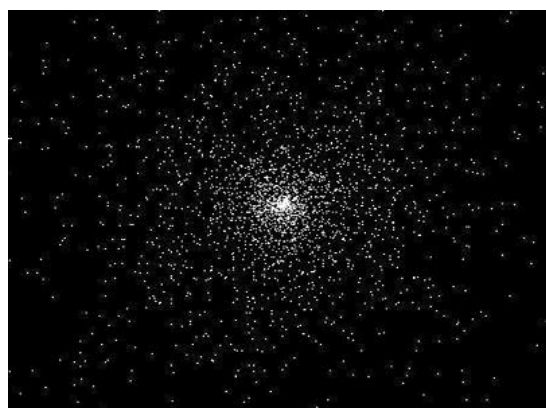
В результате моделирования получены соответствующие декартовы координаты x, y, z каждой звезды. Таким образом, с помощью математического моделирования найдено положение каждой звезды на звездном небе в зависимости от различных значений параметра β , создана математическая модель звездного неба, видимого релятивистски движущимся наблюдателем, основанная на законах специальной теории относительности [1].

Визуализация эффекта абберации

Для полученной математической модели разработана программа с использованием объектно-ориентированного языка программирования C++, традиционно применяемого для написания быстродействующих и высокопроизводительных программ профессионального уровня, и эффективного прикладного программного интерфейса OpenGL для написания приложений в области компьютерной графики с широкими функциональными возможностями.

В результате работы созданной программы получена визуализация изображений звездного неба, видимого наблюдателем, движущимся со скоростью, близкой к скорости света, при различных значениях параметра β , наглядно демонстрирующая эффект абберации.

Для иллюстрации полученных результатов математического моделирования и визуализации эффекта абберации ниже приведены начальное и конечное изображения звездного неба из серии изображений, видимых наблюдателем, когда параметр β меняется от 0.1 до 0.9 с шагом 0.1 (рис. 2, рис. 3) и при изменении параметра β от 0.91 до 0.99 с шагом 0.01 (рис. 4, рис. 5).

Рис. 2. $\beta = 0.1$ Рис. 3. $\beta = 0.9$ Рис. 4. $\beta = 0.91$ Рис. 5. $\beta = 0.99$

Полученные результаты математического моделирования и визуализации эффекта абберации в 2012–2013 гг. демонстрировались на куполе Нижегородского планетария, оснащённом современной цифровой системой визуализации, позволяющей проецировать на купол яркое изображение сверхвысокого разрешения, видео-, фотоматериалы и компьютерную графику.

Заключение

В настоящее время теория относительности широко преподаётся в университетах и все чаще встречается в учебных программах средних школ. Очевидно, что для дальнейшего прогресса в преподавании теории относительности и популяризации научных знаний должны разрабатываться наглядные аудиовизуальные материалы. Одним из потенциально коммерциализуемых применений результатов данной работы

может быть производство полнокупольных видеоматериалов для использования при создании научно-популярных программ, предназначенных для демонстраций в современных цифровых планетариях.

Список литературы

1. Эйнштейн А. Собр. науч. тр. в 4 тт. Т. 1. Работы по теории относительности. 1905–1920. М.: Наука, 1965. 700 с.
2. Müller T., Weiskopf D. Distortion of the stellar sky by a Schwarzschild black hole // *American Journal of Physics*. 2010. № 78. P. 204–214.
3. Gerd Kortemeyer, Philip Tan, and Steven Schirra. A Slower Speed of Light: Developing intuition about special relativity with games FDG 2013 // *FDG '13. Proceedings of the International Conference on the Foundations of Digital Games*. ACM New York, NY, USA, P. 400–402.

MATHEMATICAL SIMULATION AND VISUALIZATION OF ABERRATION EFFECT*M.I. Shishina*

A program has been developed to visualize images of the stellar sky as seen by an observer travelling at close to the speed of light. A mathematical model for the computer visualization program of the aberration effect is based on the laws of special relativity.

Keywords: mathematical simulation, visualization, aberration, theory of relativity, digital planetarium, computer technologies.

References

1. Jejsnshtejn A. *Sobr. nauch. tr. v 4 tt. T. 1. Raboty po teorii otositel'nosti. 1905–1920.* M.: Nauka, 1965. 700 s.
2. Müller T., Weiskopf D. Distortion of the stellar sky by a Schwarzschild black hole // *American Journal of Physics.* 2010. № 78. P. 204–214.
3. Gerd Kortemeyer, Philip Tan, and Steven Schirra. A Slower Speed of Light: Developing intuition about special relativity with games FDG 2013 // FDG '13. Proceedings of the International Conference on the Foundations of Digital Games. ACM New York, NY, USA, P. 400–402.