

УДК 372.851

**МАТЕМАТИКА НЕПРЕРЫВНАЯ И ДИСКРЕТНАЯ:
ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ, ПСИХОЛОГИЯ И ПРЕПОДАВАНИЕ**

© 2014 г.

В.Н. Шевченко

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

shev@uic.nnov.ru

Поступила в редакцию 20.11.2014

Обсуждается проблема преподавания математики как профильной, так и непрофильной науки.

Ключевые слова: проблема преподавания, математические знания, преподавание математических дисциплин.

1. Конференция «Инновационные методы обучения в высшей школе: проектно-ориентированный, проблемный, поисковый и другие методы» послужила для меня поводом посмотреть на преподавание математических (и не только) дисциплин как с узкой (как преподавателя и зав. кафедрой математической логики и высшей алгебры) так и с более общей (факультет, ННГУ и т. д.) точки зрения. Сначала я собирался ограничиться лишь курсами, ведущимися на кафедре МЛиВА, и, может быть, поделиться какими-то соображениями с коллегами, преподающими другие математические дисциплины.

Ясно, что эти соображения касаются прежде всего двух вопросов: «Чему?» и «Как?» учить. Ответы на эти вопросы невозможны без решения тесно связанного с ними третьего – «Зачем?», ответ на который лежит в области психологии – науке об уме. Ясно также, что эти же вопросы возникают при обучении любой научной дисциплине – математика здесь не исключение. Ее уникальность в другом. Не мной (и не математиками!) замечено, что в любой науке столько науки, сколько в ней числа – стало быть, какие-то математические знания необходимы любому специалисту. Отмечу также, что с развитием вычислительной техники не только резко увеличилось количество желающих воспользоваться результатами работы ЭВМ (потребителей), но и число наук (и гуманитарных тоже), представленных ими. Должен ли будущий, скажем, психолог понимать, чем отличаются *рациональные числа* от *иррациональных* и что такое *функция*, или ему хватит школьных знаний арифметики (к сожалению, катастрофически уменьшающихся)? Более того, бурное проникновение компьютеров в нашу жизнь тре-

бует от любых специалистов понимания, что такое *алгоритм*. Разумеется, я не собираюсь учить преподавателей нематематических дисциплин, как отвечать на такие вопросы, однако думаю, что *знание* рациональных чисел, *умение работать* с ними (например, складывать) и понимать, что такое *функция* и *алгоритм* необходимо любому потребителю (в том числе и гуманитарно). В качестве иллюстрации замечу, что я (и, конечно, не только я) с большим удовольствием повышал квалификацию на занятиях в 2008 году у Людмилы Николаевны Захаровой, использовавшей сложную (и тем интересную) математическую модель психологической ситуации. Очевидно, что при использовании (тем более при построении) этой модели ей потребовалось весьма глубокое понимание, что такое алгоритм, но знание, скажем, курса «Функциональный анализ» вряд ли принесло бы большую пользу.

2. Итак, возникает вопрос: «В каком объеме и какие именно математические знания каждому конкретному специалисту нужны для решения поставленных перед ним (как специалистом) задач?» Прежде чем включать машину, надо знать «Зачем?». Если специалист правильно выбрал основные параметры, от которых существенно зависит интересующая его ситуация, и следовательно, отказался от рассмотрения остальных – будем говорить, что он построил *качественную модель*, – то он легко найдет ответы на эти вопросы (никакие советы ему не нужны). В этом случае он сможет провести вычислительный эксперимент, дающий ему знания об изучаемом им предмете. По существу это значит, что он построил математическую модель. Если же в результате вычислительного эксперимента он получит результат,

противоречащий его знаниям, то необходимо уточнение модели или задачи (знаний), и в этом случае по-видимому, строить математическую модель лучше в тандеме с математиком. Сколько таких уточнений потребуется, к сожалению, заранее сказать невозможно. Предоставлю слово А.Н. Тихонову и Д.П. Костомарову [1, с. 6]: «Создание в середине 20-го века электронно-вычислительных машин (ЭВМ) можно в некотором смысле сопоставить с изобретением паровой машины или использованием электричества. Однако ЭВМ занимают в ряду этих величайших достижений человечества особое место: если обычные машины расширяли физические возможности людей, то ЭВМ существенно повысили их интеллектуальный потенциал... Вычислительные машины привели к появлению новых эффективных методов познания законов реального мира и их использования в практической деятельности людей. Процесс математизации науки, техники, экономики потребовал подготовки высококвалифицированных специалистов, способных реализовать те огромные и пока еще далеко не исчерпанные возможности, которые дает применение ЭВМ. Вычислительные машины не работают без направляющего воздействия человека. Их использование связано с построением математических моделей изучаемых объектов и созданием вычислительных алгоритмов. Машины также должны пройти соответствующее “обучение”, то есть получить программное обеспечение как общего, так и специально ориентированного характера. Весь этот широкий комплекс проблем является полем деятельности специалистов по прикладной математике. Однако сегодня среди пользователей ЭВМ наряду с профессиональными математиками-вычислителями много представителей других специальностей: инженеров, физиков, химиков, экономистов, социологов и т. д. Завтра круг людей, которым в своей производственной деятельности нужно будет уметь грамотно пользоваться математическими методами и ЭВМ, станет еще шире». Замечу, что это сказано в 1979 году.

Еще одно подтверждение этого тезиса – только что появившаяся коллекция книг «Мир математики»¹, вызвавшая у меня ностальгическое желание перечитать аналогичные книги, издававшиеся ранее. Мне кажется, что самое непосредственное отношение к рассматриваемой теме имеют вопросы: «Может ли машина мыслить» и «Как устроен человеческий мозг», по которым много спорили на рубеже 50–60-х годов 20-го века (во времена моего обучения в ГГУ).

Дальше я хочу познакомить вас с книгой Гаррета Биркгоффа «Математика и психология», представляющей собой перевод доклада видного американского математика Гаррета Биркгоффа, прочитанного им в Обществе промышленной и прикладной математики (ОППМ) и опубликованного затем в журнале этого общества. Цитата от переводчика Г.Н. Поварова: «Доклад посвящен интересной и актуальной задаче анализа умственных способностей человека и их моделирования – синтеза – на электронных вычислительных машинах. Вычислительная техника и методы программирования развиваются весьма быстро, и нельзя исключить также возможности создания дешевых и эффективных аналоговых и гибридных устройств, моделирующих органы чувств. Кроме того, в природе дискретное не противостоит совершенно резко непрерывному: как показывает история физики, мы различаем их лишь с известной точностью, в известном разрезе. В целом же проблема искусственного разума может быть решена в ту или другую сторону опытом, и притом достаточно длительным и полным» [2].

Из главы «Симбиоз человека и машины»:

«Рассмотренные выше данные кажутся несовместимыми с идеей, что роботообразные “думающие машины” заменят со временем людей, даже в чистой математике. Вместо этого мы можем предвидеть все более растущий симбиоз человека и машины, в котором каждый партнер выполняет задачи, наиболее для него подходящие. Определить, какие это будут задачи, будет нелегко. Быть может, здесь пригодится данный Пойя совет, что математическое “изобретение и обучение следовало бы изучать... методами экспериментальной психологии”. Только руководствуясь глубоким и благожелательным пониманием психологии человеческих математиков, так же как и особенностей цифровых вычислительных машин, мы достигнем эффективного взаимодействия человека и машины в решении проблем завтрашней чистой и прикладной математики.

Итак, я полагаю, что вычислительные машины станут ценным орудием исследования и что они окажут помощь в понимании психологических процессов человеческого обучения, доказательства теорем, игры и перевода с одного языка на другой. Но думаю также, что усилия заменить человеческое мышление статически или динамически программируемыми вычислениями будут ограничены областями, где имеется ясная экономическая и социальная отдача.

Это может свести роль чистых специалистов по вычислительным машинам к роли техников, оптимизирующих внос машин в общую работу. Чтобы сделать симбиоз человека и машины подлинно эффективным, наше общество будет нуждаться в прикладных математиках, которые как численные аналитики следили бы за приближениями, производимыми при моделировании континуумов, и, что еще важнее, соотносили бы выход вычислительных машин с решаемыми на них научными и техническими задачами.

Думаю, что эта потребность открывает перед ОППМ одну из величайших его возможностей – поддержать и стимулировать профессиональное развитие таких прикладных математиков, способных к глубокому общению с другими учеными и инженерами и знакомыми с мощью и ограничениями цифровых машин. Люди, обладающие этими способностями, призваны стать вожжами завтрашнего математического мира, но их будет крайне трудно найти и развить!»

Из главы «Прикладная математика»:

«Даже математический мозг человека далеко не сводится к логической машине. В согласии с замечаниями фон Неймана о “рождении математических идей из опыта” я сказал бы, что математика обретает глубину, когда люди пытаются применить дискретные методы счета и логики к геометрии. Это привело к открытию Пифагором существования иррациональных чисел и позже к фундаментальному понятию дедекиндовых сечений.

Наконец, если физическая интуиция была источником многих глубочайших идей чистой математики, насколько важнее она для прикладной, постоянно сталкивающейся с новыми проблемами жизни, безмерной глубины и сложности. Как хочешь пробуй укротить их логикой – что-то всегда ускользнет. В механике жидкостей, например, хорошо известно, что убедительные логические аргументы часто бывали обманчивыми и вели к парадоксам, решение которых подвергло бы суровому испытанию искусство не одного софиста!

Может случиться, что со временем физическая интуиция станет играть меньшую роль как в чистой, так и в прикладной математике. Но это будет лишь потому, что мы живем в век, когда приложения математики выходят за границы физики и техники и начинают проникать в химию, биологию, экономику и административные науки».

3. Как известно, факультет ВМК выделился из механико-математического факультета в 1963 году в составе трех кафедр:

Теории управления и динамики машин (Ю.И. Неймарк);

Численного и функционального анализа (С.Н. Слугин);

Математической логики и высшей алгебры (Ю.В. Глебский).

В министерском приказе об образовании ВМК (1962) сказано, что факультет создан для «подготовки специалистов нового профиля, сочетающих глубокое математическое образование с умением применить его для математического моделирования и исследования на основе вычислительной математики и новых кибернетических подходов самых разнообразных процессов и явлений, происходящих в природе и обществе».

Пятидесятилетняя история ВМК подтверждает, что отцы-основатели факультета правильно прогнозировали потребности страны в будущих специалистах по математической кибернетике.

Мой учитель – основатель кафедры МЛиВА **Юрий Васильевич Глебский** (1927–1977), заведовавший ею до 1970 г., а затем руководивший лабораторией дискретной математики в НИИ ПМК, был одним из первых горьковских ученых, осознавших значение в то время новых кибернетических задач дискретной математики и активно взявшихся за их решение. Получивший классическое математическое образование и начавший успешно работать в области функционального анализа (под руководством А.Г. Сигалова им была защищена в 1955 г. кандидатская диссертация на тему «О характеристических свойствах решений регулярных и квазирегулярных задач вариационного исчисления»), Ю.В. Глебский в середине 50-х годов приступил к изучению разнообразных кибернетических моделей – от теории расписаний до теории кодирования.

Естественно, что Юрию Васильевичу пришлось заниматься вопросами преподавания. В частности, он начал модернизацию курса «Геометрия и алгебра» (по его инициативе эти курсы были объединены), назревшую из-за общей алгебраизации науки. По разным причинам это дело пришлось продолжать мне. Я не говорю уже о дисциплине «Дискретная математика» (теоретическая база математической кибернетики), основанной на его кибернетических результатах и трудах его учеников. Коллектив кафедры МЛиВА продолжает его дело. Мне было бы жаль, если бы ВМК перестал готовить специалистов, имеющих глубокое математическое образование, поскольку я вложил много сил в постановку курса «Геометрия и алгебра», начатую Ю.В. Глебским.

Примечание

1. Первая книга из коллекции Ф. Корбала. Золотое сечение. Математический язык красоты / Пер. с англ. М.: Де Агостини. 2013, 160 с.

Список литературы

1. Тихонов А.Н., Кастомаров Д.П. Рассказы о прикладной математике. М.: Наука, 1979.
2. Биркгофф Г. Математика и психология. М.: Советское радио, 1977.
3. Вейль Г. Математическое мышление. М.: Наука, 1989.
4. Иваницкий Г.Р. Вирази закономерностей. Правило БИО – стержень науки. М.: Наука, 2011*.
5. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1970.

6. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения. М.: Советское радио, 1977.

7. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. М.: Наука, 1969.

8. Таубе М. Вычислительные машины и здравый смысл. Миф о думающих машинах. М.: Прогресс, 1964**.

9. Халамайзер А.Я. Математика гарантирует выигрыш. М.: Московский рабочий, 1981.

10. Хемминг Р.В. Численные методы. М.: Наука, 1972.

11. G. Polya. How to Solve It. Princeton, Princeton University Press, 1945 (рус. пер.: Д. Пойа. Как решать задачу. 2-е изд. М.: Учпедгиз, 1961).

12. G. Polya. Mathematics and Plausible Reasoning. 2 vols. Princeton, Princeton University Press, 1954 (рус. пер.: Д. Пойа. Математика и правдоподобные рассуждения. М. ИЛ, 1957).

CONTINUOUS AND DISCRETE MATHEMATICS: ITS APPLICATIONS, PSYCHOLOGY AND TEACHING*V.N. Shevchenko*

The paper discusses the problem of teaching mathematics as a core and non-core discipline.

Keywords: problem of teaching, mathematical knowledge, teaching mathematics.

References

1. Tihonov A.N., Kastomarov D.P. Rasskazy o prikladnoj matematike. M.: Nauka, 1979.
2. Birkhoff G. Matematika i psihologija. M.: Sovetskoe radio, 1977.
3. Vejl' G. Matematicheskoe myshlenie. M.: Nauka, 1989.
4. Ivanickij G.R. Virazhi zakonornostej. Pravilo BIO – sterzhen' nauki. M.: Nauka, 2011.
5. Poja D. Matematicheskoe otkrytie. M.: Nauka, 1970.
6. Stahov A.P. Vvedenie v algoritmicheskiju teoriju izmerenija. M.: Sovetskoe radio, 1977.
7. Strojck D.Ja. Kratkij ocherk istorii matematiki. M.: Nauka, 1969.

8. Taube M. Vychislitel'nye mashiny i zdravij smysl. Mif o dumajushhih mashinah. M.: Progress, 1964.

9. Halamajzer A.Ja. Matematika garantiruet vyigrysh. M.: Moskovskij rabochij, 1981.

10. Hemming R.V. Chislennye metody. M.: Nauka, 1972.

11. G. Polya. How to Solve It. Princeton, Princeton University Press, 1945 (rus. per.: D. Poja. Kak reshat' zadachu. 2-e izd. M.: Uchpedgiz, 1961).

12. G. Polya. Mathematics and Plausible Reasoning. 2 vols. Princeton, Princeton University Press, 1954 (rus. per.: D. Poja. Matematika i pravdopodobnye rassuzhdenija. M. IL, 1957).

* Монография посвящена основам познания – дискретности Природы, или ее блочно-иерархическому строению, и правилу блочно-иерархического отбора (правило БИО). Достоинство правила БИО в том, что оно простое и проверяется на практике. Интерес представляют следствия из него. В результате возникает одна из поразительных особенностей современной науки – многообразие возможных схем толкования природных закономерностей. Это обусловлено самим характером законов естествознания. Правило БИО позволяет понять многие закономерности, которые существуют в окружающем нас мире.

** Предисловие академика А.И. Берга. В приложениях к книге есть три статьи: А.Л. Сэмюэль. Искусственный разум: прогресс и проблемы; У. Росс Эшби. Кибернетика сегодня и ее будущий вклад в технические науки; Поль Армер. О возможностях кибернетических систем.