УДК 512(072.3)

ПРЕЕМСТВЕННОСТЬ В ОБУЧЕНИИ ПОИСКУ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В ШКОЛЕ И ВУЗЕ

А.А. Аксёнов

Орловский госуниверситет

aksenovaa@inbox.ru

Поступила в редакцию 27.10.2008

Представлен один из возможных теоретико-методологических подходов к исследованию проблемы преемственности в обучении школьников и студентов вузов поиску решения математических задач. Основная цель – показать, что методология системного подхода и теоретическая концепция математических задач, предложенная Ю.М. Колягиным, может быть научным обоснованием решения проблемы построения единой методики формирования умения выполнять поиск решения задач в средней школе и вузе (для тех специальностей, в освоении которых математика является одной из профилирующих дисциплин).

Ключевые слова: методология, системный подход, преемственность, задача, поиск.

Введение

Одним из аспектов проблемы обучения поиску решения математических задач является преемственность в обучении школьников и студентов. Она в значительной степени обусловлена тем, что задачи, решаемые студентами вузов, как правило, в большей степени стандартизированы, чем школьные математические задачи. Однако и в средней школе, и в вузе в курсе математики немало задач, требующих напряженной умственной работы в ходе поиска их решения. Процесс поиска их решения имеет много общих закономерностей, поэтому целесообразно разработать единую методику обучения поиску решения школьных и вузовских математических задач, тем самым в определённой степени решив проблему преемственности. Ввиду трудности проблемы обучения поиску решения задач, прежде чем построить такую методическую систему, необходимо разработать соответствующий методологический аппарат. Один из возможных его вариантов представлен в данной статье. Термин «преемственность» будем понимать как взаимосвязь методических средств обучения математике, при которой новые методические средства, используемые в обучении студентов, в определённой (а часто – значительной) степени сохраняют в себе часть и (или) сущность средств, используемых в обучении школьников.

Теоретико-методологическая часть

В конце семидесятых годов прошлого века весомое научное исследование по проблеме применения задач в обучении школьников математике выполнил Ю.М. Колягин. Основные результаты опубликованы в книгах [1, 2]. В нём он предложил теоретическую модель задачи (в частности, школьной математической задачи), одной из основных составляющих которой стала внешняя структура задачи, позже названная информационной [3]. В замкнутой системе «человек – задача» информационная структура задачи представлена четырьмя компонентами: S = (A, C, D, B). Смысл этих компонентов следующий.

A – условие (условия) задачи, то есть данные и отношения между ними.

B – требование задачи, то есть искомое (искомые) и отношения между ними.

C – базис решения задачи – теоретическая и практическая основа, необходимая для обоснования решения.

D – способ, определяющий процесс решения задачи, то есть способ действия по преобразованию условия (условий) задачи для выполнения требования.

А.В. Брушлинский в своей работе [4] указывал, что в методических исследованиях часто отождествляется искомое и требование в задаче, что не вполне правомерно с точки зрения психологии мышления, поскольку требование в задаче известно всегда (оно понимается как побудительное предложение или руководство к действию), а искомое чаще всего неизвестно. Так, рассматривая задачу нахождения корней уравнения, замечаем, что требование (решить уравнение) известно, а искомое (корни уравнения) неизвестно. Учитывая это замечание А.В. Брушлинского, делаем вывод, что в предложенной трактовке информационной структуры задачи компонент B дуалистичен: он диалектически связывает требование с искомым. Если понимать его только как искомое, с учётом того, что в предлагаемой школьнику или студенту задаче всегда известно условие (A), В.И. Крупич выделил шесть типов задач, предложив представленную ниже их классификацию, обоснованную в работе [3]:

I тип. ACDB и ACDX – алгоритмические задачи.

II тип. ACXB и ACXY – полуэвристические задачи.

III тип. AXYB и AXYZ – эвристические задачи.

Буквами X, Y и Z обозначены неизвестные компоненты информационной структуры задачи. Легко видеть, что здесь представлены все возможные варианты типологии задач, существующих в реальности, то есть среди них отсутствуют задачи, в которых известен способ решения, но неизвестен теоретический базис (очевидно, такие задачи не могут иметь места в математике). Классификация задач выполнялась по количеству неизвестных компонентов информационной структуры. Применительно к рассматриваемой в статье проблеме из этой классификации исключим задачи типа ACDB, поскольку в них известен способ решения.

Если принять во внимание не все компоненты информационной структуры, а только один, а именно теоретический базис задачи (C), то можно получить следующую классификацию задач: 1) задачи, сформулированные и решаемые средствами только одной теории; 2) задачи, сформулированные средствами одной теории, но решаемые с помощью аппарата ещё каких-либо теорий; 3) задачи, составленные на основе аппарата нескольких теорий и решённые только их средствами; 4) задачи сформулированные средствами нескольких теорий, но решённые с применением арсенала других теорий. Очевидно, для составления этой классификации использовался логический закон исключённого третьего. Заметим, что это не количественная, а количественно-качественная классификация задач. Действительно, если задача сформулирована, например, средствами одной теории, а для её решения необходимо использовать аппарат ещё каких-либо теорий, то особенность поиска решения состоит именно в том, что необходимо выйти за пределы исходного теоретического базиса задачи. Само количество теорий, дополнительно привлекаемых к решению этой задачи, не столь важно, тем более что нередко привлечение одной дополнительной теории бывает более трудной процедурой, чем привлечение двух-трёх других теорий. Именно по этой причине в данном случае необходимо выполнять количественно-качественную классификацию задач.

Теперь рассмотрим другой компонент информационной структуры задачи – способ её решения (D). Компонент D может быть известен или неизвестен субъекту, решающему задачу. Основные известные ему составляющие компонента D – это алгоритмы или методы решения задач, изученные им на данный момент времени. Проанализируем возможные ситуации, применяя логический закон исключённого третьего. Все математические задачи можно разделить на две группы: а) задачи, которые полностью непосредственно разрешимы с помощью одного или нескольких известных алгоритмов; б) задачи, которые не могут быть решены таким образом. Задачи из второй группы также разделяются двояко: 1) задачи, непосредственно решаемые с помощью одного или нескольких стандартных методов, применяемых последовательно (или задачу можно решить посредством нескольких методов, но каждый из них один способен привести к её решению); 2) задачи, которые не могут быть решены данным образом. Задачи из второй подгруппы тоже могут быть разделены на два множества. К первому относятся задачи, в процессе решения которых применяются известные субъекту методы. Здесь имеется в виду ситуация, когда на некоторых этапах своего решения задача не решается с помощью известных методов непосредственно, то есть прежде чем использовать какой-либо известный метод, нужно выполнить в ней некоторые преобразования, и только после этого его применение становится возможным. Ко второму множеству относятся задачи, в решении которых вообще не используются известные методы. Итак, в зависимости от того, что задействовано в обосновании решения задач, получено четыре их класса: непосредственно используется один или несколько алгоритмов; непосредственно применяются несколько известных методов (в частности, один метод); допускается использование в процессе решения некоторых известных методов; известные методы в решении не применяются ни для какой стратегии поиска (но алгоритмы могут быть задействованы в ходе решения такой задачи). Эта классификация также является количественно-качественной, поскольку алгоритм решения задачи качественно отличается от метода. Методы решения задач в большинстве случаев могут быть сформулированы и доказаны как теоремы (например, методы решения школьных и дифференциальных уравнений), а алгоритмы характеризуются указанием точного упорядоченного количества конкретных действий, безошибочное выполнение которых гарантирует субъекту то, что он решит задачу. Неизвестной же составляющей компонента D являются указанные выше преобразования в задаче, после выполнения которых становится возможным применение известных методов решения задач.

Исследуем дуалистичный компонент информационной структуры задачи B. Как требование он известен всегда. Если понимать его как искомое, то он может быть как известен, так и неизвестен. Если он известен, то в ходе решения задачи следует искать только способ её решения и, возможно, его теоретический базис. В этом случае данная задача может быть отнесена только к виду задач на доказательство, поскольку в них точно указано, что требуется доказать. Для задач всех других видов искомое неизвестно. Например, для задач на построение искомым является конкретное положение строимых фигур, а не их название или какие-то другие характеристики. Рассуждая о поиске решения задачи, заметим, что для нахождения решения части задач достаточно привести конкретный пример. Выделим их в отдельный вид задач (решаемых приведением конкретного примера). Решение задач из другой части приходится осуществлять традиционно, то есть на каждом из этапов решения рассматривать все возможные ситуации, выявлять логические связи компонентов задачи и т. п. В них искомое может быть известно или неизвестно. В первом случае речь идёт о задачах на доказательство. Во втором случае искомое может быть найдено либо только посредством его визуализации, либо иначе. Первое из рассмотренных множеств задач составляют задачи на построение. Задачи из второго множества также разделим на две группы. В первую из них соберём задачи, в которых известность искомого станет прямым следствием нахождения теоретического базиса и способа решения, а кроме того, для них качественно известно, что представляет собой искомое (например, корни уравнения, величина угла, длина отрезка, площадь круга и т. п.) Во вторую группу объединим задачи, для которых указанный факт не имеет места. В первой группе оказались задачи на вычисление. Однако целесообразнее назвать их задачами на нахождение, поскольку искомое в них может быть выражено не только конкретным числом, но и аналитическим выражением, содержащим какие-либо буквы и не допускающим дальнейшего упрощения. Для задач из второй группы в общем случае искомое не только качественно неизвестно, оно на разных этапах решения задачи может качественно же меняться, то есть состоять из различных по своей сущности частей и т. п. Этот вид задач может быть назван задачами на исследование. Получено пять видов задач. Однако субъект может не только решать предложенные ему задачи, но и составлять их. Причём составлять он может задачи всех пяти указанных выше видов. Однако в этой процедуре можно выделить частный случай, связанный с тем, что субъект составляет задачу данного вида с известным теоретическим базисом её формулировки или решения, а также зная некоторые качества, которыми должна обладать данная задача. Отличительная особенность таких задач в том, что их условие станет частью искомого (или всем искомым) составляемой задачи, а их искомое является условием составляемой задачи. То есть они в полной мере соответствуют классификации задач, выявленной В.И. Крупичем. Выделим их в отдельный вид, который назовём видом конструктивных задач. Таким образом, получено шесть видов задач: задачи на нахождение; задачи на доказательство; задачи на построение; задачи на исследование; конструктивные задачи; задачи, решаемые приведением конкретного примера. Заметим, что принадлежность задачи к одному из этих видов определяется предметным содержанием компонента B её информационной структуры.

В современной методологии методики обучения математике принято различать два метода, относящихся к арсеналу системного подхода [5, 6]. Первый метод основан на понимании системы как совокупности объектов, взаимосвязь которых обусловливает наличие новых интегративных качеств, не свойственных отдельным образующим её компонентам. Именно с помощью этого метода были выявлены пять типов задач в зависимости от особенностей их информационной структуры, шесть видов задач, предопределяемых предметным содержанием искомого и требования в них, четыре класса задач, основанных на том, средствами скольких теорий задача сформулирована и решена, а также четыре типа ситуаций, связанных с тем, какими алгоритмами и методами выполняется решение задач. Второй метод основан на понимании системы как непустого множества элементов, на котором реализовано данное отношение с фиксированными свойствами [7]. В философии и методологии науки его часто называют структурно-функциональным [8]. Этот метод позволяет выделить структурную единицу анализа явления, изучение которой вскрывает закономерности существования самого явления, установить иерархическую связь составляющих его частей. Основываясь на этом методе, выявим структурную единицу процесса поиска решения задачи и покажем, что она же является структурной единицей процесса обучения поиску решения задач.

Согласно концептуальному подходу к трактовке понятия «задача», предложенному Ю.М. Колягиным, решение задачи состоит в том, что субъект устанавливает предметное содержание ещё неизвестных ему компонентов информационной структуры задачи на основе работы с известными компонентами. В ходе её выполнения в его мышлении отображается известная в задаче информация. Отображение в сознании субъекта данных, имеющихся в информационной структуре задачи (и появляющихся в качестве промежуточных результатов её решения), позволяющее понять их смысл и выполнять нахождение предметного содержания неизвестных компонентов её информационной структуры, будем называть идеей. Помимо этого, необходимо иметь в виду, что в решении задачи на различных этапах приходится применять разные идеи решения, причём на конкретном этапе часто есть возможность для завершения решения реализовать не одну, а несколько идей. И такой этап в задаче может быть не один. Тогда идею, позволяющую выполнять решение задачи в пределах одного этапа, будем называть локальной. Глобальной идеей для конкретной задачи назовём последовательность её локальных идей. Так как на каждом этапе решения задачи возможна реализация нескольких различных идей, задача может иметь несколько глобальных идей. Из этих рассуждений следует, что математическую задачу, имеющую n локальных идей (n этапов в решении), можно рассмотреть как последовательность n подзадач, непосредственно следующих друг за другом, причём номер каждой подзадачи совпадает с номером локальной идеи в решении исходной задачи ($n \geq 1$). Таких последовательностей будет столько, сколько существует глобальных идей решения данной задачи. Разумеется, каждая подзадача является самостоятельной математической задачей.

Итак, в процессе поиска решения задачи самое важное – выдвинуть идею её решения. Задача может быть рассмотрена как последовательность подзадач, каждая из которых соответствует той или иной локальной идее. В общем случае субъекту не удаётся любую математическую задачу решить в один этап. Всегда найдутся задачи, решение которых состоит из нескольких этапов, и суть последующего можно установить, только опираясь на результат предыдущего. То есть в процессе поиска решения задачи на первый план выступают локальные идеи, а реализация очередной локальной идеи – это отдельный этап решения задачи. Таким образом, локальная идея в поиске решения задачи является минимальным логическим компонентом (структурной единицей системы). То есть локальная идея – это «первокирпичик», неделимый элемент процесса поиска решения задачи. Следовательно, субъект, выполняя поиск решения задачи, последовательно генерирует и реализует локальные идеи.

Поскольку каждой локальной идее соответствует некоторая подзадача исходной задачи, поиск решения задачи состоит в том, чтобы разделить задачу на подзадачи, выявить среди них те, идея решения которых неизвестна, а затем выдвинуть и реализовать идеи их решения. Как показывает многолетняя практика педагогической работы учителей средних школ и преподавателей вузов, разделение исходной задачи на подзадачи вызывает значительно меньше затруднений у учащихся, чем генерирование идей решения задачи. По этой причине можно утверждать, что в обучении поиску решения математических задач самое главное обучить учащихся выдвижению и реализации локальных идей их решения.

Выясним, что представляет собой процесс разделения исходной задачи на подзадачи (в случае когда задача не может быть решена в один этап). Каждая задача представляет собой явную или неявную логическую взаимосвязь образующих её компонентов. В рамках одной задачи компоненты могут быть связаны отношениями сравнения («меньше», «равно», «больше»), а также арифметическими действиями (могут входить в состав какого-либо аналитического выражения). Компоненты задачи связаны явной логической связью лишь тогда, когда сущность последующего компонента может быть установлена только после того, как будет определена суть предыдущего. В противном случае будем считать, что между компонентами задачи существует неявная логическая связь. Разделение задачи на подзадачи – это её разделение на компоненты или группы компонентов (нередко одну из подзадач образует не один компонент, а несколько). Следовательно, разделение задачи на подзадачи зависит только от того, каким образом связаны её компоненты. Однако эта их взаимосвязь определяется только сущностью данной задачи и практически не коррелирует ни с одной из приведённых выше характеристик самих задач. Таким образом, процедура разделения задач на подзадачи выполняется, в сущности, одинаково для задач любого типа, вида, класса, вне зависимости от того, средствами скольких теорий задача сформулирована и решена.

Поскольку выдвижение локальных идей решения задачи выполняется после того, как задача разделена на подзадачи (или в процессе этого разделения, если компоненты задачи связаны явной логической связью), то можно утверждать, что генерирование и реализация локальных идей решения задач – это минимальный компонент процесса поиска решения и обучения поиску решения для задач всех типов, видов, классов и т. д., то есть это структурная единица поиска решения и обучения поиску решения практически любых математических задач.

Таким образом, методология системного подхода и теоретическая концепция задач, предложенная Ю.М. Колягиным, позволили построить единую теоретико-методологическую основу методики обучения школьников и студентов поиску решения математических задач. Заметим, что результаты, полученные в ходе применения двух принципиально разных методов из арсенала методологии системного подхода, взаимно дополнили друг друга. В частности, с помощью первого метода было выявлено практически всё разнообразие математических задач с точки зрения их теоретико-методических характеристик (типы, виды, классы и т. п.), а посредством второго метода удалость выделить структурную единицу процесса поиска и обучения поиску решения всех этих задач (локальную идею решения задачи).

Результаты и их обсуждение

В предыдущем параграфе представлено единое теоретико-методологическое обоснование обучения поиску решения математических задач. Первый метод, относящийся к методологии системного подхода, позволил выявить практически все основные теоретико-методические характеристики задач. Покажем, что задачи с данными характеристиками имеют место как в школьной, так и в высшей математике, изучаемой студентами вузов.

Рассмотрим школьную математику. Наличие в ней всех трёх типов задач (алгоритмических, полуэвристических и эвристических) показано в работах [1, 2, 3, 9].

Основу школьного курса математики составляют задачи на нахождение, доказательство и построение, причём они могут быть представлены и в алгебре, и в геометрии (в алгебре задачи на построение связаны с построением и преобразованием графиков функций и различных уравнений). Задачами на исследование являются практически все задачи с параметрами. В геометрии задачи на исследование связаны с выяснением взаимного расположения фигур, обнаружением некоторых их качеств. Например, в задаче: «В треугольник со сторонами 6 см, 10 см и 12 см вписана окружность, к которой проведена касательная так, что она пересекает две большие стороны. Найдите периметр отсечённого этой касательной треугольника» – исследовательская работа состоит в том, чтобы доказать, что периметры всех отсекаемых касательной треугольников равны. Задачи, решаемые приведением конкретного примера, могут быть, например, такими: «Существует ли четырёхугольная пирамида, противоположные боковые грани которой перпендикулярны друг другу и плоскости основания?»; «Может ли сумма однозначного и двузначного чисел быть трёхзначным числом?» (задача для учащихся начальных или младших классов) и т. п. Конструктивной задачей является, например, составление логарифмического уравнения, которое посредством потенцирования сводится к тригонометрическому уравнению, не имеющему корней.

Приведём примеры задач каждого из четырёх классов. 1. Построить перпендикуляр к данной прямой. 2. Найти объём прямого параллелепипеда высотой 5 м, если его основание – параллелограмм со сторонами 8 м и 14 м и углом 30°. 3. Решить уравнение $\sin x + \cos 2x = 1$. 4. Решить в целых числах уравнение $xy = 20 - 3x + y$. Последнее уравнение преобразуется к виду $(x-1)(y+3) = 17$ и далее используется, что 17 – простое число.

Задача: «Найти гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 5 м и 12 м» – сформулирована и может быть решена средствами одной теории школьного курса математики. Уравнение $\log_2 \cos x = -1$ сформулировано и может быть решено средствами двух теорий. Задача: «Основания трапеции равны 20 м и 60 м, а боковые стороны равны 13 м и 37 м, найти ее площадь» – сформулирована средствами одной теории, но для её решения необходимо использовать алгебраический аппарат – уравнение. С помощью арсенала двух теорий сформулирована, например, задача: «Решить уравнение $\cos(x-3) = x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x + 10$», но для его решения необходимо найти производную функции $y = x^4 - 5x^3 + 4x^2 + 3x + 10$.

Теперь рассмотрим курс высшей математики. Алгоритмические задачи здесь связаны с непосредственным применением формул, алгоритмов, теорем и т. п. Например, вычисление определителя, нахождение ранга матрицы и т.п. Практически все остальные задачи высшей математики являются полуэвристическими. К эвристическим задачам можно отнести самостоятельное доказательство студентами некоторых теорем (лемм), выведение некоторых формул, в частности формулы Муавра и т. д.

Задачи на нахождение и доказательство доминируют в курсе высшей математики. Задачи на исследование в нём могут быть связаны с исследованием функций и практическим приложением математического аппарата в спецдисциплинах. Например, используя арсенал динамического программирования, студенты экономических специальностей могут исследовать проблему замены оборудования на конкретном предприятии. Конструктивные задачи могут быть, например, такими: «Составить задачу на вычисление предела функции, в ходе решения которой необходимо использовать свойства эквивалентных бесконечно малых функций и умножение числителя и знаменателя дроби на сопряжённое выражение» и т. д. Задачи, решаемые приведением конкретного примера, можно связать с изучением функций: «Может ли быть периодической функция, не являющаяся тригонометрической?» (таковой, например, является функция «Дробная часть действительного числа») и т. п. Задачи на построение в курсе высшей математики, в основном, связаны с построением сечений многогранников (для педагогических математических специальностей), а также с изучением проективной геометрии (для педагогических математических и технических специальностей).

Приведём примеры задач каждого из четырёх классов. 1. Найти производную функции $y = \cos 3x + \ln x$. 2. Точки A(2; 5), B(9; 1), C(6; 8) являются вершинами треугольника. Составить уравнение всех его высот. 3. Вычислить интеграл: $\int \cos 8x dx$. 4. Даны функции $f(x)$ и $g(x)$. Установить характер монотонности функций $f(g(x))$ и $g(f(x))$, если функция $f(x)$ строго возрастает, а функция $g(x)$ строго убывает на множестве всех действительных чисел.

Нахождение суммы чисел $2 + 3i$ и $7 - i$ сформулировано и может быть решено средствами теории комплексных чисел. Дифференциальное уравнение $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$ сформулировано средствами одной теории, но выполняя его решение, необходимо привлечь аппарат теории рациональных функций для нахождения корней характеристического уравнения третьей степени. Задача нахождения предела последовательности $\lim\limits_{n\to\infty}(n^3 - 4n^2 - 2n + 7)$ сформулирована и может быть решена средствами теории пределов последовательностей и теории рациональных функций. Функция $y = e^x \cos x$ составлена с помощью арсенала двух теорий, но для её исследования нужно использовать аппарат производной.

Итак, показано, что в школьной и высшей математике имеют место задачи, обладающие всеми теми теоретико-методическими характеристиками, которые были выявлены в ходе исследования математических задач и процесса поиска их решения с помощью методологии системного подхода. Разумеется, нетрудно составить задачи, имеющие такие же теоретико-методические характеристики, но относящиеся к другим теориям школьной или высшей математики. Заметим, что отдельная теория в школьной и высшей математике – это, в общем случае, разные реальности (так, в курсе высшей математики в одну теорию можно объединить все трансцендентные функции, изучаемые в школе). Однако в процессе обучения важно, чтобы и школьники, и студенты усвоили сам принцип (подход к анализу задачи и выполнению её решения), состоящий в том, что задачу можно сформулировать средствами одной или нескольких теорий, а в ходе её решения не выходить (или выйти) за их пределы.

Поскольку структурной единицей процесса поиска и обучения поиску решения математических задач является локальная идея решения задачи, в обучении поиску решения задач на одно из первых мест выступает формирование умения разделять данную задачу на несколько более простых подзадач. В средней школе этот приём работы с задачей используется довольно часто. С одной стороны, это говорит о том, что будущие студенты с ним хорошо знакомы. Однако, с другой стороны, первые же практические занятия по высшей математике изобилуют задачами, в достаточно высокой степени стандартизированными, поэтому даже если в их решении имеет место разделение исходной задачи на ряд подзадач, то почти для каждой из них не требуется выполнять собственно поиск решения. Можно было бы утверждать, что здесь целесообразно использовать задачи, в которых необходимо выполнять полноценный поиск решения, но высшая математика такова, что первичное знакомство с ней практически не может состояться вне решения большого числа стандартных задач. По этой причине разнообразить деятельность студентов на этом этапе обучения следует с помощью других средств. Одним из них может быть применение в обучении задач, формулировка и процесс решения которых задействует аппарат нескольких теорией, причём основная часть из них должна быть изучена студентами ещё в средней школе.

По мере того как студенты далее усвоят другие крупные разделы и теории, им уже можно будет предлагать задачи, теоретический базис которых в значительной степени состоит из фактов, изученных в курсе высшей математики. Однако при этом не следует пренебрегать теоретическими средствами школьной математики, поскольку часто студенты школьную и высшую математику не воспринимают как единое целое, считая, что это «две различные математики».

Обучая студентов математике, преподаватели вузов должны постоянно подчёркивать логическое единство школьной и высшей математики, особенно в процессе решения задач, поскольку процессы мышления, имеющие здесь место, одни и те же, разными могут быть только теоретические средства, используемые для реализации решения. Так, если в решении задачи из курса высшей математики возникла необходимость выйти за рамки исходного теоретического базиса, целесообразно провести аналогию с какой-либо из задач школьного курса математики. Такие аналогии могут помочь студентам в понимании того, что, изучая высшую математику, выполнять поиск решения задач следует с помощью тех же приёмов, которые они освоили ещё во время учёбы в средней школе.

Заключение

Методология системного подхода и теоретическая концепция задач, предложенная Ю.М. Колягиным, позволили построить единую теоретико-методологическую основу решения проблемы преемственности в обучении поиску решения математических задач учащихся средних школ и студентов вузов. Этот результат с научной точки зрения является весьма специфическим. Дело в том, что полноценное внедрение всех указанных методических средств в процесс обучения школьников и студентов требует определённых изменений в работе как школьных учителей математики, так и преподавателей вузов. Новые методические идеи (даже если их новшество проявляется на субъективном уровне, то есть по отношению к тому педагогу, который впервые намеревается использовать их в своей работе) требуют осмысления, «принятия» самим учителем или преподавателем, поиска конкретных путей воплощения в процессе обучения и т. п. Всё это требует немалых временных затрат. Кроме того, опытные учителя и преподаватели вузов не склонны к кардинальным изменениям используемых ими методических средств, новые идеи внедряются ими в процесс обучения постепенно. Этот факт неизбежно приводит к выводу о том, что в решении таких проблем, как, например, проблема преемственности в обучении поиску решения задач, исключительную значимость приобретает теоретико-методологическое обоснование её сущности, а также возможных путей решения. Иными словами, и школьным учителям, и преподавателям вузов необходимо осмыслить суть обучающей деятельности, направленной на формирование у учащихся умения выполнять поиск решения математических задач. Это, в свою очередь, означает, что само теоретико-методологическое обоснование должно прежде всего раскрывать категорию «качество» в решении данной проблемы. Именно это будет способствовать её пониманию и претворению в практику работы учителей средних школ и преподавателей высших учебных заведений, то есть обусловливать достаточно широкое применение данных идей. Таким образом, доминирование теоретико-методологического аспекта в решении данной проблемы не только неизбежно, но и целесообразно.

Список литературы

1. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. I. М.: Просвещение, 1977. 110 с.
2. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Ч. II. М.: Просвещение, 1977. 144 с.
3. Крупич В.И. Теоретические основы обучения решению школьных математических задач. М.: Прометей, 1995. 166 с.
4. Брушлинский А.В. Психология мышления и кибернетика. М.: Мысль, 1970. 202 с.
5. Саранцев Г.И. Общая методика преподавания математики: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и университетов. Саранск: Тип. «Красный октябрь», 1999. 208 с.
6. Саранцев Г.И. Методология методики обучения математике. Саранск: Тип. «Красный октябрь», 2001. 139 с.
7. Уёмов А.И. Системный подход и общая теория систем. М.: Педагогика, 1978. 272 с.
8. Кохановский В.П., Лешкевич Т.Г., Матяш Т.П., Фахти Т.Б. Основы философии науки: Учебное пособие для аспирантов. 5-е изд. Ростов-на-Дону: Феникс, 2007. 603 с.
9. Аксёнов А.А. Теория обучения поиску решения школьных математических задач. Орёл: ОГУ, Полиграфическая фирма «Картуш», 2007. 200 с.

CONTINUITY IN THE TEACHING OF MATHEMATICS (PROBLEM SOLVING) AT SCHOOL AND HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS

A.A. Aksyonov

A possible theoretical and methodological approach to the problem of continuity in the teaching of mathematics (solving mathematical problems) to school and university students is proposed. The author demonstrates that the methodology of the systems approach and the theoretical concept of mathematical problems suggested by Yu.M. Kolyagin can provide a scientific basis for constructing a unified methodology for developing the skills of mathematical problem-solving at secondary school and at higher education institutions (for specializations where mathematics is one of the core subjects).

Keywords: methodology, system approach, continuity, problem, search.