УДК 371.321.8

ФОРМИРОВАНИЕ САМОДИАГНОСТИЧЕСКИХ УМЕНИЙ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

Е.Ю. Ягова

Пензенская государственная технологическая академия

eyagova@mail.ru

Поступила в редакцию 30.10.2008

Выделяются основные требования к системе заданий, ориентированной на формирование умений самодиагностики на практических занятиях по математике в вузе. В соответствии с выделенными группами самодиагностических умений представлены различные типы заданий, направленные на формирование отдельных операций, их сочетаний и умений в целом.

Ключевые слова: система заданий, самодиагностические умения, обучение математике в вузе.

Условия обучения в вузе требуют от учащихся значительно более высокого уровня владения умениями самоуправления учением, чем школьные. По мнению П.И. Пидкасистого, в процессе учебной деятельности учащиеся не только усваивают предметные знания и умения, но и овладевают способами действий в отношении усваиваемого предметного содержания [1].

Особое значение данная проблема приобретает применительно к курсу высшей математики для технических специальностей. Как показывает практика, несформированными и, следовательно, неприменяемыми являются умения студентов разбивать конечную цель решения учебной задачи на ряд промежуточных; выбирать рациональные способы решения в контексте имеющегося целевого предписания; анализировать причины собственных удач и неудач в поисковой математической деятельности; самостоятельно находить и исправлять свои и чужие ошибки; осознавать истинный смысл вопроса преподавателя и отвечать именно на этот вопрос; формулировать свои вопросы и определять, в каком направлении можно развить приобретенные знания [2].

Самодиагностические умения студентов – это способность субъекта учения выбирать рациональные способы действий на основе осознанного целеполагания, выполнять самоконтроль и самокоррекцию его хода и результатов на всех этапах его осуществления в различных условиях (рис. 1).

В ходе исследования нами была выдвинута следующая гипотеза: использование систем заданий, сконструированных в соответствии с требованиями иерархичности, адекватности управления деятельностью, альтернативности, провокации на ошибку, процессуальности и скомпонованных в соответствии с уровнями усвоения знаний (алгоритмический, распознавания, обобщения, творчества), привело бы к повышению уровня сформированности самодиагностических умений.

В соответствии с выделенными группами самодиагностических умений нами подобраны различные типы заданий, направленные на формирование отдельных операций, их сочетаний и умений в целом (рис. 2).

Сущность «задачного» метода определил Г.А. Балл: в каждой учебной ситуации выделяются системы задач и параллельно им системы, обеспечивающие их решение, при этом указываются количественные и качественные характеристики выделенных задач, а также разнообразные средства и способы их решения [3].

Совокупность учебных задач, вводимых в обучение с целью формирования умений самодиагностики, должна представлять систему, при этом важно учитывать не количество заданий, а их объединение в наборы и то, как именно студент их выполняет.

В ходе исследования были выделены основные требования к системе заданий, ориентированной на формирование умений самодиагностики на практических занятиях по математике в вузе:

1. Требование иерархичности: в основу формирования системы заданий должны быть положены уровни усвоения основных компонентов математических знаний.

2. Требование адекватности управления деятельностью: серия заданий должна быть такова, что студент должен пройти путь от более жесткого управления деятельностью к менее жесткому с учетом предела трудности.

Основные компоненты самодиагностических умений студентов		
Умение выбирать рациональный способ решения задачи на основе осознанного целеполагания:	**Умение осознавать затруднения в учебной деятельности:**	**Умение выполнять деятельность при постоянном самоконтроле:**
– анализ учебной задачи; – рассмотрение объекта, данного в задаче, – с разных сторон; – оценка возможности применения того или иного способа решения задачи	– установление факта ошибки; – выявление этапа, на котором была допущена ошибка; – определение причины ошибки; – нахождение способа устранения ошибки; – предупреждение последующего появления ошибки	– знакомство с образцами; – сличение промежуточных и конечных результатов – с образцами; – владение приемами самопроверки

Рис. 1. Содержание основных компонентов самодиагностических умений, реализуемых в математической деятельности студентов

Умение выбирать рациональный способ действий на основе осознанного целеполагания		
Уровни усвоения основных компонентов математических знаний	Алгоритмический	Задания на построение алгоритмических предписаний С направлением способа действия Производные задания
	Распознавания	Задания подбираются с учетом того, что студенты, усвоив основные понятия и теоремы изучаемой темы, могут выделить (распознать) их из числа других
	Обобщения	Восстановление компонентов задания Восстановление исходной части задания по результату Выявление зависимости результата от изменения условия задания На основе нескольких типичных примеров предлагается выяснить закономерности их решения и вывести общие формулы либо правила их решения
	Творчества	Задания, решение которых предполагает самостоятельный, неалгоритмический поиск решения
Умение осознавать затруднения в учебной деятельности		
Задания сложной установкой Задания на поиск контрпримеров Задания «наведения на ошибку» «Провокационные» задания		
Умение выполнять самоконтроль хода и результатов учебной деятельности		
Задания на использование приемов самопроверки: – сверка с образцом (ответом); – повторное решение задачи; – решение обратной задачи; – проверка полученных результатов по условию задачи; – решение задачи различными способами; – примерная предварительная оценка искомых результатов		

Рис. 2. Система заданий, ориентированная на формирование умений самодиагностики студентов в процессе обучения математике

3. Требование альтернативности: в системе заданий должна быть заложена возможность альтернативного рассмотрения и последующего сопоставления различных подходов к решению математических задач с целью оценки их эффективности и возможности применения.

4. Требование «провокации на ошибку»: система должна содержать задания, сконструированные на основе распространенных заблуждений и ошибок студентов.

5. Требование процессуальности: предъявляемые студенту задания должны быть поставлены так, чтобы он мог контролировать не только результат деятельности, но и ее ход.

Умение выбирать рациональный способ действий на основе осознанного целеполагания –

это умение «исчерпать» из условия задачи опережающую информацию, на основе которой строится гипотеза относительно способа ее решения. Его значение в математической подготовке учащихся огромно: неумение значительной части из них решать нестандартные математические задачи во многом объясняется несформированностью такого умения.

Например, работу по вычислению интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{\left(e^{\sqrt{x}}-1\right)\sqrt{x}}$ могут предварять вопросы преподавателя:

1) Каковы условия интегрируемости функции $f(x)=\frac{1}{\left(e^{\sqrt{x}}-1\right)\sqrt{x}}$ на отрезке [0;1]?

2) Выполнены ли эти условия?

3) Укажите способ вычисления несобственного интеграла.

4) Какой метод интегрирования следует применить при вычислении неопределенного интеграла? Какой прием самопроверки можно использовать?

При обучении математике очень важно, чтобы студенты умели распознавать понятия, применяемые теоремы, методы решения задач в конкретной ситуации, умели аргументировать такое распознавание, применять данное понятие, теорему, метод и т.д.

Например, когда уже изучена большая часть тем раздела «Производная и дифференциал», правила дифференцирования различных функций, включая логарифмическое дифференцирование, студент должен уметь выбрать из множества примеров лишь те, применение логарифмического дифференцирования к которым, во-первых, необходимо, во-вторых, рационально:

а) $y=\ln(x^2+5x)-2$;

б) $y=x^2 2^x/\cos x\ln x$;

в) $y=x^2+5x-12$;

г) $y=(\sin x)^{4x}$;

д) $y=\lg(2x-3)\operatorname{arctg} x/\sin x$;

е) $y=2\arcsin(4-3x)$;

ж) $y=x^2 2^x$;

з) $y=(7x-3)^{21}(x+14)^{25}$.

Задания: Найдите производные выбранных функций, применяя логарифмическое дифференцирование. Найдите производные тех же функций, не пользуясь логарифмическим дифференцированием. Сравните этапы вычислений и полученные результаты.

Назначение заданий на *восстановление компонентов* состоит в том, что при их выполнении студенты побуждаются отчетливо осознавать все особенности данного объекта, строить гипотезы, планировать свои действия по их проверке.

Назначение заданий на *восстановление исходной части по результату* состоит в том, чтобы содействовать формированию у студентов умения соотносить планируемые преобразования с конечной целью.

Например, по результату $\lim\limits_{x\to a}\frac{2x^3-2x^2}{5x^3-4x^2}=\frac{1}{2}$ восстановить a.

Назначение заданий на *выявление зависимости результата от изменения условий задачи* состоит в том, чтобы учащиеся учились устанавливать причинно-следственные зависимости. Конкретное изменение данных условий влечет за собой соответствующие изменения результата. Эти задания ориентируют студентов на овладение умением решать прогностические задачи.

Например, необходимо решить неравенство $\int_0^a\left(2-4x+3x^2\right)dx\le a$. Несмотря на то, что это неравенство выглядит необычно (присутствует интеграл) и воспринимается как неравенство с параметром, оно не представляет труда для студентов 1-го курса, если воспользоваться формулой Ньютона – Лейбница. Неравенство сводится к обычному алгебраическому, и в результате получается ответ $a = 1$.

Отвечая на следующие вопросы, студент учится производить деятельность конструирования, выдвигать гипотезы, обобщать полученные факты:

1) Как надо изменить функцию $f(x)$, чтобы решением этого неравенства был промежуток, например $[5; +\infty)$?

2) Предложите свое неравенство, похожее на данное, но решением которого будет $a = 4$.

3) Предложите решение неравенства в общем виде, если $f(x)$ – квадратичная функция, рассмотрев все случаи расположения параболы.

Выбор заданий для самодиагностики, решение которых требует творческого подхода, следует основывать на том, чтобы у студентов формировались такие качества ума, как глубина, гибкость, устойчивость, а также осознанность своей мыслительной деятельности и самостоятельность при приобретении новых знаний и оперировании ими.

Например, требуется установить, является ли функция $y = 2^{x+1}/(1+4^x)$ четной.

Студенты, у которых не выработано умение отходить от стереотипных ходов мысли, станут проверять равенство $y(-x) = y(x)$. Те же студенты, у которых сформировано такое качество ума, как гибкость, смогут преодолеть барьер прошлого опыта, поступив следующим образом: преобразовать функцию, разделив числитель и знаменатель дроби на $2^x \neq 0$, получив тем самым выражение $y = 2/(2^{-x} + 2^x)$. Дальше рассуждения строятся на симметрии вхождения переменной в данное выражение, что позволит легко ответить на поставленный вопрос.

Проектируя содержание задач, преподавателю необходимо брать за основу те ситуации, в которых студенты традиционно преувеличивают значение того или иного фактора, на самом деле влияющего гораздо менее значимо, чем они предполагают, или, наоборот, игнорируют тот фактор, который при некоторых условиях оказывает весьма значимое воздействие. Такие задания, способствующие формированию умения осознавать затруднения в учебной деятельности, сегодня мы крайне редко видим в реальном учебном процессе, хотя их нетрудно сконструировать, приводя характерные ошибки и заблуждения студентов.

Например, в задании, в котором необходимо найти частные производные первого порядка функции $Z = \ln(x^2 + y^2 - 1)$ в точке $(1/2; 0)$, студенты, не задумываясь, приводят неправильное решение:

$$Z'_x(1/2;0) = \frac{2x}{x^2+y^2-1} = \frac{1}{-3/4} = -\frac{4}{3};$$

$$Z'_y(1/2;0) = \frac{2y}{x^2+y^2-1} = -\frac{4}{3}.$$

Установка в задании ложная. Точка (1/2; 0) не принадлежит области определения функции.

Контрпримеры, изредка включаемые в систему упражнений, помогают усиливать интерес учащихся, их внимание, активизировать мыслительную деятельность, отмечает Я.И. Груденов [4]. Например, для обоснования ложности утверждения: любая функция непрерывна в каждой точке своей области определения – достаточно привести контрпример, подтверждающий, что не любая функция обладает таким свойством:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x+1|}{x+1}(x-1), \text{ если } x \neq -1; \\ 1, \text{ если } x = -1. \end{cases}$$

Использование заданий «наведения на ошибку» (после нескольких заданий дается задание, схожее по внешнему виду с предыдущим, но требующее существенно иного подхода) на практических занятиях позволяет предупредить появление типичных ошибок. Известно, что прямое указание обучаемому на допущенную им ошибку часто малоэффективно, даже если он эту ошибку исправил.

Например, на практическом занятии по теме «Неопределенный интеграл» студентам предлагается найти: 1) $\int (x + \ln x)dx$; 2) $\int (x - \ln x)dx$; 3) $\int x \ln x dx$. Выполняя последнее задание, действуя по аналогии, студент у доски приводит неправильное решение: $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{2} x(\ln x - 1) + C = \frac{x^3}{2}(\ln x - 1) + C$.

Ошибка замечается другими студентами, которые предлагают интегрировать по частям, и в результате следующие задания учащиеся выполняют более внимательно и критично.

В «провокационных» заданиях преднамеренно допущена незаметная с первого взгляда ошибка. Внешне это вполне «благополучные» задачи, допускающие формальное решение. Они направляют студентов на поиск причины появления ошибки, требуют найти способы ее устранения и проверки.

Например, в задании предлагается вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int_{-3}^{-2} (\sqrt{x+2})^2; \text{ б) } \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\cos 2x}; \text{ в) } \int_0^{\pi} \mathrm{tg}^2 x dx.$$

Постановка вопроса провоцирует студентов вычислить эти интегралы, забывая про самоконтроль (интегралы нельзя вычислить, т.к.: а) $x > -2$; б) функция $y = 1/\cos 2x$ терпит разрыв в точке $x = \pi/4$; в) функция $y = \mathrm{tg}^2 x$ разрывна в точке $x = \pi/2$).

Особенно полезно использование заданий, когда образец для сверки не задан. С помощью подходящего приема самоконтроля (при повторном решении, при проверке на частном случае и т.д.) составляется образец и выполняется проверка. Тем самым вскрывается ключевое звено в проведении самоконтроля – сверка с готовым или составленным образцом.

Критерием эффективности применения разработанной методики в нашей работе явилось продвижение студентов с более низкого на более высокий уровень сформированности умений.

1-й уровень (*нулевой*). Студенты не владеют разными способами выполнения задания, не исправляют ошибок даже после подробного объяснения их сути, не владеют приемами самоконтроля.

2-й уровень (*низкий*). Студенты владеют разными способами решения задачи, но не выбирают из них наиболее рациональный, для исправления ошибок требуется подробное объяснение сути ошибок и способов их устранения; выбирают нужный прием самоконтроля и применяют его по образцу только с помощью преподавателя.

3-й уровень (*средний*). Студенты владеют разными способами решения задачи и могут выбирать из них более рациональный, если внешний вид однозначно указывает на него, для исправления ошибок требуется указание на них без подробного объяснения сути ошибок и способов устранения; выбирают нужный прием самоконтроля с небольшой помощью извне и самостоятельно применяют его по образцу.

4-й уровень (*высокий*). Студенты владеют разными способами решения задачи и могут выбирать из них более рациональный без внешних указаний в наборе схожих задач, допускают незначительное количество ошибок, при этом большую их часть самостоятельно и правильно исправляют, выполняют деятельность при постоянном самоконтроле, выбирая нужные приемы.

Для выявления эффективности разработанной нами методики формирования самодиагностических умений в процессе обучения студентов математике был проведен эксперимент, в котором приняли участие 76 студентов четырех групп (2 экспериментальные группы – 39 человек, 2 контрольные группы – 37 человек) экономических специальностей 080801 «Прикладная информатика (в экономике)» и 080502 «Экономика и управление на предприятии машиностроения» Пензенской государственной технологической академии.

Мы сопоставляли результаты, полученные в контрольной и экспериментальной группах в ходе проведения контрольных работ по различным разделам курса математики. Цель – выявление уровней сформированности умений самодиагностики у студентов после обучения их с использованием систем заданий, сконструированных в соответствии с выделенными требованиями, и традиционной соответственно.

Контрольные работы были составлены таким образом, что содержание заданий позволяло в определенной мере выявить уровень сформированности самодиагностических умений студентов по следующим параметрам: готовность выбирать рациональный метод решения задачи, проводить оценку возможности его применения, осуществлять промежуточный контроль процесса решения, применять приемы самоконтроля, самостоятельно находить ошибки и причины их возникновения.

Типология задач контрольной работы и их содержание не выходили за рамки традиционного курса математики, что было необходимо для обеспечения равных условий для студентов экспериментальных и контрольных групп.

Приведем пример одной из контрольных работ:

1. Вычислить интеграл $\int_{-2}^{2}\frac{dx}{(1+x^3)x}$ методом подстановки $1+x^3=t$.

2. Вычислить интеграл $\int\frac{\mathrm{tg}x}{\cos^2 x}dx$, выбрав один из методов интегрирования:

а) подстановка $\mathrm{tg}\frac{x}{2}=t \Rightarrow \begin{bmatrix} \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \\ \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ dx = \frac{2dt}{1+t^2} \end{bmatrix}$;

б) внесение под знак дифференциала.

3. Вычислить интеграл $\int\frac{x^2+1}{x^3+3x+2}dx$.

4. Найти ошибку:

$$\left.\begin{aligned} \int_0^1\frac{dx}{x-2} &= \ln|x-2|\,\Big|_0^1 = \ln 1-\ln 2 = -\ln 2 \\ \int_0^3\frac{dx}{x-2} &= \ln|x-2|\,\Big|_0^3 = \ln 1-\ln 2 = -\ln 2 \end{aligned}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^1\frac{dx}{x-2} = \int_0^3\frac{dx}{x-2}.$$

5. Не находя значения определенного интеграла, объясните, почему равенство неверно $S=\int_0^{\pi}\sin x dx = 3$.

Успешность выполнения первого задания зависела от умения студентов анализировать условие задачи с целью выяснения возможности применения того или иного метода интегрирования, т.к. подынтегральная функция имеет разрыв в точках –1 и 0. Во втором задании тригонометрическое выражение, стоящее под интегралом, прямо указывает на использование первого способа, который поэтому оказывается более предпочтительным для студентов, несмотря на то, что он менее рациональный и приводит к громоздким преобразованиям.

Таблица

Процент студентов, достигших соответствующего уровня сформированности самодиагностических умений

Уровни освоения умений	Контрольная группа		Экспериментальная группа	
	исходный	достигнутый	исходный	достигнутый
нулевой	21	22	25	10
низкий	35	32	30	21
средний	27	30	33	44
высокий	17	18	12	25

С помощью задания 3 мы диагностировали умение студентов находить рациональный способ интегрирования без прямого указания на него, т.е. рассматривать объект, данный в задаче, с разных сторон, проводить оценку эффективности и экономичности выбранного метода интегрирования. Выполнение четвертого задания предполагало возвращение к заданию 1 и внесение исправлений в решение. Задание 5 предполагало умение студентов осуществить прикидку результата, учитывая геометрический смысл определенного интеграла.

Анализ результатов всех контрольных работ обеих выделенных групп в начале и в конце экспериментальной работы позволил получить следующие результаты (табл.): видно, что 25% студентов экспериментальной группы достигли высокого уровня сформированности умений, в то время как в контрольной этот показатель составил 18%.Среднего уровня достигли 44% студентов экспериментальной и 30%студентов контрольной группы. Таким образом, высокого и среднего уровня достигли 69% студентов экспериментальной и 48% студентов контрольной группы, что свидетельствует о значительном повышении эффективности образовательного процесса по математике в вузе в аспекте формирования самодиагностических умений студентов.

Полученные данные позволили подтвердить правомерность постановки исходной исследовательской гипотезы: повышение уровня сформированности самодиагностических умений студентов во многом зависит от использования систем заданий, сконструированных в соответствии с выделенными требованиями, в качестве одного из основных средств формирования исследуемых умений. Бессистемная работа по их формированию ведет в конечном счете к затруднениям в учебной деятельности и снижению успеваемости.

Работа выполнялась при финансовой поддержке РГНФ в рамках научно-исследовательского проекта РГНФ "Самодиагностика как средство повышения качества базовых знаний студентов по высшей математике", проект 08-06-00332а

Список литературы

1. Пидкасистый П.И., Фридман Л.М., Гарунов М.Г. Психолого-дидактический справочник преподавателя высшей школы. М.: Педагогическое общество России, 1999. 354 с.

2. Ягова Е.Ю. Познавательные затруднения студентов в изучении математики и способы их преодоления // Межвузовский сборник научных трудов «Актуальные проблемы математики и методики преподавания математики». Пенза: ПГТА, 2007. С. 151–154.

3. Балл Г.А. Теория учебных задач: Психолого-педагогический аспект. М.: Педагогика, 1990. 184 с.

4. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики. М., 1990. 224 с.

FORMING STUDENTS' SELF-DIAGNOSTIC SKILLS IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS

E.Yu. Yagova

Main requirements to the system of tasks aimed at forming students' self-diagnostic skills during practical lessons of mathematics in higher education institutions are considered. Depending on specified groups of self-diagnostic skills, different types of tasks aimed at forming separate operations, their combinations and skills as a whole are presented.

Keywords: system of tasks, self-diagnostic skills, teaching mathematics in higher education institutions.