

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.391.1

ВЕРОЯТНОСТЬ БИТОВОЙ ОШИБКИ В МИМО-СИСТЕМАХ С ДВУМЯ СОБСТВЕННЫМИ ПОДКАНАЛАМИ

© 2009 г.

В.Т. Ермолаев, А.Г. Флакман, А.М. Зуев, Д.Н. Лысяков

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

ermol@kis.ru

Поступила в редакцию 13.01.2009

Рассматриваются адаптивные МИМО-системы (multiple-input multiple-output systems), в которых передача данных осуществляется по параллельным пространственным подканалам. Найдены функции плотности вероятности коэффициентов передачи подканалов для МИМО-систем с конфигурациями (числом M передающих и N приемных антенн) ($M \times 2$) и ($2 \times N$) в случае многолучевого пространственного канала с некоррелированными релейскими замираниями сигналов. На основе этих функций получены точные аналитические выражения для вероятности битовой ошибки в собственных подканалах таких систем. Рассмотрено асимптотическое поведение вероятности битовой ошибки при больших отношениях сигнал/шум.

Ключевые слова: системы беспроводной связи, антенные решетки, адаптивный прием и передача сигналов, вероятность битовой ошибки, многолучевой канал, релейские замирания сигналов.

Введение

Перспективные системы сотовой связи и беспроводного Интернета должны обеспечивать значительное увеличение скорости передачи информации при высоком качестве обслуживания абонентов (низкой вероятности ошибки). Этим целям необходимо достигнуть в сложных условиях многолучевого пространственного канала, в котором возможны глубокие замирания (фединги) сигналов, а также при жестких ограничениях на частотную полосу и мощность передающих устройств.

Наиболее эффективным является использование систем связи с разнесенными передающими и приемными антеннами (так называемые МИМО-системы), в которых на приемном конце линии производится оценка канальной матрицы \mathbf{H} и затем эта матрица становится известной передатчику (МИМО-системы с обратной связью) [1–4]. Знание матрицы \mathbf{H} позволяет адаптивным способом формировать независимые параллельные пространственные подканалы для передачи и приема информации. Эти подканалы формируются на основе собственных векторов матрицы \mathbf{H} и поэтому называются собственными. Коэффициент усиления i -го подканала равен собственному числу λ_i матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ или $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$, где $(\cdot)^H$ – эрмитово сопряжение. Поэтому

для нахождения вероятности битовой ошибки в МИМО-системе необходимо знать плотности вероятности ранжированных собственных чисел λ_i . Соответствующие выражения в общем случае произвольной конфигурации системы (числа M передающих и N приемных антенн) являются неизвестными. В [5, 6] получены плотности вероятности собственных чисел λ_i в условиях релейских замираний сигналов для трех конфигураций: 1) $M = 2, N = 2$; 2) $M = 3, N = 2$; 3) $M = 4, N = 2$. Однако выражения для вероятности битовой ошибки остаются неизвестными.

В настоящей работе результаты [5, 6] для плотности вероятности собственных чисел канальной матрицы обобщены на МИМО-системы с конфигурациями $M \times 2$ и $2 \times N$. Затем на основе сделанного обобщения получены точные аналитические выражения для вероятности битовой ошибки в собственных подканалах таких МИМО-систем. Рассмотрено асимптотическое поведение вероятности битовой ошибки при достаточно больших отношениях сигнал/шум (ОСШ).

Преобразование сигналов в МИМО-системе с собственными подканалами

Рассмотрим МИМО-систему, состоящую из M передающих и N приемных антенн, и предположим, что многолучевой пространственный

канал является частотно неселективным. Тогда распространение сигналов можно описать $(N \times M)$ -размерной канальной матрицей \mathbf{H} , которая состоит из коэффициентов передачи h_{mn} сигналов из m -й передающей антенны в n -ю приемную антенну.

Оценка матрицы \mathbf{H} производится с помощью обучающих последовательностей, состоящих из конечного числа известных символов. Обычно используются максимально правдоподобные оценки или оценки, основанные на поиске минимума среднеквадратической ошибки [1–3]. В системах связи данные передаются фреймами (пакетами) и длина фрейма выбирается такой, чтобы пространственный канал (коэффициенты h_{mn}) можно было считать фиксированным в течение фрейма и изменяющимся от фрейма к фрейму (квазистатическое приближение). Поэтому матрица \mathbf{H} всегда оценивается с некоторой ошибкой, обусловленной влиянием собственного шума приемных устройств и изменением состояния канала за время между двумя последовательными оценками. Однако мы будем рассматривать потенциальные характеристики ММО-системы, реализуемые при точно известной матрице \mathbf{H} . Общая схема ММО-системы с обратной связью показана на рис. 1.

Обозначим $\mathbf{D} = (d_1, d_2, \dots, d_K)^T$ – K -мерный вектор входных сигналов, который называется вектором пространственного символа, где $(\cdot)^T$ – знак транспонирования. Сигналы d_i умножаются на соответствующие весовые коэффициенты (кодируются в пространственном кодере, который можно описать матрицей $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K)$ размерности $(M \times K)$ и излучаются M антеннами. Вектор $\mathbf{G} = (g_1, g_2, \dots, g_M)^T$ сигналов в передающих антеннах равен

$$\mathbf{G} = \mathbf{V}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{D}, \quad (1)$$

где $\mathbf{P} = \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_K\}$ – диагональная матрица, составленная из чисел p_i , которые дают

распределение мощности P_0 передатчика между собственными подканалами. При этом должно выполняться условие $p_1 + p_2 + \dots + p_K = P_0$.

Вектор $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ сигналов в приемных антеннах равен

$$\mathbf{X} = \mathbf{H}\mathbf{G} + \mathbf{Z}, \quad (2)$$

где $\mathbf{Z} = (z_1, z_2, \dots, z_N)^T$ – вектор собственных шумов, которые будем считать гауссовскими некоррелированными во времени и в приемных каналах случайными процессами с нулевыми средним и дисперсией σ_0^2 .

Преобразование сигналов в пространственном декодере может быть описано $(N \times K)$ -размерной матрицей $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_K)$. В результате вектор выходного сигнала декодера равен $\mathbf{Y} = \mathbf{U}^H\mathbf{X}$. Подставляя сюда (1) и (2), получим, что

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}^H\mathbf{H}\mathbf{V}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{D} + \tilde{\mathbf{Z}}, \quad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{U}^H\mathbf{Z}$ – вектор выходных шумов.

Прямоугольная матрица \mathbf{H} имеет сингулярное разложение вида: $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{V}^H$ [7], где матрицы $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_K)$ и $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K)$ состоят из собственных векторов матриц $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$, соответственно, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K\}$ – диагональная матрица, составленная из ненулевых собственных чисел λ_i этих матриц, K – ранг матрицы \mathbf{H} . Для городских условий связи наиболее характерными являются некоррелированные релейские замирания сигналов. В этом случае матрица \mathbf{H} имеет полный ранг, равный минимальному числу передающих или приемных антенн $K = \min\{M, N\}$. Следовательно, в ММО-системе может быть сформировано K собственных подканалов.

Выберем матрицы \mathbf{V} и \mathbf{U} кодера и декодера на схеме рис. 1 так, что они совпадают с соответствующими матрицами собственных векторов в сингулярном разложении матрицы \mathbf{H} . То-

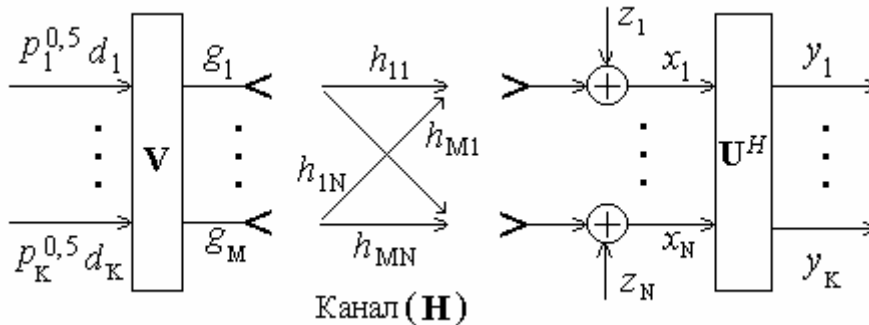


Рис. 1

гда поскольку $\mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V} = \mathbf{\Lambda}^{1/2}$, выражение (3) принимает вид

$$\mathbf{Y} = (\mathbf{\Lambda} \mathbf{P})^{1/2} \mathbf{D} + \tilde{\mathbf{Z}}. \quad (4)$$

Матрица $(\mathbf{\Lambda} \mathbf{P})^{1/2}$ диагональная, а выходные собственные шумы некоррелированы между собой, так как их корреляционная матрица $\langle \tilde{\mathbf{Z}} \tilde{\mathbf{Z}}^H \rangle = \mathbf{I}_N$, где \mathbf{I}_N – тождественная матрица размерности $N \times N$, $\langle \dots \rangle$ – знак статистического усреднения. Отсюда следует, что $y_i = \sqrt{\lambda_i} p_i d_i + z_i$. Это означает, что передача символов d_i через собственные подканалы происходит независимо. Статистическими независимыми являются также выходные собственные шумы.

Вероятность битовой ошибки (bit error rate) BER_i в i -м собственном подканале зависит только от статистических свойств выходного ОСШ η_i . В соответствии с (4) ОСШ $\eta_i = \beta_i \rho_0 \lambda_i$, где $\beta_i = p_i / P_0$ – относительная часть полной мощности P_0 , распределяемой в этот подканал, $\rho_0 = P_0 / \sigma_0^2$. При равномерном распределении мощности между подканалами $\beta_i = 1/K$. Далее будем считать распределение мощности между подканалами произвольным, но не зависящим от собственных чисел λ_i . Тогда плотность вероятности ОСШ η_i зависит только от плотности вероятности собственного числа λ_i .

Обозначим $f_i(\lambda)$ плотность вероятности ОСШ λ_i . Тогда вероятность битовой ошибки BER_i можно найти с помощью следующего интеграла:

$$BER_i = \int_0^{\infty} BER_0(\beta_i \rho_0 \lambda) f_i(\lambda) d\lambda, \quad (5)$$

где BER_0 – вероятность ошибки в гауссовском шумовом канале без замираний сигналов.

Таким образом, вероятность ошибки BER_i определяется статистическими свойствами собственного числа λ_i . Отметим, что собственные числа не изменяются при замене передающих антенн на приемные, и наоборот. Следовательно, собственные подканалы для ММО-систем с конфигурациями $(M \times N)$ и $(N \times M)$ являются эквивалентными. Поэтому для конкретности будем считать, что передающих антенн не мень-

ше, чем приемных ($M \geq N$). Тогда ранг K канальной матрицы \mathbf{H} равен N .

Выражения для плотности вероятности $f_i(\lambda)$ известны только в частном случае, когда число передающих антенн $M = 2, 3$ или 4 , а число приемных антенн $N = 2$. При этом имеется только два собственных числа λ_1 и λ_2 .

Плотность вероятности собственных чисел канальной матрицы

Найдем плотности вероятности $f_i(\lambda)$ в случае произвольного числа M передающих и двух приемных антенн ($N = 2$). С этой целью воспользуемся результатами работы [8], в которой найдены интегральные функции распределения максимального и минимального собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ собственных шумов в N -элементной адаптивной антенной решетке. Как известно [9], ij -й элемент матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ равен

$$\hat{M}_{ij} = Q^{-1} \sum_{q=1}^Q x_{iq} x_{jq}^*, \quad (6)$$

где x_{iq} – q -я выборка шума в i -й антенне, Q – число выборочных векторов.

Нетрудно получить, что ij -й элемент $(K \times K)$ -размерной матрицы $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$ равен

$$(\mathbf{H} \mathbf{H}^H)_{ij} = \sum_{q=1}^M h_{iq} h_{jq}^*. \quad (7)$$

В случае релейского некоррелированного канала на каждую приемную антенну приходит достаточно большое число рассеянных (переотраженных) сигналов. Поэтому реальные и мнимые части коэффициентов передачи h_{ip} являются случайными гауссовскими величинами с нулевым средним. Дисперсию флуктуаций коэффициентов h_{iq} без ограничения общности будем считать равной единице ($\langle |h_{iq}|^2 \rangle = 1$). Следовательно, статистические свойства матриц $Q \hat{\mathbf{M}}$ и $\mathbf{H} \mathbf{H}^H$ совпадают, если считать дисперсию шумов при оценке матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ в (6) единичной, а число выборок в (6) заменить числом передающих антенн M .

В случае ММО-системы с конфигурацией $(M \times 2)$ имеем следующие выражения для интегральных функций распределения ранжированных собственных чисел λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$):

$$F_{\lambda_1}(\lambda) = \frac{\gamma(M-1, \lambda) \gamma(M+1, \lambda) - [\gamma(M, \lambda)]^2}{(M-1)!(M-2)!}, \quad (8)$$

$$F_{\lambda_2}(\lambda) = \frac{[\Gamma(M-1) - \gamma(M-1, \lambda)][\Gamma(M+1) - \gamma(M+1, \lambda)] - [\Gamma(M) - \gamma(M, \lambda)]^2}{(M-1)!(M-2)!}, \quad (9)$$

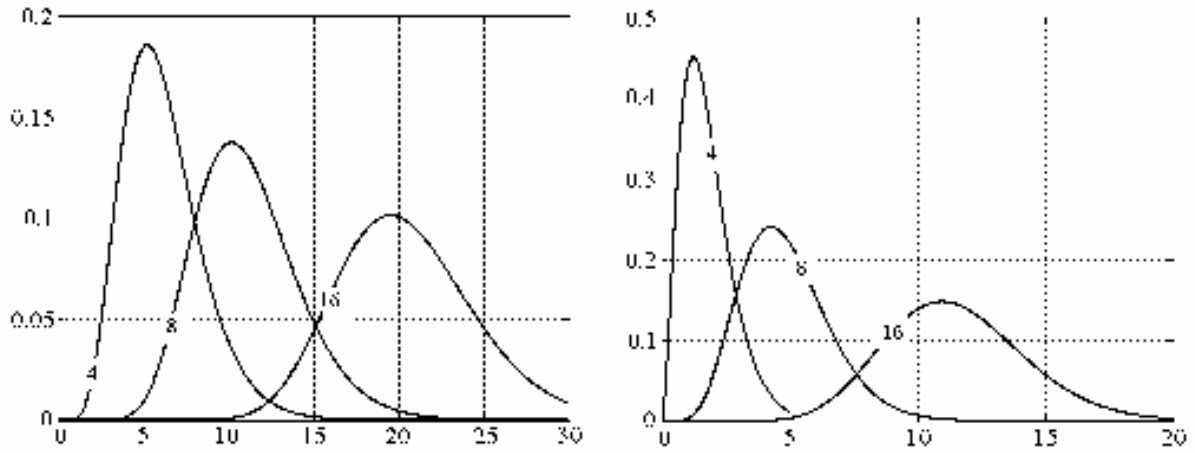


Рис. 2

где $\Gamma(y) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{y-1} dt$ – гамма-функция и

$\gamma(y, x) = \int_0^x e^{-t} t^{y-1} dt$ – неполная гамма-функция.

Найдем плотности вероятности $f_{\lambda_1}(\lambda)$ и $f_{\lambda_2}(\lambda)$ собственных чисел λ_1 и λ_2 путем дифференцирования интегральных функций распределения (8) и (9). При этом учтем, что производная от неполной гамма-функции равна $d\gamma(y, x)/dx = e^{-x} x^{y-1}$, а ее разложение в ряд при целых n имеет вид:

$$\gamma(n, x) = (n-1)! \left(1 - e^{-x} \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\lambda^m}{m!} \right). \quad (10)$$

Выделяя слагаемые с разными показателями экспонент, получим, что

$$f_{\lambda_1}(\lambda) = \frac{\lambda^{M-2} e^{-\lambda}}{(M-1)!} \left[\lambda^2 - 2(M-1)\lambda + M(M-1) - \sum_{m=0}^{M-2} \frac{m(m-2M+1) + M(M-1)}{m!} \lambda^m \right], \quad (11)$$

$$f_{\lambda_2}(\lambda) = \frac{\lambda^{M-2} e^{-2\lambda}}{(M-1)!} \times \sum_{m=0}^{M-2} \frac{m(m-2M+1) + M(M-1)}{m!} \lambda^m. \quad (12)$$

Выражения (11) и (12) при $M = 2, 3, 4$ совпадают с известными результатами, приведенными в [5, 6]. Так, например, если $M = 4$, то

$$f_{\lambda_1}(\lambda) = \frac{1}{6} \lambda^2 (\lambda^2 - 6\lambda + 12) e^{-\lambda} - \frac{1}{6} \lambda^2 (\lambda^2 + 6\lambda + 12) e^{-2\lambda}, \quad (13)$$

$$f_{\lambda_2}(\lambda) = \frac{1}{6} \lambda^2 (\lambda^2 + 6\lambda + 12) e^{-2\lambda}. \quad (14)$$

На рис. 2 приведены плотности вероятности ранжированных собственных чисел λ_1 (слева) и λ_2 (справа), полученные с помощью (11) и (12) при разном числе передающих антенн, которое показано цифрой возле кривой.

Вероятность битовой ошибки в собственных подканалах

В настоящее время в системах мобильной радиосвязи и беспроводного Интернета используются сигналы бинарной и квадратурной фазовых модуляций, а также сигналы 16- и 64-ричной квадратурной амплитудной модуляции. Вероятность битовой ошибки BER_0 в гауссовском шумовом канале без замираний для всех этих модуляций определяется интегралом вероятности $\Phi(x)$ [10]. Далее получим точные выражения для вероятности ошибки в случае наиболее часто используемых фазовых модуляций.

Входящая в (5) вероятность битовой ошибки BER_0 в гауссовском шумовом канале равна [11]

$$BER_0(\eta) = 0.5 [1 - \Phi(\sqrt{\alpha\eta})],$$

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt, \quad (15)$$

где $\alpha = 2$ и $\alpha = 1$ для бинарной и квадратурной фазовых модуляций, соответственно.

ОСШ в i -м собственном подканале $\eta_i = \beta_i \rho_0 \lambda_i$. Учитывая нормировку плотности вероятности и вводя параметр $\rho_i = \beta_i \alpha \rho_0$, формулу (5) представим в виде

$$BER_i = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f_i(\lambda) \Phi(\sqrt{\rho_i \lambda}) d\lambda. \quad (16)$$

Из (11), (12) и (16) видно, что для отыскания вероятности битовой ошибки необходимо вычислить интеграл вида $I(\rho) = \int_0^{\infty} x^{\mu} e^{-cx} \Phi(\sqrt{\rho x}) dx$,

где μ – неотрицательные целые, $c > 0$ и $\rho > 0$. Для этого продифференцируем $I(\rho)$, вычислим полученный интеграл, а затем проинтегрируем результат по параметру ρ .

Учитывая ([10], № 3.462.1) имеем, что

$$\begin{aligned} \frac{dI}{d\rho} &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} \int_0^{\infty} \lambda^{\mu+1/2} e^{-(\beta+\rho/2)\lambda} d\lambda = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} \frac{\Gamma(\mu+3/2)}{(\beta+\rho/2)^{\mu+3/2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Отсюда, используя замену $x = 2t^2$, получим

$$\begin{aligned} I(\rho) &= \frac{\Gamma(\mu+3/2)}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\rho} \frac{1}{x^{1/2}(\beta+x/2)^{\mu+3/2}} dx = \\ &= \frac{2\Gamma(\mu+3/2)}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{\rho/2}} \frac{dt}{(\beta+t^2)^{\mu+3/2}}. \end{aligned} \quad (18)$$

Окончательно найдем с помощью ([10], № 3.462.1), что

$$\begin{aligned} I(\rho) &= \frac{2\Gamma(\mu+3/2)}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\beta^{\mu+1}} \sum_{k=0}^{\mu} \frac{(-1)^k}{2k+1} \times \\ &\times C_{\mu}^k \frac{\rho^{k+1/2}}{(\rho+2\beta)^{k+1/2}} + I(0), \end{aligned} \quad (19)$$

где C_{μ}^k – число сочетаний по k элементам из μ элементов, $I(0)$ – константа интегрирования. Нетрудно получить, что $I(0) = 0$, поскольку при $\rho \rightarrow 0$ вероятность ошибки $BER \rightarrow 1/2$.

Теперь с помощью (19) для вероятности битовой ошибки в сильном (первом) и слабом (втором) собственных каналах ММО-системы с произвольным числом M передающих антенн будем иметь

$$\begin{aligned} BER_1(\rho) &= \frac{1}{2} - \sum_{k=0}^{M-2} \delta_k \left(\frac{\rho}{\rho+2} \right)^{k+1/2} + \\ &+ \sum_{m=0}^{M-2} \sum_{k=0}^{m+M-2} \chi_{mk} \left(\frac{\rho}{\rho+4} \right)^{k+1/2}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$BER_2(\rho) = \frac{1}{2} - \sum_{m=0}^{M-2} \sum_{k=0}^{m+M-2} \chi_{mk} \left(\frac{\rho}{\rho+4} \right)^{k+1/2}, \quad (21)$$

где коэффициенты δ_k и χ_{mk} равны

$$\begin{aligned} \delta_k &= \frac{\Gamma(M+3/2)}{\sqrt{\pi M!}} \frac{(-1)^k}{2k+1} \times \\ &\times C_M^k \frac{Mk^2 - 2(M-1/2)k + 2M(M-5/8)}{(M+1/2)(M-1/2)}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \chi_{mk} &= \frac{1}{\sqrt{\pi(M-1)!}} \times \\ &\times \frac{m(m-2M+1) + M(M-1)}{m!} \times \\ &\times \frac{\Gamma(m+M-1/2)}{2^{(m+M-1)}} \frac{(-1)^k}{2k+1} C_{m+M-2}^k. \end{aligned} \quad (23)$$

Представляет интерес асимптотика кривых для BER в области больших ОСШ ($\rho \gg 1$). В случае когда $M = 2, 3$ или 4 , будем иметь, что

$$BER_1^{(2 \times 2)} \approx 0.27 \frac{1}{\rho^4}, \quad BER_2^{(2 \times 2)} \approx 0.5 \frac{1}{\rho}, \quad (24)$$

$$BER_1^{(3 \times 2)} \approx 0.56 \frac{1}{\rho^6}, \quad BER_2^{(3 \times 2)} \approx 0.56 \frac{1}{\rho^2}, \quad (25)$$

$$BER_1^{(4 \times 2)} \approx 1.38 \frac{1}{\rho^8}, \quad BER_2^{(4 \times 2)} \approx 0.62 \frac{1}{\rho^3}, \quad (26)$$

где верхние индексы $BER^{(M \times N)}$ показывают конфигурацию ММО-системы.

Отсюда следует, что вероятность битовой ошибки в первом собственном подканале $BER_1^{(M \times N)} \approx \rho^{-MN}$, то есть обратно пропорциональна ОСШ в степени, равной произведению MN числа антенн или числу некоррелированных коэффициентов передачи (ветвей разнесения). Вероятность битовой ошибки во втором собственном подканале $BER_2^{(M \times N)} \approx \rho^{-(M-N+1)}$, то есть уменьшается с ростом ОСШ значительно медленнее.

На рис. 3 показана вероятность битовой ошибки в зависимости от ОСШ в сильном и слабом собственных подканалах ММО-системы с разным числом передающих антенн ($M = 2, 4$ и 8) и при двух ($N = 2$) приемных антеннах для релейских некоррелированных замираний сигналов. Кривые соответствуют теоретическим формулам (20)–(23), а кружочки – результатам моделирования, полученным на основе метода Монте-Карло. При моделировании для каждого собственного канала формировалась случайная битовая последовательность из 0 или 1, выпадающих с одинаковой вероятностью. Ее длина задавалась равной 192, что соответствует CDMA-стандарту с кодовым разделением пользователей [12]. Затем биты преобразовывались в символы с помощью бинарной фазовой модуляции. Для полученных символов формировалась одна реализация канальной матрицы \mathbf{H} и вычислялись векторы \mathbf{V} и \mathbf{U} сингулярного разложения этой матрицы. Всего формировалось 10000 реализаций битовых последовательностей и матриц \mathbf{H} , и вероятность битовой ошибки вычислялась как отношение

числа ошибочно принятых бит к общему числу переданных бит. Из рис. 3 видно, что аналитические результаты совпадают с численными.

Выражения (20) и (21) определяют вероятность битовой ошибки в собственных подканалах в зависимости от аргумента $\rho = \beta\alpha\rho_0 = \alpha(\beta P_0)/\sigma_0^2$, где βP_0 – мощность на входе этого подканала. То есть эти выражения справедливы для произвольного распределения мощности между собственными подканалами и при использовании в этих подканалах бинарной ($\alpha = 2$) и/или квадратурной ($\alpha = 1$) фазовых модуляций. Если считать, что в собственных подканалах используется одинаковая модуляция, а мощность распределяется между ними равномерно ($\beta_1 = \beta_2 = 1/2$), то в (20) и (21) аргументы равны. В результате получим, что усредненная по собственным каналам вероятность битовой ошибки ММО-системы будет равна

$$BER = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sum_{k=0}^M \delta_k \left(\frac{0.5\alpha\rho_0}{0.5\alpha\rho_0 + 2} \right)^{k+1/2}. \quad (27)$$

В случае когда число передающих антенн $M=2, 3$ или 4 , из (27) для вероятности битовой ошибки в ММО-системе получим формулы (28)–(30), где аргумент $x = \sqrt{0.5\alpha\rho_0/(0.5\alpha\rho_0 + 2)}$. В правой стороне формул приведены соответствующие асимптотические выражения, справедливые в области больших ОСШ:

$$BER^{(2 \times 2)} = \frac{1}{2} - \frac{11}{16}x + \frac{3}{8}x^3 - \frac{3}{16}x^5 \approx 0.5\rho_0^{-1}, \quad (28)$$

$$BER^{(3 \times 2)} = \frac{1}{2} - \frac{57}{64}x + \frac{49}{64}x^3 - \frac{39}{64}x^5 + \frac{15}{64}x^7 \approx 1.125\rho_0^{-2}, \quad (29)$$

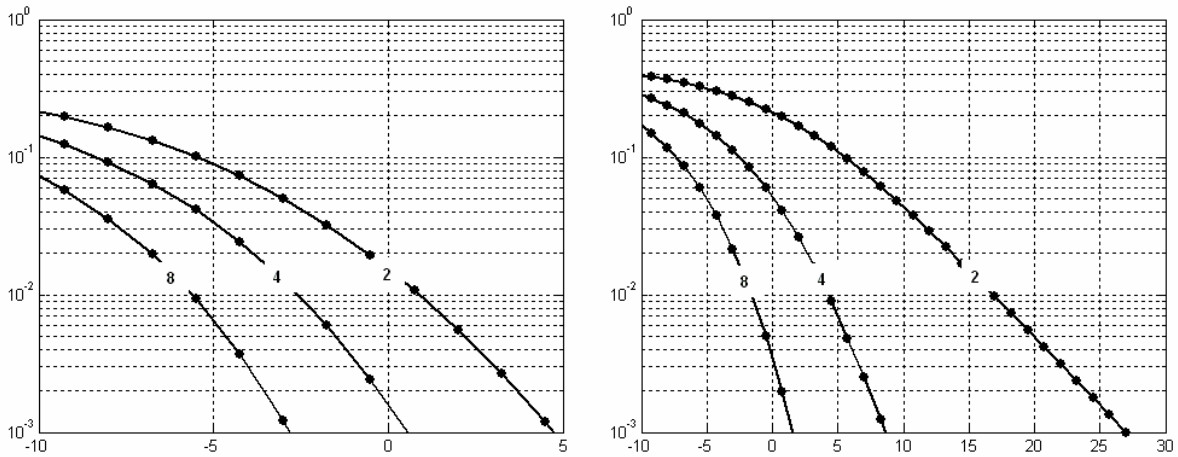


Рис. 3

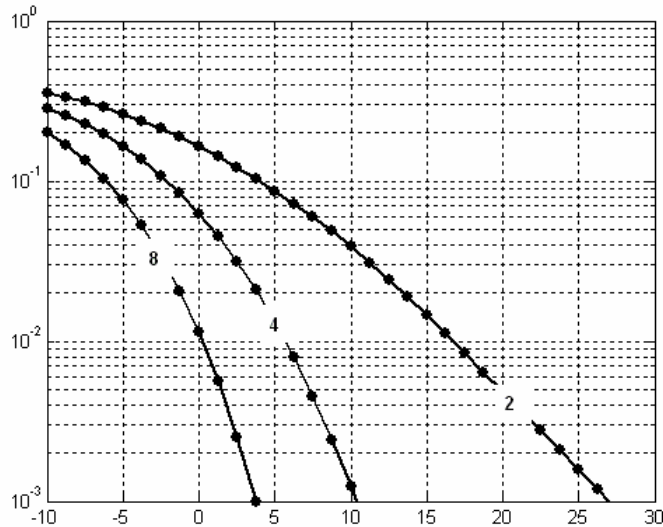


Рис. 4

$$BER^{(4 \times 2)} = \frac{1}{2} - \frac{135}{128}x + \frac{5}{4}x^3 - \frac{87}{64}x^5 + \frac{15}{16}x^7 - \frac{35}{128}x^9 \approx 2.5\rho_0^{-3}. \quad (30)$$

На рис. 4 представлена вероятность битовой ошибки в MIMO-системе с разным числом передающих антенн ($M = 2, 4$ и 8) для релеевского некоррелированного канала при использовании сигналов бинарной фазовой модуляции.

Заключение

Таким образом, в настоящей работе найдены плотности вероятности собственных чисел канальной матрицы в MIMO-системах с конфигурациями $(M \times 2)$ и $(2 \times N)$ для многолучевого пространственного канала с некоррелированными релеевскими замираниями сигналов. На основе этих плотностей вероятности получены точные аналитические выражения для вероятности битовой ошибки в собственных подканалах MIMO-систем. Рассмотрено асимптотическое поведение вероятности битовой ошибки при достаточно больших ОСШ.

Список литературы

1. Space-Time Processing for MIMO Communications / Editors A.B. Gershman and N.D. Sidoropoulos. Wiley&Sons, 2005. 370 p.
2. Paylraj A., Nabar R. and Gore D. Introduction to Space-Time Wireless Communications. Cambridge University Press, 2003.
3. Jankiraman M. Space-Time Codes and MIMO Systems. Artech House, Inc., 2004.
4. Ермолаев В.Т., Мальцев А.А., Флакман А.Г. и др. Применение адаптивных антенных решеток для повышения скорости передачи информации в беспроводных компьютерных сетях // Труды (шестой) научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения М.Т. Греховой. 7 мая 2002 г. / Ред. А.В. Якимов. Нижний Новгород: ТА-ЛАМ, 2002. С. 22–28.
5. Vaughan R., Andersen J.B. Channels, propagation and antennas for mobile communications. IEE, London, 2003.
6. Getu B.N., Andersen J.B. BER and spectral efficiency of a MIMO system // Proc. of the 5th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications (WPMC'02), Hawaii, 2002. P. 397–401.
7. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
8. Ермолаев В.Т., Родюшкин К.В. Функция распределения максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решетки // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 494.
9. Ширман Я. Д., Манжос В.Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
10. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
11. Прокис Д. Цифровая связь: Пер. с англ. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
12. Garg V.K. IS-95 CDMA and CDMA2000: Cellular/PCS systems implementation. Prentice-Hall, Inc., 2000.

BIT-ERROR PROBABILITY IN MIMO SYSTEMS WITH TWO EIGENCHANNELS

V.T. Ermolayev, A.G. Flaksman, A.M. Zuev, D.N. Lysyakov

The adaptive multiple-input multiple-output (MIMO) systems with data transmission over parallel spatial subchannels are considered. The probability density functions of the channel matrix eigenvalues have been obtained for the MIMO systems with $(M \times 2)$ and $(2 \times N)$ configurations (where M and N are the numbers of transmitting and receiving antennas, respectively) in the case of a multipath channel with non-correlated Rayleigh fading. Based on these functions, the exact analytical formulas have been derived for the bit-error probability in eigenchannels of such systems. The asymptotic behaviour of the bit-error probability for high signal-to-noise ratio has been considered.

Keywords: wireless systems, antenna arrays, adaptive reception and transmission of signals, bit-error probability, multipath channel, Rayleigh fading of signals.