

РАДИОФИЗИКА

УДК 621.396

ОСОБЕННОСТИ ПАРАМЕТРОВ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМАХ С РАДИОВЫЗОВОМ И С ПРИОРИТЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ К ЛОЖНОМУ ВЫЗОВУ ПО СРАВНЕНИЮ С ПРОПУСКОМ ВЫЗОВА

© 2010 г.

Ю.М. Туляков

Волго-Вятский филиал Московского технического университета связи и информатики,
Нижний Новгород

tym@kis.ru

Поступила в редакцию 30.06.2009

Дается оценка параметрам помехоустойчивости передачи кодовых комбинаций адресного радиовызова для условий приоритетности требований к ложному вызову по сравнению с пропуском вызова, которая позволяет обоснованно подойти к выбору типа кодирования и рациональному использованию его избыточности.

Ключевые слова: помехоустойчивость, вероятность ошибки, вероятность пропуска вызова, вероятность ложного вызова.

Введение

Радиовывоз в системах связи – это передача адресной кодовой комбинации по радиоканалу для выборочного, в соответствии с адресом радиоприемника, включения его исполнительных устройств – сигнализации вызова, подготовки канала для приема информации, следующей за вызовом, или для задействования какой-либо исполнительной техники.

При этом все приемники, работающие в этом радиоканале (системе), не реагируют на передаваемую адресную комбинацию, а срабатывает только тот приемник, декодер которого настроен на эту комбинацию.

Передача сигналов вызова может происходить с неизвестной априорной вероятностью, поэтому помехоустойчивость приема этих сигналов необходимо производить с помощью вероятности пропуска вызова – $p_{пр}$ и вероятности ложного вызова – $p_{л}$. Для значительного класса систем радиовызова передача вызова какому-то одному приемнику происходит сравнительно редко, несмотря на то, что передача вызовов различным приемникам может существенно заполнять радиоканал. Поэтому время ожидания вызова приемника значительно превосходит время самого вызова (сравнительно короткой посылки вызова). При таких условиях приоритетность требования к ложному вызову пре-

восходит требования к пропуску вызова, т.е. $p_{л} \ll p_{пр}$. Так, например, в системах персонального радиовызова [1] такие требования определяются величинами $p_{л} \leq 10^{-8}$, $p_{пр} \leq 10^{-2}$.

Параметры помехоустойчивости передачи вызова во взаимосвязи с вероятностью ошибки приема элементарного символа

Как правило, передача сигналов вызова в радиоканале осуществляется последовательно друг за другом. При этом удобно использовать линейное блочное кодирование, когда определенной кодовой комбинации соответствует определенный вызов (адрес). Передача сигналов вызова может быть как стартстопная, так и синхронная.

Дадим оценку таких кодов для симметричного канала (при вероятности перехода $p_{10} = p_{01} = p$) без памяти и без замираний, считая, что ошибки приема символов обусловлены гауссовскими шумами, следовательно, являются независимыми, и вероятность появления i ошибок в кодовой комбинации из n символов подчиняется биномиальному закону

$$p_n(i) = C_n^i p^i (1-p)^{n-i}. \quad (1)$$

Здесь $p^i (1-p)^{n-i}$ – вероятность появления кодовой комбинации с i ошибками; C_n^i – число ко-

довых комбинаций, отличающихся от заданной i символами.

Для определения вероятности ошибки (появления ошибочной кодовой комбинации) необходимо учитывать все возможные ошибки $1 \leq i \leq n$. Вероятность ошибки неизбыточного двоичного кода (НДК)

$$p_{\text{ош}} = \sum_{i=1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i}. \quad (2)$$

Для НДК из N кодовых комбинаций длиной n на рис. 1а показаны переходные вероятности при передаче i -й комбинации (для наглядности в качестве i -й принята 1-я комбинация), где $p_{\text{прав}}$ – вероятность правильной передачи, $p(2/i), p(j/i), \dots, p(n/i)$ – вероятности перехода i -й комбинации в любую другую комбинацию. Эти вероятности образуют полную группу несовместимых событий, следовательно:

$$p_{\text{прав}} + \sum_{j=2}^N p(j/i) = 1$$

или

$$p_{\text{прав}} + \sum_{j=1}^{N-1} p(j/i) = 1. \quad (3)$$

Поскольку декодер каждого из приемников вызова настроен только на одну кодовую комбинацию – свой вызов, то при любом из ошибочных переходов передаваемой ему комбинации произойдет пропуск вызова, а вероятность пропуска $p_{\text{пр}}$ будет определяться вероятностью ошибки $p_{\text{ош}}$. Согласно (2), (3)

$$p_{\text{пр}} = p_{\text{ош}} = \sum_{j=1}^{N-1} p(j/i) = \sum_{i=1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i}. \quad (4)$$

На основании [2, 3] правую часть этого равенства можно представить в виде

$$p_{\text{пр}} = 1 - (1-p)^n. \quad (5)$$

При $p \ll 0.5$

$$p_{\text{пр}} \approx np. \quad (5')$$

Этот же результат можно получить из выражения $p_{\text{пр}} = 1 - p_{\text{прав}}$. Ложный вызов возникает в том случае, когда при передаче комбинации $j \neq i$ она переходит в i -ю. Вероятность такого перехода (трансформации) $p_{ji} = p(i/j)$ показана на рис. 1б.

Вероятность ложного вызова определяется всеми возможными переходами с учетом p_j – вероятности передачи каждой из N комбинаций

$$p_{\text{л}} = \sum_{j=1}^{N-1} p_j p_{ji} = \sum_{j=1}^{N-1} p_j p(i/j). \quad (6)$$

При равновероятной передаче каждой из N комбинаций $p_1 = p_2 = \dots = p_j = 1/N$ получим

$$p_{\text{л}} = 1/N \sum_{j=1}^{N-1} p(i/j). \quad (7)$$

Полагая, что $p(i/j) = p(j/i)$ (сравните рис. 1а и б), на основании (4) и (5) можно утверждать, что

$$\sum_{j=1}^{N-1} p(i/j) = \sum_{i=1}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-i} = 1 - (1-p)^n.$$

Окончательно получим

$$p_{\text{л}} = 1/N [1 - (1-p)^n]. \quad (8)$$

Поскольку величина p находится в интервале $0 < p < 0.5$ и ограничена сверху своим значением $p = 0.5$, то для наихудших условий приема – в отсутствие сигнала или при срыве синхронизации, когда $p = 1/2$, вероятность ложного вызова за время nt (здесь τ – длительность элементарной посылки)

$$p_{\text{л.о}} = [1 - (1/2)^n]/N = 1/N - 1/(N \cdot 2^n).$$

Поскольку для НДК $N = 2^n$, то

$$p_{\text{л.о}} = (1/2)^n - (1/2)^{2n} \approx (1/2)^n. \quad (9)$$

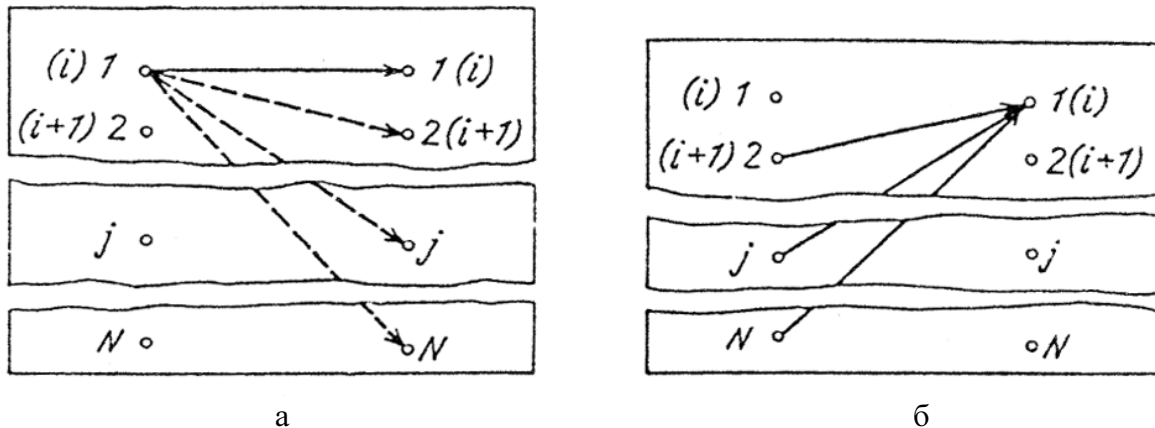


Рис. 1. Переходные вероятности: а – при оценке пропуска вызова; б – при ложном вызове

**Введение кодовой избыточности
для согласования вероятностей ошибки
элементарного символа, пропуска вызова
и ложного вызова**

Соотношение (9) позволяет определить значение $n_{л}$, необходимое для удовлетворения заданной $p_{л}$. Например, при $p_{л} = 10^{-8}$ получаем $n_{л} = 27$.

При двоично-десятичном коде (ДДК) каждая десятичная цифра числа (номера вызова или сообщения) представляется двоичной комбинацией значностью $[\log_2 10] = 4$ (символ [] означает округление до ближайшего целого числа сверху).

В табл. 1 представлены результаты расчетов длины n НДК и ДДК для различных N и наращивания этой длины на величину $n_{л} - n$ путем введения избыточности для удовлетворения $p_{л} = 10^{-8}$, а также указаны способы введения такой избыточности.

Введение избыточности возможно и другими способами – использованием (n, k) избыточных помехоустойчивых кодов. В таких кодах каждая кодовая комбинация содержит n символов, k из которых информационные, а $n - k = r$ – избыточные. Эти коды характеризуются минимальным кодовым расстоянием $d = d_{\min}$ (т.е. наименьшим числом символов, которыми одна кодовая комбинация отличается от другой. Для НДК $d_{\min}=1$). Число используемых разрешенных кодовых комбинаций $N = 2^k$. Применение таких кодов позволяет обнаруживать или

(и) исправлять ошибки в кодовой комбинации, кратность которых определяется d_{\min} и типом кода. Простейшим избыточным кодом является двоичный код с одной проверкой на четность (ДКЧ), который содержит один избыточный проверочный символ. Длина ДКЧ $n = [\log_2 N] + 1$ и $d_{\min} = 2$. Если избыточный код используется только для обнаружения ошибок, то $p_{пр}$ будет определяться так же, как и для НДК (см. рис. 1а), по (5). Если код также используется и для исправления ошибок t_n кратности, то вероятность пропуска уменьшается:

$$p_{пр} = p_{ош} - p_{исп} = 1 - (1 - p)^n - \sum_{i=1}^{t_n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i} = 1 - \sum_{i=0}^{t_n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i}, \quad (10)$$

где $p_{исп} = \sum_{i=1}^{t_n} C_n^i p^i (1 - p)^{n-i}$ – вероятность наступления ошибок кратности не более t_n , которые могут быть исправлены.

Для оценки $p_{л}$ на рис. 2 показан фрагмент возможных ошибочных переходов в заданную кодовую комбинацию i . Символами «●» обозначены запрещенные (неиспользуемые) кодовые комбинации и «○» – разрешенные комбинации. Стрелками сплошных линий показаны переходы разрешенных комбинаций в заданную i . Стрелкой штриховой линии показан вариант перехода из разрешенной кодовой комбинации в запрещенную, которая исправляется в задан-

Таблица 1

N	n		$n_{л} - n$		Способ введения избыточности
	НДК	ДДК	НДК	ДДК	
10^3	10	12	17	15	Двукратная передача комбинации с добавлением избыточных символов
10^4	14	16	13	11	Двукратная передача комбинации
10^5	17	20	10	7	Добавление избыточных (кодовых) символов до требуемой величины $n_{л}$
10^6	20	24	7	3	То же

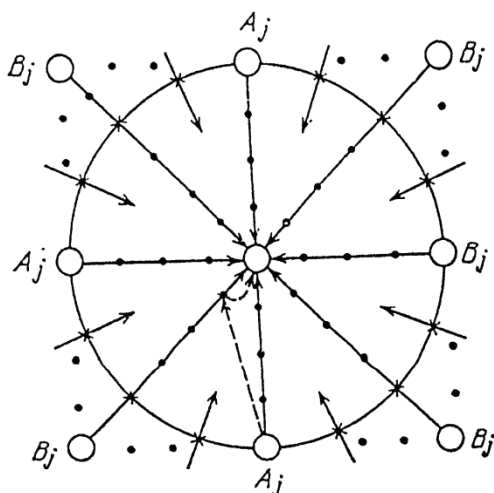


Рис. 2. Переходные вероятности для ложного вызова при избыточном коде

ную. Чтобы устранить такое ошибочное исправление, необходимо отказаться от исправления ошибок в декодере и использовать код только для обнаружения ошибок, что особенно важно при высоких требованиях к $p_{л}$. В этом случае ошибочные переходы будут определяться вероятностью необнаруженной ошибки $p_{н.о}(i/j)$ только для разрешенных комбинаций. На основании рассуждений к выражениям (6) и (7) запишем

$$p_{л} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N-1} p_{н.о}(i/j).$$

Полагая, что $p_{н.о}(i/j) = p_{н.о}(j/i)$, можно считать, что полная вероятность необнаруженной ошибки

$$p_{н.о} = \sum_{j=1}^{N-1} p_{н.о}(i/j).$$

Тогда

$$p_{л} = p_{н.о}/N. \quad (11)$$

Согласно [2] $p_{н.о} = \sum_{j=1}^n W(\omega) p^j (1-p)^{n-i}$, где $W(\omega)$ –

весовая характеристика кода, т.е. число кодовых комбинаций веса ω (с одинаковым количеством единиц) или иначе число вариантов, не обнаруживаемых данным кодом ошибок; $p^i(1-p)^{n-i}$ – то же, что и в выражении (1).

Так, например, для ДКЧ с одной проверкой на четность $d = 2$

$$p_{и.л} = \sum_{i=d}^n W(\omega) p^i (1-p)^{n-i},$$

где $i = 2, 4, 6, \dots, n'$ (n' – четное число, ближайшее к n и меньше его). Так как с повышением кратности ошибок вероятность ошибок резко падает, то

$$p_{н.о} \approx C_n^2 p^2 (1-p)^{n-2}.$$

Методы определения $W(\omega)$ для общего случая очень громоздки, поэтому целесообразно ограничиться оценкой сверху. Чаще используется оценка (см., например, [3, 4])

$$p_{н.о} \leq \sum_{i=2}^n C_n^i p^i (1-p)^{n-1}.$$

Однако эта оценка является значительно завышенной для $p_{л}$, поскольку учитываются все возможные и разрешенные, и запрещенные комбинации, отстоящие от заданной на величину, равную или более d . Например, для первого слагаемого $i = d$ на рис. 2 все возможные комбинации «О» и «●» показаны на окружности.

Другую, более точную, оценку сверху можно сделать с помощью учета только разрешенных комбинаций (поскольку только они могут передаваться или приниматься – декодироваться).

Для этого будем считать, что все $N - 1$ разрешенные кодовые комбинации имеют наибольшую вероятность перехода в заданную i -ю комбинацию $p^d(1-p)^{n-d}$, т.е. располагаются на окружности с радиусом d . Это разрешенные кодовые комбинации, которые на самом деле располагаются на этой окружности (на рис. 2 A_j) и комбинации с большим d , которые как бы переносятся на эту окружность (см. переносы комбинаций B_j в точке с символами «*»). Тогда, учитывая число возможных переходов $N - 1$, получаем

$$p_{н.о} \leq (N-1)p^d(1-p)^{n-d}.$$

Подставив это в (11), получаем

$$p_{л} \leq \frac{N-1}{N} p^d (1-p)^{n-d} \approx p^d (1-p)^{n-d}. \quad (12)$$

В условиях отсутствия сигнала, при $p = 1/2$, $p_{л} = 1/2^n$.

Исследование выражения (12) на экстремум [5] позволяет определить величину $p^* = d/n$, соответствующую максимальной величине

$$p_{л \max} \leq (d/n)^d (1-d/n)^{n-d}.$$

Параметры помехоустойчивости при использовании для вызова нескольких кодовых слов и помехоустойчивого кодирования

Если для вызова используется не одна кодовая комбинация (слово), а l слов, каждое длиной n , то при условии равновероятности передачи этих слов и независимости ошибок в них можно записать:

$$p_{л}(l) = 1 - (1 - p_{л})^l \leq 1 - [1 - p^d (1-p)^{n-d}]^l;$$

$$p_{л.о}(l) = 1 - [1 - (1/2)^d (1/2)^{n-d}]^l \approx (1/2)^{nl};$$

$$p_{л.макс}(l) = 1 - [1 - (d/n)^d (1-d/n)^{n-d}]^l; \quad (13)$$

$$p_{лпр}(l) = 1 - (1-p)^{nl}.$$

На основании полученных соотношений исследуем двоичные коды, предлагаемые [6] для многоадресных систем радиовызова. В табл. 2 даны основные параметры этих кодов, рассчитанные по полученным выше соотношениям p , $p_{л}$, $p_{л.о}$, и $p_{л.макс}$ для $p_{лпр} = 10^{-2}$. Величина p определялась по (5') в виде $p \approx p_{лпр}/n$. Приводятся значения числа вызовов (адресов) – емкости кода как величины N' , которую предлагается использовать [6] с учетом увеличения емкости при дополнительном кодировании стартовой комбинации или, наоборот, при уменьшении емкости за счет недоиспользования всех разрешенных кодовых комбинаций, так и величины N , определяющей предельную информативную емкость самого

кода, которая и использовалась при оценке вышеуказанных параметров кодов.

Для сравнения в табл. 2 приведены результаты расчетов для НДК и ДКЧ, указана максимальная кратность обнаруживаемых ошибок t_0 .

Как видно из таблицы, избыточные коды (n, k) имеют достаточно большой запас по $p_{л}$ в сравнении с рассматриваемой $p_{л} = 10^{-8}$. Этот запас может быть трансформирован на использование этих кодов для исправления ошибок. Исправление ошибок ведет к уменьшению $p_{пр}$, а при заданной величине $p_{пр}$ – к менее жестким требованиям к p . Так, например, оценка кода (26, 16) по соотношению (10) для режима исправления ошибок $t_{и} = 1$ требует $p = 3.9 \cdot 10^{-3}$, что в 20 с лишним раз меньше требуемой величины p при обнаружении ошибок. Другим важным свойством избыточных кодов являются обнаружение и коррекция пачек ошибок, которые

могут иметь место, например, при помехах импульсного вида. В табл. 3 приведены характеристики, отображающие эти свойства для рассмотренных кодов.

Полученные результаты анализа позволяют оценить системы вызова для канала не только без замирания, но и при медленных замираниях, присущих, например, ОВЧ (очень высоких частот) каналам радиовызова, когда оценку действия системы целесообразно производить с помощью надежности прохождения радиосигналов [1]. Эффективным способом повышения этой надежности является накопление повторяющихся кодовых комбинаций вызова. Если кодовая комбинация передается m раз и решение о вызове выносится при q принятых комбинациях, соответствующих декодеру, то можно получить [5]:

$$P'_{пр}(m, q) = \sum_{i=0}^{q-1} C_m^i P_{пр}^i (1 - P_{пр})^{m-i};$$

Таблица 2

Тип кода	n, k	d	l	N'	N	p	$p_{л}(l)$	$p_{л,о}(l)$	$p_{л,макс}(l)$	t_0
БЧХ ¹	31,16	7	1	$65 \cdot 10^3$	$65 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-25}$	$4.6 \cdot 10^{-10}$	$5.7 \cdot 10^{-8}$	6
НДК	16	1	1	–	$65 \cdot 10^3$	$6 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-7}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	–	
БЧХ ²	32,21	6	1	$8 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$	$3 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-22}$	$2.3 \cdot 10^{-10}$	$1.9 \cdot 10^{-7}$	5
НДК	21	1	1	–	$2 \cdot 10^6$	$5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-9}$	$4.8 \cdot 10^{-7}$	–	
Голея	23,12	7	2	$14 \cdot 10^6$	$16.7 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-26}$	$1.4 \cdot 10^{-14}$	$1.6 \cdot 10^6$	6
НДК	24	1	1	–	$16.7 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^{-4}$	$2.5 \cdot 10^{-9}$	$6 \cdot 10^{-8}$	–	
Казами	26,16	3	2	10^6	$\sim 10^6$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$3.9 \cdot 10^{-23}$	$5.5 \cdot 10^{-17}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	2
НДК	20	1	1	–	10^6	$5 \cdot 10^{-4}$	$9.95 \cdot 10^{-9}$	$9.5 \cdot 10^{-7}$	–	
ДКЧ	18,17	2	1	–	10^5	$5.5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-7}$	$3.8 \cdot 10^{-6}$	–	1*
ДКЧ	21,20	2	1	–	10^6	$4.8 \cdot 10^{-4}$	$2.25 \cdot 10^{-7}$	$1.9 \cdot 10^{-6}$	–	1

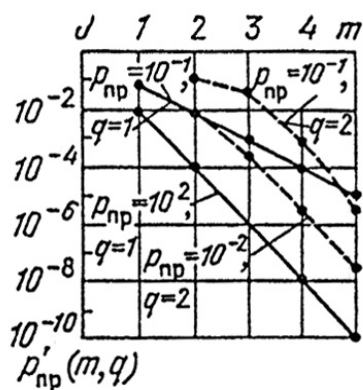
¹ Циклический Боуза – Чоудхури – Хоквингема (БЧХ).

² БЧХ с дополнительной проверкой на четность.

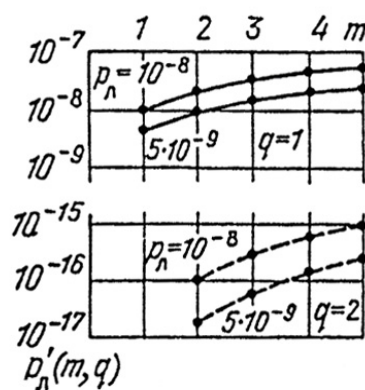
* Обнаруживаются как однократные ошибки, так и все ошибки нечетной кратности.

Таблица 3

Характеристика ошибок в кодовом слове	БЧХ (31,16)	БЧХ (32,21)	Код Голея (23,12)	Код (26,16)
Максимальная кратность исправляемых ошибок	3	2	3	1
Максимальная кратность (длина) пачек исправляемых ошибок	7	5	5	5
Максимальная кратность пачек обнаруживаемых ошибок	15	11	11	11



а



б

Рис. 3. Зависимости вероятности пропуска вызова (а) и ложного вызова (б) от числа повторений передачи вызова

$$p'_l(m, q) = 1 - \sum_{i=0}^{q-1} C_m^i p_l^i (1 - p_l)^{m-i} =$$

$$= \sum_{i=q}^m C_m^i p_l^i (1 - p_l)^{m-i}.$$

В качестве примера на рис. 3а и б показаны зависимости $p'_{пр}(m, q)$ и $p'_l(m, q)$ от m при заданных значениях $p_{пр}$, p_l и $q = 1$ (сплошные линии), $q = 2$ (штриховые линии). Анализ этих зависимостей позволяет заключить, что накопление комбинаций вызова уменьшает $p'_{пр}(m, q)$ и увеличивает $p'_l(m, q)$. Поэтому при выборе методов кодирования p_l и $p_{пр}$ должны быть соответствующим образом скорректированы.

Следует заметить, что рассмотренные выше случаи использования кода в режиме обнаружения ошибок вызова не обязательны для кодовых комбинаций передаваемого за вызовом цифрового сообщения. Для этих сообщений возможно использование кода в режиме исправления ошибок, оценку которого можно проводить традиционными методами с позиций вероятности трансформации кодовых комбинаций. При этом не исключена возможность применения кодов, однотипных кодам для адреса (самого вызова).

Заключение

Вышеприведенная оценка характеристик помехоустойчивости передачи кодовых комбинаций

адресного вызова для условий $p_l \ll p_{пр}$ позволяет обоснованно подойти к выбору типа кодирования и рациональному использованию его избыточности.

Рассмотренный случай определения параметров помехоустойчивости при различных вариантах кодирования для $p_l \leq 10^{-8}$ и $p_{пр} \leq 10^{-2}$ может быть использован в качестве примера такой оценки при других требованиях к p_l и $p_{пр}$.

Список литературы

1. Туляков Ю.М. Системы персонального радиовызова. М.: Радио и связь, 1988. 168 с.
2. Кодирование информации (двоичные коды) / Н.Г. Березюк, А.Г. Андрущенко, С.С. Мощинский и др. / Под ред. Н.Г. Березюка. Харьков: Вища школа, 1978. 252 с.
3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд., испр.: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1104 с.
4. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. М.: Связь, 1980. 288 с.
5. Tatsuzawa Y. High Efficiency Calling Radio System // IEEE Trans. 1965. Vol. Com-13, № 4. P. 407–419.
6. Reports 499–2; 499–3 (MOD1) (MODF) Radio Paging Systems; Documents 8/63 – e (Sweden); Documents 8/112 – E (United Kingdom); Documents 8/210 (Japan), CCIR Study Groups, Period 1979–1986.

FEATURES OF NOISE IMMUNITY PARAMETERS IN RADIO PAGING SYSTEMS WITH FALSE CALL TO MISSED CALL REQUIREMENT PRIORITY

Yu.M. Tulyakov

An estimate is given of noise immunity parameters of code combination transfer in radio paging systems with false call to missed call requirement priority. The estimate allows one to make a sound choice of coding type and a rational use of its redundancy.

Keywords: noise immunity, error probability, missed call probability, false-call probability.