

УДК 551.583

ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ХАОС В ДИНАМИКЕ СРЕДНЕСУТОЧНЫХ ТЕМПЕРАТУР ВОЗДУХА НА ТЕРРИТОРИИ г. НИЖНЕГО НОВГОРОДА

© 2011 г.

Е.С. Дубровина, А.Я. Моничев

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

esd22@mail.ru

Поступила в редакцию 06.12.2010

Проанализирована выраженность детерминированной и стохастической составляющих хаотических рядов среднесуточных температур воздуха на территории г. Нижнего Новгорода. При помощи методов восстановления аттрактора в лаговом пространстве, расчета старшего показателя Ляпунова и анализа скелетона вейвлет-спектра на фоне стохастической «зашумленности» рядов в последние десятилетия выявлено усиление детерминированного хаоса, проявляющегося длительными периодами относительно стабильной температуры с последующим резким ее изменением (динамика типа меандр).

Ключевые слова: детерминированный хаос, аттрактор, температура атмосферы, динамика, показатель Ляпунова, вейвлет-анализ.

Регистрируемые в последнее время периоды длительной стабильности аномальной температуры со значительными ее изменениями в конце периода, как это наблюдалось, например, летом 2010 года, заставляют предположить, что подобный характер динамики связан с определенной причинностью, т.е. имеет детерминированный характер, в то время как в целом температурная кривая хаотична. Отмеченный тип динамического поведения температурной кривой, представленный на рис. 1в, мы будем определять в дальнейшем как «зашумленный меандр».

Подобный характер динамики может быть вызван двумя причинами: действием большого количества случайных факторов (стохастический хаос) и нелинейности взаимосвязей между ограниченным числом детерминированных факторов (детерминированный хаос). Хаотический режим последнего типа, получивший также название «динамического хаоса», может быть воспроизведен с помощью различных моделей, описывающих турбулентное движение в слое жидкости или газа, в том числе с помощью модели Лоренца [1], которая действительно демонстрирует динамическое поведение температурной кривой меандрового типа [2].

Более того, модель Лоренца позволяет увязать отмеченный феномен меандровых проявлений детерминированного хаоса с действием парникового эффекта.

Действительно, в силу его усиливающегося влияния имеет место рост среднегодовой температуры приземного слоя воздуха, что подтверждает анализ временного ряда температур

на территории г. Н. Новгород [3, 4]. Если учесть, что в последние годы различными исследователями получены данные об охлаждении верхней тропосферы и стратосферы [5, 6], то можно утверждать, что разность температур между нижними и верхними атмосферными слоями растет. Это, согласно модели Лоренца, должно вызвать интенсификацию проявления детерминированного хаоса и меандрового характера динамики температуры.

Для проверки данного утверждения необходимо количественно оценить выраженность хаотической детерминированной составляющей для температурных рядов, наблюдаемых в разные годы. Данную процедуру можно осуществить путем предложенной в работе [7] методики восстановления аттрактора, представляющего собой множество точек, к которому стремится температура с течением времени в некотором лаговом пространстве, и вычисления размерности этого аттрактора. Размерность аттрактора (D_a) в данном случае будет являться мерой динамической хаотичности процесса: чем она меньше, тем менее сложным и более предсказуемым является поведение системы. При этом аттрактор размерностью $D_a = 1$ соответствует в фазовом пространстве точке как траектории, аттрактор размерностью $D_a = 2$ – предельному циклу (замкнутой циклической траектории), аттрактор размерностью $D_a = 3$ – тору. Максимальная размерность аттрактора будет ограничиваться размерностью лагового пространства (D), внутри которого он встроен.

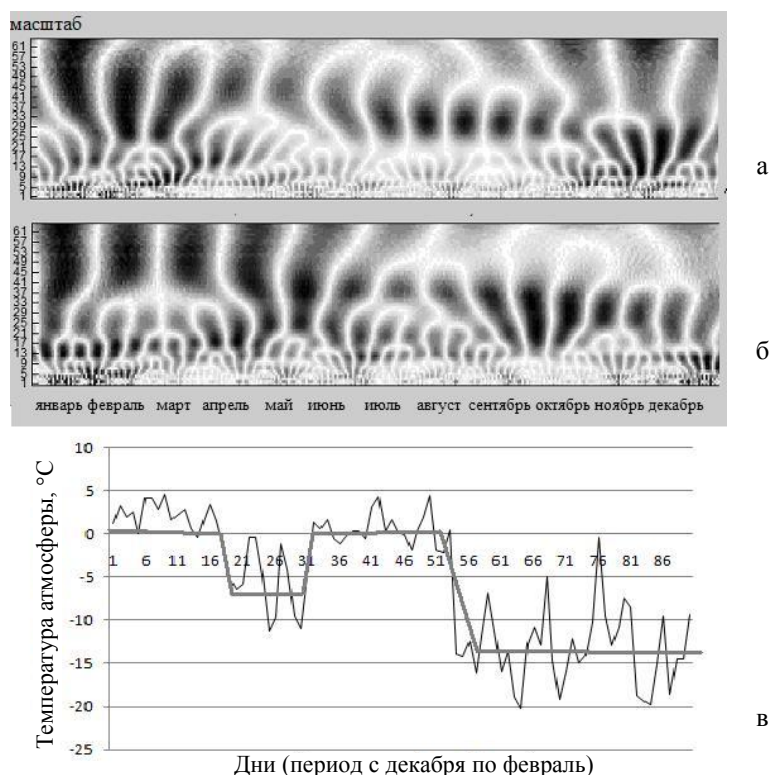


Рис. 1. Вейвлет-анализ временных рядов внутригодовой динамики температуры: а – вейвлет-анализ динамики температуры в 1960 г.; б – вейвлет-анализ динамики температуры в 1980 г.; в – кривая хода температуры с выраженным проявлением детерминированного хаоса (зима 2006–2007 гг.).

С увеличением размерности аттрактора увеличивается число степеней свободы системы, т. е. количество направлений, в которых может двигаться ее фазовая траектория, а это приводит к возрастанию сложности и уменьшению предсказуемости временных рядов. Если поведение системы предельно стохастично, фазовая траектория будет равномерно занимать объем лагового пространства. В случае детерминированного хаоса траектория заполнит некоторую ограниченную область лагового пространства [8].

В работах, посвященных анализу климатических временных рядов методами нелинейной динамики, показано, что для временных рядов некоторых климатических характеристик (скорость ветра, атмосферное давление, температура и др.) действительно могут быть найдены аттракторы низкой размерности [9–12].

В качестве материала для исследования в данной работе использовались результаты ежедневных измерений зимних температур на территории г. Нижнего Новгорода в период 1936–2009 гг., полученные из базы данных ВНИИГМИ-МЦД [13].

Использованный в дальнейшем метод анализа хода температур основывается на уже упоминавшейся работе Такенса [7], согласно кото-

рой по эволюции одной переменной можно составить представление о динамике всей системы, восстановив аттрактор в лаговом пространстве, по своим метрическим свойствам аналогичный исходному. Так, для некоторого временного ряда, представленного последовательностью измерений переменной x , состояние данного процесса в момент времени t в n -мерном лаговом пространстве будет описываться точкой с координатами $x(t), x(t + \tau), \dots, x(t + (n-1)\tau)$, где τ – это некоторый лаг. Измерив размерность восстановленного аттрактора, можно определить степень детерминированности процесса: чем размерность меньше, тем сильнее этот процесс детерминирован.

Для этих целей наиболее часто используется корреляционная размерность, вычисление которой основано на следующем принципе. Для некоторой точки x_i , принадлежащей аттрактору, восстановленному в n -мерном лаговом пространстве, подсчитывается количество точек этого аттрактора, отстоящих от неё на расстояние, не превышающее некоторую величину ε . Эта процедура повторяется для следующей точки и т.д. В результате вычисляется следующая величина, называемая корреляционным интегралом:

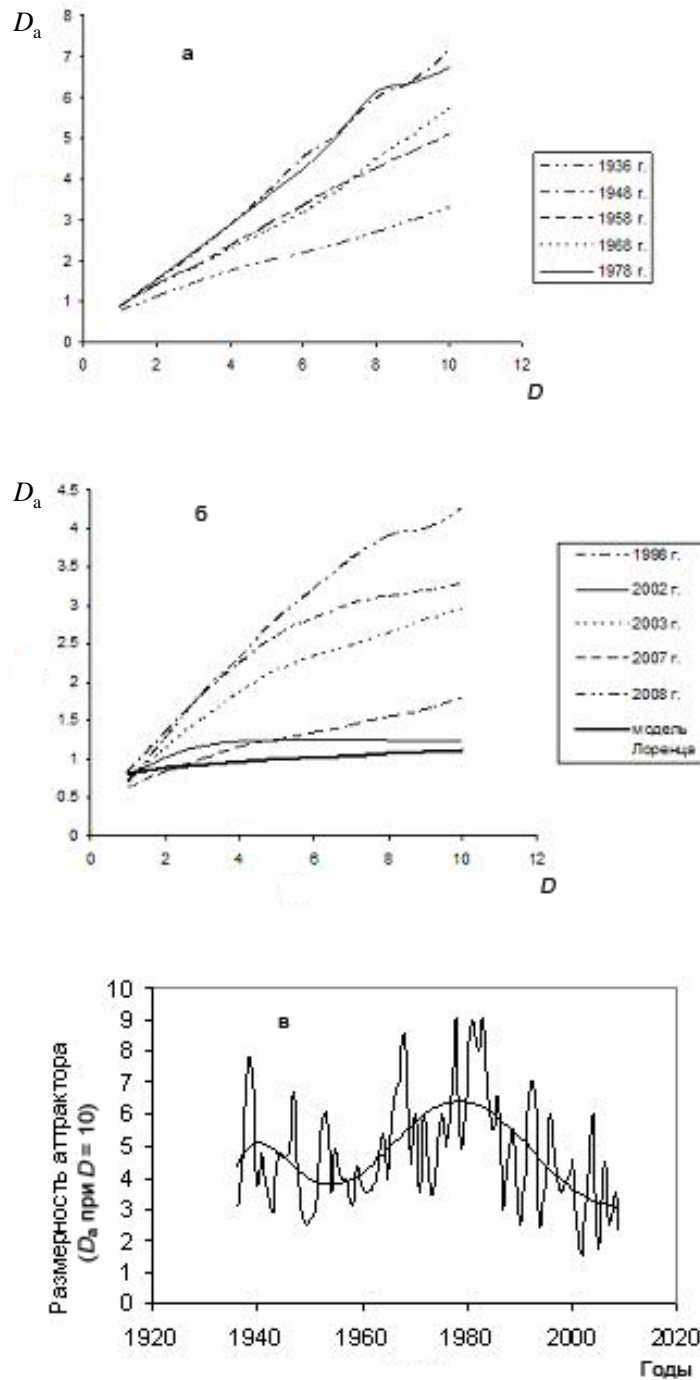


Рис. 2. Определение детерминированной хаотичности временных рядов среднесуточных температур на основе измерения размерности их аттрактора (D_a): а – зависимость D_a от D с отсутствием насыщения; б – зависимость D_a от D с насыщением; в – значения размерности D_a временных рядов среднесуточных температур в период 1936–2009 гг.

$$C(\epsilon) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \Theta(\epsilon - |x_i - x_j|),$$

где $\Theta(x)$ – функция Хевисайда, принимающая значение 0 в случае, если $x < 0$, и 1, если $x > 0$.

Для малых значений ϵ справедлива степенная зависимость: $C(\epsilon) \sim \epsilon^{D_a}$, где D_a – размер-

ность восстановленного аттрактора. Отсюда данную размерность можно найти следующим образом:

$$D_a = \frac{\log C(\epsilon)}{\log \epsilon}.$$

Это означает, что размерность восстановленного аттрактора можно определить как наклон линейного участка графика зависимости

$\log C(\varepsilon)$ от $\log \varepsilon$. В случае если процесс является детерминированным хаосом, с увеличением размерности лагового пространства скорость роста D_a будет снижаться и, в конце концов, величина D_a достигнет насыщения. Это означает, что значения временного ряда будут концентрироваться в ограниченной области лагового пространства, несмотря на увеличение его размерности. В этом случае, действительно, есть смысл говорить о существовании аттрактора, истинная размерность которого будет равна уровню насыщения зависимости $D_a(D)$. Если процесс предельно стохастичен, насыщение не произойдет, поскольку фазовая траектория временного ряда будет равномерно заполнять лаговое пространство любой размерности.

Результаты построения зависимостей размерности восстановленного аттрактора (D_a) от размерности лагового пространства (рис. 2) говорят об отсутствии насыщения и постоянном росте D_a с увеличением D в большинство лет на интервале с 1936 до 1990 г. Это характеризует ход температурных колебаний в эти годы как стохастический хаос (рис. 2а). Однако, начиная с 1990 г., многие годы характеризуются достаточно выраженным насыщением в зависимостях D_a от D , что означает появление в стохастической «зашумленности» соответствующих временных рядов более выраженной детерминированной составляющей (рис. 2б). Измерение уровня, на котором происходит насыщение, показывает, что размерность восстановленного аттрактора колеблется от 1 до 4.

Особенно ярко детерминированная составляющая проявляется в динамике зимних температур 2002 г. Из рис. 2б видно значительное сходство между кривыми зависимости D_a от D , рассчитанными для модели Лоренца и для временного ряда зимних суточных температур в 2002 г. В первом случае размерность восстановленного аттрактора составляет 1.1, а во втором – 1.25.

В качестве меры детерминированной хаотичности временного ряда можно воспользоваться размерностью восстановленного аттрактора (D_a) в лаговом пространстве, когда размерность последнего (D) заведомо велика, например, равна 10. Вычисленная таким образом величина D_a не является истинной размерностью аттрактора (тем более, что не во всех случаях аттрактор удается восстановить). Однако эту величину можно использовать для сравнения детерминированной хаотичности временных рядов. Результаты ее вычисления демонстрируют тенденцию к увеличению детерминированной хаотичности (снижению размерности

D_a) динамики суточных температур, начиная с середины 80-х гг. (рис. 2в).

Важно отметить, что временные ряды атмосферной температуры в 2000-е годы отличаются заметным сходством с динамикой, воспроизводимой моделью Лоренца [2]. В них ярко выражены участки относительно стабильной температуры, соответствующие движению по правому и левому витку аттрактора (динамическое поведение типа меандр), а также переходы между ними. В то же время в большинстве временных рядов температуры, относящихся к 80–90 гг., признаки такой динамики отсутствуют. Это еще раз подчеркивает усиление детерминированной составляющей в ходе температур в последние годы.

Одним из наиболее характерных признаков детерминированного хаоса является его высокая чувствительность к начальным условиям: две траектории, первоначально близко расположенные друг от друга, экспоненциально разбегаются во времени [14]. Скорость разбегания траекторий можно оценить с помощью показателей Ляпунова, являющихся характеристикой сложности хаотического движения и структуры аттрактора в фазовом пространстве [8]. Расстояние между двумя точками (d) будет увеличиваться со временем (t) по формуле:

$$d = d_0 e^{Lt},$$

где L – показатель Ляпунова, d_0 – расстояние между точками в начальный момент времени.

Если L положителен, траектории экспоненциально разбегаются и движение можно охарактеризовать как детерминированно хаотическое, если отрицателен – движение не чувствительно к начальным условиям и детерминированной хаотичностью не обладает (в этом случае сложное поведение системы объясняется скорее действием на нее большого числа случайных факторов, нежели нелинейностью ее внутренних процессов) и является стохастическим хаосом.

Расчет показателей Ляпунова для временных рядов внутригодовой динамики температуры (рис. 3) показал, что на протяжении всех десятилетий XX и начала XXI вв. определенная доля лет (около 30%) характеризовалась детерминированной хаотической динамикой, но в 90-е и 2000-е гг. доля таких лет резко возросла (до 60 и 80% соответственно).

Дополнительные возможности для анализа детерминированной хаотической динамики дает вейвлет-анализ [15], позволяющий выявить наличие такой динамики, а также проследить ее изменения по сезонам года. Вейвлет-анализ да-

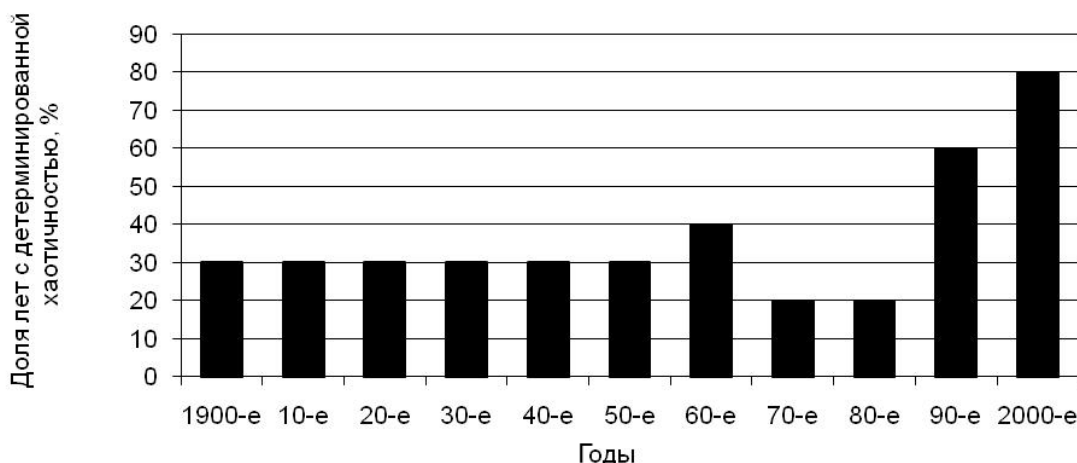


Рис. 3. Доля лет с детерминированной хаотичной динамикой температуры (характеризующейся положительным старшим показателем Ляпунова)

ет возможность выявить «детерминированный хаос» во временных рядах, который будет проявляться на плоскости «спектр хаотических колебаний – временной сдвиг» в виде линий экстремумов коэффициентов вейвлет-анализа (скелетонов), имеющих древообразную форму [15]. Анализ временных рядов суточной температуры за разные годы, в целом, демонстрирует увеличение выраженности ветвистой структуры скелетонов, начиная с 70-х гг.: она приобретает более правильную форму и захватывает большие периоды спектра (рис. 1а, б). Следует отметить, что именно в этот период (70-е гг.) начинается рост среднегодовой температуры в г. Нижнем Новгороде.

Кроме того, во многие годы заметно усиление «ветвистости» скелетонов в теплое время года по сравнению с холодным. Показатель степенной зависимости количества экстремумов скелетона от периода спектра может характеризовать размерность аттрактора, а, следовательно, степень детерминированной хаотичности временного ряда. Его расчет для различных месяцев 2006 г. показывает, что максимум детерминированной хаотичности приходится на летние месяцы. Если для зимних температур среднее значение составляет 0.47, то для летних температур – 0.8. Это можно связать с увеличением в летнее время разности температур между нижними и верхними слоями атмосферы. Анализ модели Лоренца также указывает на увеличение детерминированной хаотичности при росте этого параметра [2].

Таким образом, анализ динамики суточных временных рядов температур в период 1936-2009 гг. различными методами выявляет усиление на фоне постоянно присутствующего стоха-

стического хаоса признаков некоторых других процессов, связанных с внутренней динамикой климатической системы. Это проявляется в усилении детерминированного хаоса, который, согласно модели Лоренца, проявляется в периодах относительно стабильной температуры, разделенных значительными межсуточными перепадами (рис. 1). Данный характер поведения хода суточных температур следует, по-видимому, интерпретировать как следствие увеличения разности температур между ее нижними и верхними слоями, что ведет к регистрируемому в последние годы погодным феноменам, проявляющимся в длительных периодах аномальной температуры с последующим резким ее изменением в течение короткого промежутка времени (лето 2010 года).

Список литературы

1. Лоренц Э. Странные аттракторы / Пер. с англ. под ред. Я.Г. Синая, Л.И. Шильникова. М.: Мир, 1981. С. 88–116.
2. Монищев А.Я., Дубровина Е.С. Модель Лоренца и динамика хода суточных температур на территории г. Нижний Новгород // Вестник ННГУ. 2010. № 3 С. 173–176.
3. Гелашвили Д.Б., Иудин Д.И., Солнцев Л.А., Иванова И.О., Розенберг Г.С. Анализ средневекового хода температуры в России с использованием показателя Херста // Приволж. науч. журн. 2007. № 3. С. 110–116.
4. Дубровина Е.С., Монищев А.Я. Анализ особенностей динамики температуры приземного слоя атмосферы г. Нижнего Новгорода за период наблюдений с 1880 года до нашего времени // Приволж. науч. журн. 2008. № 4. С. 182–188.
5. Fu Q., Johanson C.M., Warren S.G., Seidel D.J. Contribution of stratospheric cooling to satellite-inferred

tropospheric temperature trends // *Nature*. 2004. V. 429. P. 55–58.

6. Duan A. Cooling trend in the upper troposphere and lower stratosphere over China // *Geophys. Res. Lett.* 2007. V. 34. L15708. P. 1–4.

7. Takens F. *Dynamical Systems and Turbulence* / Eds. D. Rang and L.S. Young. Warwick: Springer-Verlag, 1980. P. 366–381.

8. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. *Современные проблемы нелинейной динамики*. М.: УРСС, 2000. 336 с.

9. Leok M.B.T. Estimating the attractor dimension of the equatorial weather system // *Acta Physica Polonica. A*. 1994. V. 85. P. S-27.

10. Bitouk D.R. Dynamics of earth climate evolution. *Acta Physica Polonica. A*. 1994. V. 85. P. S-7.

11. Fraedrich K. Estimating the dimensions of weather and climate attractors // *J. Atmos. Sci.* 1986. V. 43. P. 331–344.

12. Nicolis C., Nicolis G. Is there a climatic attractor // *Nature*. 1984. V. 311. P. 529–532.

13. <http://meteo.ru/data/> (дата обращения 20.06.2010).

14. Dymnikov V.P., Gritsoun A.S. Climate model attractors: chaos, quasi-regularity and sensitivity to small perturbations of external forcing // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2001. V. 8. P. 201–209.

15. Arneodo A., Argoul F., Bacry E., Elezgaray J. et al. Wavelet transform of fractals. In: *Wavelets and Applications*. Berlin: Springer, 1992. P. 286–352.

DETERMINISTIC CHAOS IN MEAN DAILY AIR TEMPERATURE DYNAMICS IN NIZHNI NOVGOROD

E.S. Dubrovina, A.Ya. Monichev

The expression of deterministic and stochastic components in chaotic series of mean daily air temperature in Nizhni Novgorod has been analyzed. On the background of stochastic noisiness of the series in the last decades, an enhancement of the deterministic chaos has been revealed manifesting in long periods of relatively stable temperature followed by its sharp changes (meandering dynamics). The analysis has been done using the methods of attractor restoration in the phase space, calculation of the highest Lyapunov exponent and the analysis of the wavelet skeleton spectrum.

Keywords: deterministic chaos, attractor, atmospheric temperature, dynamics, Lyapunov exponent, wavelet analysis.