

УДК 621.039.514

**ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ В РЕГУЛИРУЕМОМ ЯДЕРНОМ РЕАКТОРЕ
НУЛЕВОЙ МОЩНОСТИ**

© 2011 г.

Н.С. Постников

НИИ механики Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

postnikv@mech.unn.ru

Поступила в редакцию 16.02.2010

Представлена схема реактора нулевой мощности, в котором импульсный хаос реализуется за счет действия специально введенной системы автоматического регулирования, имитирующей необходимые для этого обратные связи. Построена математическая модель регулируемого реактора, и проведен численный анализ его хаотической динамики.

Ключевые слова: ядерный реактор, плотность нейтронов, система регулирования, регулирующий стержень, динамический хаос.

Введение

В работах [1–6] показано, что в ядерных реакторах конкретных типов за счет действия внутренних обратных связей по реактивности могут реализоваться хаотические колебания плотности нейтронов и других переменных. В кипящих реакторах динамический хаос может возбуждаться за счет обратной связи по паросодержанию в активной зоне [1, 2, 5, 6], в реакторах с газообразным ядерным топливом – за счет плотностной обратной связи [4], а в импульсных реакторах периодического действия – за счет совместного действия обратной связи по температуре топлива и внешнего периодического изменения реактивности [3].

Внутренние обратные связи по реактивности проявляются только при достаточно большой мощности ядерных реакторов. В настоящей работе показывается, что хаотические колебания можно реализовать в реакторах сколь угодно малой (нулевой) мощности за счет введения специальных систем автоматического регулирования, которые имитируют необходимые для возникновения хаоса обратные связи.

Схема реактора

Для реализации хаотических колебаний предлагается регулируемый реактор, схема которого представлена на рис. 1. Имитация обратной связи осуществляется за счет механических колебаний в активной зоне реактора 1 подсоединенного к пружине 2 регулирующего стержня 3, на который в направлении оси пружины действует сила F_e , зависящая от измеряемой плотности нейтронов. Такая сила создается с

помощью электромагнита 4, для которого стержень 3 является якорем, а величина тока в обмотках 5 связана с показаниями датчиков нейтронного поля.

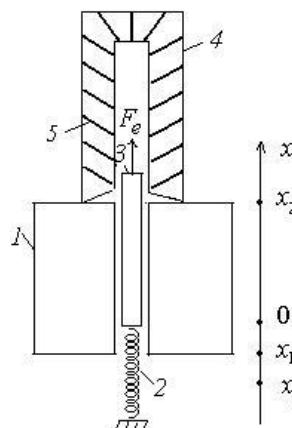


Рис. 1. Схема регулируемого реактора

Вводимая система регулирования настраивается так, что реактор работает при таких малых уровнях плотности нейтронов, при которых тепло в активной зоне не выделяется, теплоноситель не требуется и реактивность зависит только от глубины погружения стержня в активную зону. На рис. 1 введена координата x , определяющая текущее положение конца регулирующего стержня в активной зоне. Характеристики стержня подбираются таким образом, что при некотором его положении, показанном на рис. 1 ($x = 0$), реактор находится в критическом состоянии, а при $x < 0$ и $x > 0$, соответственно, в надкритическом и подкритическом состояниях. Регулирующий стержень может перемещаться по всей высоте активной зоны ($x_1 < x < x_2$). При $x = x_2$ и $x = x_1$ стержень попада-

ет на верхний и нижний упоры, которые не позволяют концу стержня перемещаться в область $x > x_2$ и $x < x_1$. В случаях когда стержень полностью выведен из активной зоны ($x = x_2$) и полностью введен в нее ($x = x_1$), им вводится наибольшая отрицательная и положительная реактивности. При этом положению стержня $x = x_1$ соответствует состояние надкритичности по мгновенным нейтронам, что дает возможность выхода реактора на быструю кинетику в процессе колебаний.

Рассматриваемый случай соответствует размножающему стержню, сделанному, например, из урана. Отметим, что возможна аналогичная схема с поглощающим стержнем, который в точке $x = 0$ жестко соединен с нейтральным (например, стальным) стержнем 3, занимает положение $x_1 - x_2 < x < 0$ и подсоединен к пружине 2 в точке $x = x_1 - x_2$.

Описанная система регулирования может быть реализована на одном из действующих исследовательских или экспериментальных ядерных реакторов.

Математическая модель

Для описания изменения плотности нейтронов в активной зоне воспользуемся точечными уравнениями кинетики с шестью группами запаздывающих нейтронов

$$l dN/dt = N\rho + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i - \beta N; \quad (1)$$

$$dC_i/dt = -\lambda_i C_i + \beta_i N, \quad i = 1, \dots, 6. \quad (2)$$

Здесь $N(t)$ – плотность нейтронов; l – время жизни мгновенных нейтронов; ρ – реактивность; C_i/l – концентрации ядер-излучателей запаздывающих нейтронов i -й группы; λ_i – постоянные распада этих ядер; β_i – относительный выход запаздывающих нейтронов в результате акта деления; $\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$; t – время.

Полагаем, что реактивность линейно зависит от положения стержня в активной зоне

$$\rho = -bx \text{ при } x_1 < x < x_2; \\ -bx_1 = \rho_1 > \beta; -bx_2 = \rho_2 < 0; b = \text{const} > 0. \quad (3)$$

Уравнение движения стержня запишем в виде

$$m d^2x/dt^2 = F_{\text{тр}} + F_{\text{пр}} - mg + F_e; \quad (4)$$

$$F_{\text{тр}} = -\gamma dx/dt; F_{\text{пр}} = -k_0(x - x_0),$$

$$F_e = k_1 i; i = i_0 + k_2 u, \quad (5)$$

где m – масса стержня; g – ускорение силы тяжести; $F_{\text{тр}}$ – сила сопротивления; $\gamma > 0$ – коэффициент сопротивления; $F_{\text{пр}}$ – сила, действующая на стержень со стороны пружины; $k_0 > 0$ – коэффициент, характеризующий жесткость

пружины; x_0 – положение, отвечающее недеформированному состоянию пружины; F_e – сила со стороны электромагнита, пропорциональная току в обмотках i , который линейно зависит от управляющего сигнала u ; $k_1, k_2 = \text{const} > 0$; $i_0, F_{e0} = k_1 i_0$ – ток и сила при отсутствии управляющего воздействия ($u = 0$).

Динамика стержня на упорах определяется следующим образом. Если в некоторый момент времени t_0 стержень попадает на верхний упор $x(t_0) = x_2$ при $dx/dt(t_0) > 0$, то он остается на нем ($x(t) \equiv x_2$) до момента t_1 , в который производная $dx/dt(t_1)$, определяемая в соответствии с уравнениями (4), (5), станет отрицательной. Аналогично, если $x(t_0) = x_1$ при $dx/dt(t_0) < 0$, то стержень остается на нижнем упоре ($x(t) \equiv x_1$), пока $dx/dt(t) < 0$.

Управляющее воздействие $u(t)$ формируется на основе измеряемой в каждый момент времени плотности нейтронов $N(t)$

$$T du/dt = -u + n; n = (N - N_0)/N_0, \quad (6)$$

где N_0 – некоторый заданный уровень плотности нейтронов, отвечающий реактору нулевой мощности; n – относительное отклонение плотности нейтронов от значения N_0 ; T – постоянная времени измерительного устройства при использовании инерционных нейтронных детекторов или постоянная времени специально вводимого инерционного звена, преобразующего сигналы, поступающие с безынерционных нейтронных детекторов.

Параметры k_0, x_0, m, k_1, i_0 подбираем таким образом, чтобы выполнялось соотношение

$$k_0 x_0 - mg + k_1 i_0 = 0. \quad (7)$$

В этом случае положение $x = 0, dx/dt = 0$ при $u = 0$ является состоянием равновесия для стержня, а значения переменных

$$N = N_0, C_i = (\beta_i/\lambda_i)N_0, x = 0, dx/dt = 0, u = 0 \quad (8)$$

определяют состояние равновесия автономной системы уравнений (1)–(7), описывающей динамику регулируемого реактора.

После замены переменных и обозначений

$$c_i = (C_i - (\beta_i/\lambda_i)N_0)/N_0;$$

$$\rho = -bx; \kappa = bk_1 k_2/m; \alpha = \gamma/2m;$$

$$\omega = (4k_0 m - \gamma^2)^{1/2}/2m \quad (9)$$

система уравнений (1)–(7) преобразуется к виду

$$l dn/dt = (1+n)\rho + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i - \beta n; \quad (10)$$

$$dc_i/dt = -\lambda_i c_i + \beta_i n, \quad i = 1, \dots, 6; \quad (11)$$

$$T du/dt = -u + n; \quad (12)$$

$$d^2\rho/dt^2 + 2\alpha d\rho/dt + (\alpha^2 + \omega^2)\rho = -\kappa u; \quad (13)$$

$$\rho_2 < \rho(t) < \rho_1; \rho(t) \equiv \rho_2 \text{ при } d\rho/dt(t) < 0;$$

$$\rho(t) \equiv \rho_1 \text{ при } d\rho/dt(t) > 0. \quad (14)$$

Уравнения (10)–(14) образуют систему десятого порядка, имеющую нулевое состояние

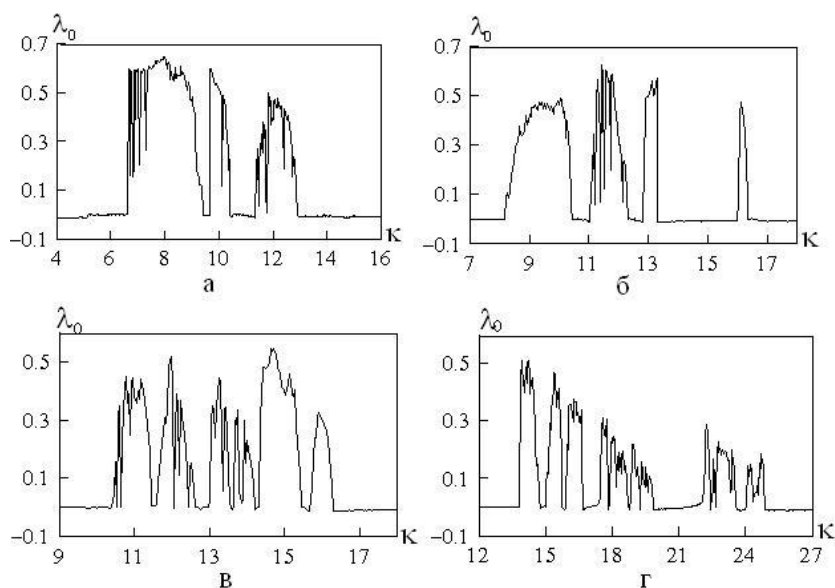


Рис. 2. Зависимость старшего показателя Ляпунова траекторий системы (10)–(14), (17) от параметра κ : а) $\rho_2 = -2\beta$; б) $\rho_2 = -3\beta$, в) $\rho_2 = -5\beta$; г) $\rho_2 = -10\beta$

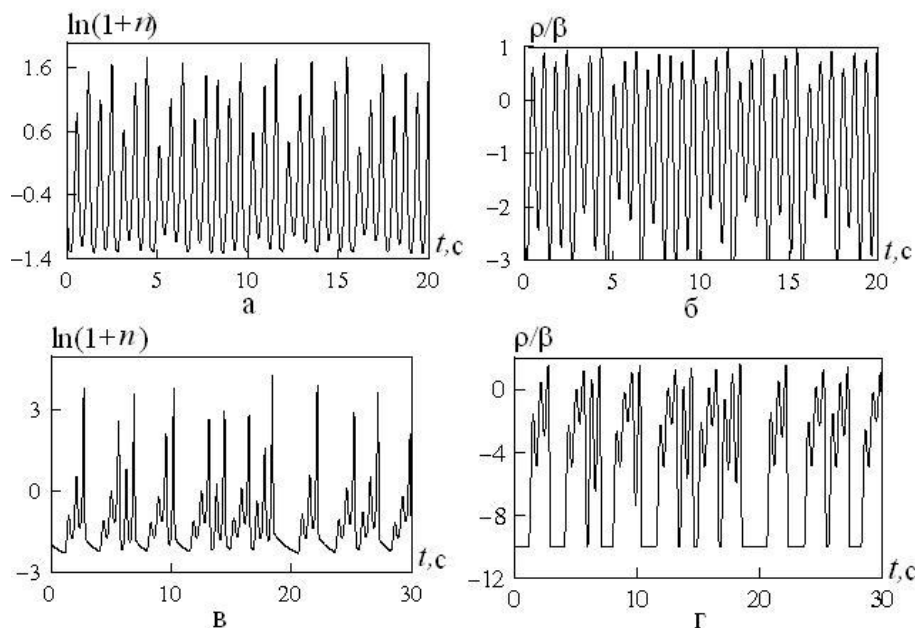


Рис. 3. Хаотические колебания плотности нейтронов и реактивности в системе (10)–(14), (17): а), б) при $\rho_2 = -3\beta$ и $\kappa = 9$; в), г) при $\rho_2 = -10\beta$ и $\kappa = 16.1$

равновесия $(n, c_i, u, \rho, d\rho/dt) = (0, 0, 0, 0, 0)$. Уравнения (12)–(14) описывают обратную связь по реактивности, создаваемую введенной системой регулирования. Обратная связь является нелинейной из-за ограничений (14). Подбирая значения массы стержня m , коэффициента сопротивления γ и жесткости пружины k_0 , можно в соответствии с формулами (9) реализовать любые значения $\alpha > 0$ и $\omega > 0$ в уравнении (13). Увеличивая коэффициент усиления k_2 в обратной связи (5), можно увеличивать параметр κ в уравнении (13). Параметры T, ρ_1, ρ_2 также могут

подбираться при проектировании и настройке системы регулирования.

Хаотические колебания в регулируемом реакторе

В работе [7] определены механизмы и условия возникновения импульсного хаоса в точечных моделях реактора (10), (11) с линейными обратными связями общего вида, описываемыми уравнением

$$dy/dt = Py + dn; \rho = \vartheta h^T y, \quad (15)$$

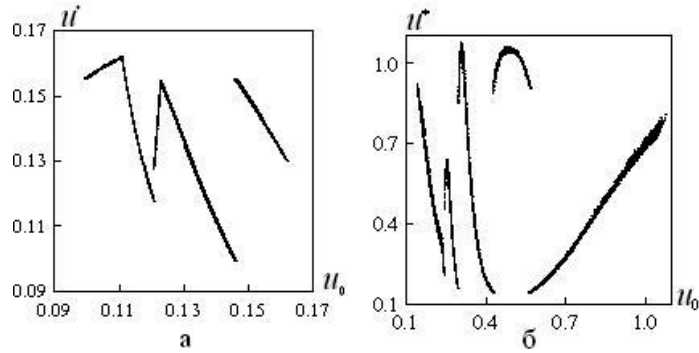


Рис. 4. Одномерные отображения, определяющие хаотические движения в системе (10)–(14), (17): а) в случае $\rho_2 = -3\beta$ и $\kappa = 9$; б) в случае $\rho_2 = -10\beta$ и $\kappa = 16.1$

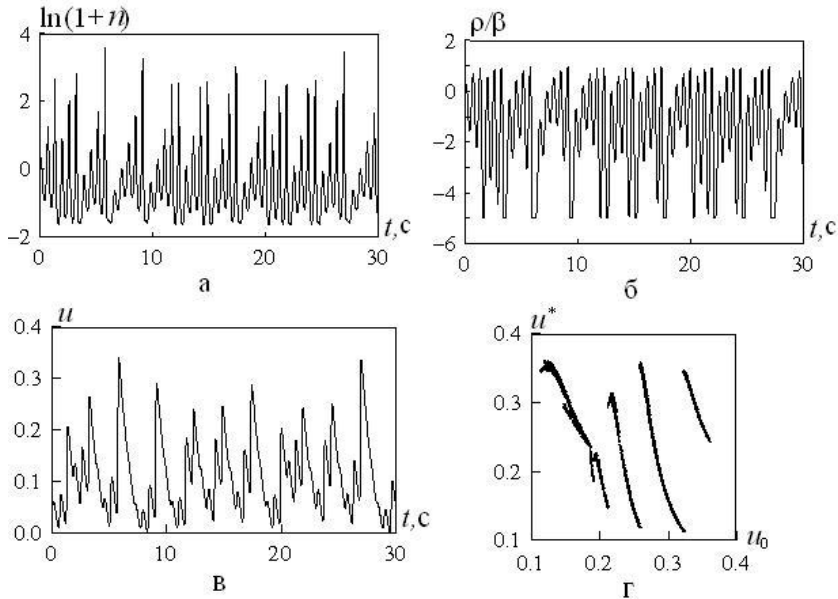


Рис. 5. Хаотические колебания в системе (10)–(14), (17) при $l = 10^{-8}$ с, $\rho_2 = -5\beta$ и $\kappa = 9.6$: а) колебания плотности нейтронов; б) колебания реактивности, в) колебания управляющего воздействия; г) отображение, определяющее хаотические движения

где $y(t)$, d , h – векторы из R^k ; P – постоянная гурвицаца матрица размерности $k \times k$; $\vartheta > 0$ – коэффициент усиления обратной связи. Показано [7], что если импульсная функция обратной связи $W(t) = h^T \exp(Pt)d$ является отрицательной и немонотонной, то при увеличении коэффициента усиления ϑ в системе (10), (11), (15) реализуется импульсный хаос. Он характеризуется тем, что в реакторе через случайные промежутки времени происходят нейтронные вспышки случайной интенсивности. В работе [7] построены одномерные точечные отображения, которые весьма точно определяют хаотическую динамику реактора.

Линейная обратная связь (12), (13) при отсутствии ограничений (14) на изменение реактивности ($|\rho_2|$, $\rho_1 = \infty$) является простейшей обратной связью, для которой выполняются условия возникновения импульсного хаоса. Им-

пульсная функция обратной связи (12), (13) является отрицательной, если $0 < 1/T < \alpha$, и немонотонной при достаточно большом значении ω/α ($\omega/\alpha > 3$). При характерных для ядерных реакторов значениях параметров l , λ_i , β_i и выполнении условий

$$0 < 1/T < \alpha; \omega/\alpha > 3 \quad (16)$$

хаос в системе (10)–(13) реализуется при увеличении коэффициента κ . Как выяснено в работе [8], импульсный хаос может реализоваться при значениях времени жизни мгновенных нейтронов l характерных как для реакторов на тепловых нейтронах, так и для реакторов на быстрых нейтронах.

В рассматриваемой модели регулируемого реактора обратная связь (12)–(14) является нелинейной из-за ограничений (14). Однако, как показали численные расчеты автоколебаний,

при выполнении условий (16) и увеличении параметра κ импульсный хаос в системе (10)–(14) реализуется и при конечных значениях ρ_2 и ρ_1 . При этом область хаоса по параметру κ существенно зависит от величины $|\rho_2|$, а амплитуда колебаний тем меньше, чем меньше значение $|\rho_2|$.

В качестве примера рассмотрим регулируемый реактор с параметрами

$$\begin{aligned} T &= 4 \text{ с}, \alpha = 1, \omega = 10, \rho_1 = 2\beta, l = 10^{-4} \text{ с}, \\ \lambda_1 &= 0.012 \text{ с}^{-1}, \lambda_2 = 0.03 \text{ с}^{-1}, \\ \lambda_3 &= 0.111 \text{ с}^{-1}, \lambda_4 = 0.301 \text{ с}^{-1}, \\ \lambda_5 &= 1.14 \text{ с}^{-1}, \lambda_6 = 3.01 \text{ с}^{-1}, \beta = 0.0065, \quad (17) \\ \beta_1/\beta &= 0.033, \beta_2/\beta = 0.219, \beta_3/\beta = 0.196, \\ \beta_4/\beta &= 0.395, \beta_5/\beta = 0.115, \beta_6/\beta = 0.042. \end{aligned}$$

При малых значениях параметра κ обратная связь (12)–(14) стабилизирует стационарное состояние реактора (8). Нулевое состояние равновесия системы (10)–(14), (17) устойчиво, если $0 < \kappa < 5.2$. При $\kappa > 5.2$ в этой системе реализуются ограниченные колебания, которые в широком диапазоне параметров (κ, ρ_2) являются хаотическими. Критерием стохастичности траекторий динамической системы является положительность их старшего показателя Ляпунова λ_0 . Численный расчет старшего показателя Ляпунова λ_0 для траекторий системы (10)–(14), (17) проведен по алгоритму Бенеттина, описанному, например, в работе [9]. На рис. 2 представлены зависимости величины λ_0 от параметра κ при различных значениях $\rho_2 = -2\beta, \rho_2 = -3\beta, \rho_2 = -5\beta, \rho_2 = -10\beta$. Значениям параметра κ , для которых $\lambda_0 = 0$ или $\lambda_0 > 0$, отвечают соответственно периодические или хаотические колебания. Хаотические колебания переменных $\ln(1+n(t))$ и $\rho(t)/\beta$ в системе (10)–(14), (17) для значений параметров $(\rho_2, \kappa) = (-3\beta, 9)$ и $(\rho_2, \kappa) = (-10\beta, 16.1)$, отвечающих положительным показателям Ляпунова, показаны на рис. 3. Видно, что в процессе колебаний стержень попадает на верхний упор ($\rho(t) = \rho_2$), но не достигает нижнего упора ($\rho(t) < 2\beta = \rho_1$). Из рис. 3г видно, что в случае $(\rho_2, \kappa) = (-10\beta, 16.1)$ нейтронные импульсы случайной интенсивности реализуются при $\rho(t) > \beta$, т.е. при переходе реактора в состояние надкритичности по мгновенным нейтронам. Из рис. 3б видно, что при $(\rho_2, \kappa) = (-3\beta, 9)$ хаотические колебания происходят при $\rho(t) < \beta$, т.е. без достижения реактором состояния мгновенной критичности. При $\rho_2 = -2\beta$ такие колебания реализуются, если $6.8 < \kappa < 8.5$, а при $\rho_2 = -3\beta$ – если $8.2 < \kappa < 9.2$.

В процессе хаотических колебаний после каждого нейтронного импульса реализуется максимум переменной $u(t)$. Расчеты показали, что максимум u^* , достигаемый переменной u после очередного нейтронного импульса, весьма точно определяется предыдущим максимумом u_0 , достигнутым после предыдущего импульса. Поэтому хаотические колебания в системе (10)–(14), (17) определяются одномерными точечными отображениями $u^*(u_0)$. Они строятся путем нанесения на плоскость (u^*, u_0) последовательных пар максимумов функции $u(t)$. Хаотическим колебаниям, показанным на рис. 3, отвечают одномерные отображения, представленные на рис. 4. В случае $(\rho_2, \kappa) = (-10\beta, 16.1)$ при построении отображения, показанного на рис. 4б, учитывались только те максимумы $u(t)$, которые реализуются после нейтронных импульсов, происходящих при $\rho(t) > \beta$. При $(\rho_2, \kappa) = (-3\beta, 9)$ и построении отображения на рис. 4а учитывались импульсы и максимумы, реализующиеся при $\rho(t) > 0.8\beta$. Отображения на рис. 4 – это типичные отображения, порождающие хаос в динамических системах. Они имеют несколько неустойчивых неподвижных точек, являются кусочно-непрерывными и растягивающими всюду за исключением небольших интервалов.

В рассмотренных примерах взято значение времени жизни мгновенных нейтронов $l = 10^{-4}$ с (параметры (17)), характерное для реакторов на тепловых нейтронах. Расчеты показывают, что импульсный хаос в системе (10)–(14) может реализоваться и при малых значениях величины $l \approx 10^{-8}$ с, характерных для реакторов на быстрых нейтронах. На рис. 5 показаны хаотические колебания переменных $\ln(1+n(t)), \rho(t)/\beta, u(t)$ и отображение $u^*(u_0)$ для системы (10)–(14) с параметрами (17) и $l = 10^{-8}$ с, $(\rho_2, \kappa) = (-5\beta, 9.6)$. При построении отображения на рис. 5г учитывались только те максимумы переменной $u(t)$, которые реализуются при $\rho(t) > 0.82\beta$. Из рис. 5б видно, что хаотические колебания происходят при $\rho(t) < \beta$, т.е. без достижения реактором состояния мгновенной критичности. Старший показатель Ляпунова в этом случае равен $\lambda_0 = 0.41$.

Заключение

Представлена схема реактора нулевой мощности, в котором импульсный хаос реализуется за счет действия специально введенной системы автоматического регулирования, имитирующей необходимые для этого обратные связи. Систе-

ма регулирования состоит из подсоединенного к пружине регулирующего стержня, который может перемещаться по высоте активной зоны. На стержень в направлении оси пружины действует сила, зависящая от измеряемой плотности нейтронов. Эта сила создается с помощью электромагнита, у которого величина тока в обмотках связана с показаниями датчиков нейтронного поля.

Построена математическая модель регулируемого реактора нулевой мощности. Для описания изменения плотности нейтронов использованы точечные уравнения кинетики с шестью группами запаздывающих нейтронов. Обратная связь по реактивности описана системой дифференциальных уравнений третьего порядка, которая является нелинейной из-за имеющихся ограничений на диапазон перемещения регулирующего стержня и связанных с этим ограничений на величину вводимой реактивности.

В рамках построенной модели проведен численный расчет установившихся колебаний при конкретных параметрах реактора и системы регулирования. Определены интервалы значений коэффициента усиления обратной связи, при которых в реакторе реализуются хаотические и периодические колебания. Хаотичность траекторий исследуемой модели подтверждена расчетом их старшего показателя Ляпунова. Показано, что в регулируемом реакторе возможны хаотические колебания, в процессе которых реактор не достигает состояния мгновенной критичности, а также возможен импульсный хаос, при котором нейтронные импульсы реализуются при выходе реактора в состояние надкритичности по мгновенным нейтронам. Проведено численное построение одномерных точечных отображений, определяющих хаотическую динамику регулируемого реактора.

Предлагаемая система регулирования может быть реализована на базе одного из действующих исследовательских или экспериментальных реакторов. Это может быть реактор как на теп-

ловых, так и на быстрых нейтронах. С помощью регулируемого реактора можно генерировать разнообразные периодические и хаотические серии нейтронных импульсов. Такие серии импульсов могут быть использованы для проведения физических экспериментов или для учебных целей.

Работа поддержана грантом РФФИ (проект 08-08 -97048-р_поволжье_а).

Список литературы

1. March-Leuba J., Cacuci D.G., Perez R.B. Nonlinear dynamics and stability of boiling water reactors. I. Qualitative analysis // Nucl. Sci. Eng. 1986. V. 93. №. 2. P. 111–123.
2. Lahey Jr. R.T. An application of fractal and chaos theory in the field of two-phase flow and heat transfer // Heat and Mass Transfer. Berlin: Springer, 1991. V. 26. № 6. P. 351–363.
3. Шабалин Е.П. Стохастическая динамика импульсного реактора периодического действия // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов. 1991. Вып. 4. С. 3–9.
4. Постников Н.С. Возможность, допустимость и целесообразность реализации импульсных стохастических режимов в реакторах с газообразным ядерным топливом // Атомная энергия. 2003. Т. 95. Вып. 5. С. 330–338.
5. Lee J.D., Pan C. Nonlinear analysis for a nuclear-coupled two-phase natural circulation loop // Nucl. Eng. Des. 2005. V. 235. № 5. P. 613–626.
6. Постников Н.С. Исследование хаотических колебаний в кипящих реакторах // Атомная энергия. 2009. Т. 107. Вып. 5. С. 243–251.
7. Постников Н.С. Импульсный хаос в ядерных реакторах и кусочно-линейных системах // Вестник Нижегородского государственного университета. Математическое моделирование и оптимальное управление. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2001. Вып. 1(23). С. 65–77.
8. Постников Н.С. Импульсный хаос и управление им в ядерных реакторах // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика ядерных реакторов. 2009. Вып. 4. С. 77–85.
9. Неймарк Ю.И., Ланда П.С. Стохастические и хаотические колебания. М.: Наука, 1987. 424 с.

CHAOTIC OSCILLATIONS IN A REGULATED ZERO-POWER NUCLEAR REACTOR

N. S. Postnikov

A scheme of a zero-power reactor has been presented, where the pulsed chaos is achieved by the action of a specially introduced automatic regulation system imitating necessary feedbacks. A mathematical model of the regulated reactor has been constructed, and its chaotic dynamics has been analyzed numerically.

Keywords: nuclear reactor, neutron density, regulation system, control rod, dynamic chaos.