

УДК 621.315.592

**ПРИМЕНЕНИЕ КВАЗИГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ  
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПЕРЕНОСА ЗАРЯДА  
В КРЕМНИЕВЫХ НАНОСТРУКТУРАХ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ ТЕМПЕРАТУРАХ**

© 2011 г.

*А.С. Пузанов, С.В. Оболенский*

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

obolensk@rf.unn.ru

*Поступила в редакцию 27.05.2010*

Рассмотрены условия применения квазигидродинамического приближения для решения задачи переноса заряда в кремниевых наноструктурах при температурах 300...500 К. Определена температурная чувствительность параметров квазигидродинамической модели: времен релаксации энергии и квазиимпульса электронов, зависимости средней энергии электронов от напряженности однородного электрического поля. Адекватность модели доказана путем сопоставления вычисленных и измеренных зависимостей подвижности и средней дрейфовой скорости электронов от температуры. Обсуждено влияние температуры на эффект всплеска скорости электронов.

*Ключевые слова:* время релаксации квазиимпульса, время релаксации энергии, эффект всплеска скорости.

**Введение**

В настоящее время разработан ряд методов решения задачи переноса электронов в полупроводниках и полупроводниковых приборах [1, 2]. Существует «радиотехнический» подход – метод эквивалентной схемы полупроводникового элемента. В этом случае для описания диода или транзистора применяют набор радиотехнических элементов, позволяющих проводить расчет с помощью решения уравнений Кирхгофа, т.е. стандартного метода для анализа радиотехнических цепей. Этот подход удобен, например, для расчета параметров интегральных схем, в которых функционирует интересующий нас полупроводниковый элемент. Важной особенностью подобного аналитического подхода является возможность его применения для обработки и анализа результатов эксперимента (см., например [3]). Вместе с тем подобный метод имеет ограничение, связанное с использованием аналитической зависимости скорости электронов от напряженности электрического поля в структуре транзистора, в то время как во многих современных приборах с характерными длинами менее 300...500 нм важным становится учет нелокальных процессов разогрева электронного газа в электрическом поле.

При использовании физико-топологических моделей рассматривают поток электронов в объеме полупроводниковой структуры и решают самосогласованную задачу расчета поля, скорости и концентрации носителей заряда, ко-

торые при своем движении изменяют это поле. Подобный подход значительно сложнее, зато позволяет детально анализировать процессы переноса носителей заряда и оптимизировать конструкцию полупроводниковых приборов, в том числе и в случае полупроводниковых структур с нанометровыми размерами [2, 4]. В силу этого подобные методы находят все более широкое применение не только при проведении фундаментальных научных исследований, но и при решении наукоемких прикладных задач, например при оптимизации конструкции наноразмерных полупроводниковых приборов [4].

Физико-топологические модели можно разделить на две крупные группы: гидродинамические модели, где поток электронов моделируется как ламинарный поток заряженной «жидкости», и метод Монте-Карло, в котором рассматривается движение каждого электрона в отдельности с учетом «хаотической» компоненты, возникающей из-за столкновений электронов с кристаллической решеткой и атомами примеси. В последнем случае детализация решения настолько велика, что возможно проведение расчета функции распределения электронов по энергии, скорости и т.п.; это часто важно для фундаментальных научных исследований. Однако подобные методы требуют больших вычислительных затрат, ограничивающих их использование для оптимизации параметров элементов интегральных схем с нанометровыми размерами. Другим важным недостатком метода Монте-Карло является большое число

настраиваемых параметров модели, значительная часть которых определяется исходя из полуэмпирических приближений. Напротив, гидродинамические методы позволяют проводить такой анализ в силу своего математического подхода, который оперирует не всем ансамблем электронов, а только средними значениями энергии и скорости носителей заряда, что существенно ускоряет процесс моделирования и требует минимального числа варьируемых величин.

Гидродинамические методы моделирования, в свою очередь, делятся на две крупные группы [2, 4–6]: локально-полевые методы, когда средняя скорость носителей заряда определяется напряженностью электрического поля в данной точке структуры, и квазигидродинамическое приближение, где средняя скорость электронов вычисляется с учетом их средней энергии, т.е. исходя из предыстории их движения. При этом как тот, так и другой подход может учитывать диффузию и дрейф носителей заряда в электрическом поле как совместно, так и по отдельности, в зависимости от характера задачи. Поэтому, в общем случае, эти модели являются диффузионно-дрейфовыми.

В последние годы повышенный интерес к квазигидродинамическим моделям [4, 5] обусловлен тем, что разработка приборов с размерами активных областей 100...500 нм требует учета нелокальности разогрева электронного газа. Дело в том, что пренебрежение эффектом всплеска скорости и иными баллистическими эффектами в классической локально-полевой диффузионно-дрейфовой модели ограничивает ее использование при расчетах современных приборов.

Современные полупроводниковые приборы работают в широком диапазоне температур окружающей среды. В мощных приборах дополнительный разогрев кристалла происходит за счет действия большого протекающего тока. Рабочая температура активной области таких приборов лежит в диапазоне 350...500 К, что обуславливает необходимость расчета переноса заряда с учетом изменения концентрации, подвижности, скорости насыщения и времен релаксации энергии и импульса электронов при повышенных температурах.

Исследованию зависимости параметров кремниевых структур от температуры посвящено большое количество работ, результаты которых сведены в ряде монографий [1, 2]. Анализ транспорта электронов в кремниевых структурах при различных температурах выполнен методом Монте-Карло в работах [7–9]. Приведенное в этих работах сравнение результатов рас-

четов с экспериментальными данными доказывает адекватность предложенной теории. В [2, 7–9] приведены результаты расчетов зависимостей скорости электронов от времени и координаты в кремниевых наноструктурах при 300 К и показано их весьма близкое соответствие результатам, полученным методом Монте-Карло. Квазигидродинамическая модель, учитывающая разогрев кристаллической решетки, была предложена в [10], однако в литературе практически не обсуждались зависимости параметров квазигидродинамической модели от температуры в диапазоне 300...500 К. Отсутствуют данные по температурной чувствительности зависимостей времен релаксации энергии и импульса от средней энергии электронов, а также функциональной связи средней энергии электронов с напряженностью постоянного электрического поля.

В работе [11] обсуждались вопросы применения квазигидродинамического приближения для моделирования пробоя в кремниевых диодах при 300 К. Предложены аппроксимации зависимостей времен релаксации энергии и импульса электронов от их средней энергии в диапазоне до 2 эВ. В случае когда амплитуда тока, возникающего при пробое, велика, так что необходимо учитывать разогрев структуры, эти зависимости следует дополнить аналогичными для повышенных температур.

Целью данной работы являлось определение температурно-чувствительных параметров квазигидродинамической модели на основе экспериментальных и теоретических данных о транспорте электронов в кремниевых структурах при повышенных температурах. Решение поставленной задачи позволит успешно применять квазигидродинамическую модель для расчета параметров и оптимизации конструкции полупроводниковых приборов, функционирующих при температурах 300...500 К.

### 1. Математическая модель

В общем случае основными уравнениями, определяющими транспорт носителей заряда в квазигидродинамическом приближении, являются: уравнения Пуассона, непрерывности, баланса энергии и импульса носителей заряда, а также выражения для плотности тока и потока энергии электронов [2, 4–6]:

$$\Delta V = \frac{q}{\epsilon_s} (n - N), \quad \mathbf{E} = -\nabla V,$$

$$\frac{dm(W)\mathbf{v}}{dt} = -q\mathbf{E} - \frac{m(W)}{\tau_p(W)} \mathbf{v},$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial(Wn)}{\partial t} &= (\nabla, \mathbf{j}_W) + (\mathbf{j}_n, \mathbf{E}) - \frac{n(W - W_0)}{\tau_W(W)}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{q} (\nabla, \mathbf{j}_n), \\ \mathbf{j}_n &= -qn\mathbf{v} + q\nabla(D(W)n), \\ \mathbf{j}_W &= -nW\mathbf{v} + \nabla(D(W)nW), \\ \mathbf{j} &= \mathbf{j}_n + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},\end{aligned}\quad (1)$$

где  $V$  – потенциал;  $n$  – концентрация электронов;  $N$  – концентрация ионов доноров;  $\mathbf{j}_n$  и  $\mathbf{j}$  – плотность электронного и полного тока;  $\mathbf{j}_W$  – плотность потока энергии электронов;  $W$  и  $W_0$  – неравновесная и равновесная энергия электрона соответственно;  $\tau_W$  – время релаксации энергии;  $\tau_p$  – время релаксации импульса;  $m$  – эффективная масса электрона;  $D$  – коэффициент диффузии электронов;  $\mathbf{v}$  – дрейфовая скорость электронов;  $\mathbf{E}$  – напряженность электрического поля;  $\epsilon_s$  – диэлектрическая проницаемость;  $q$  – абсолютная величина заряда электрона. Для учета разогрева кристаллической структуры необходимо в систему уравнений (1) ввести также уравнение теплопроводности [10]. При моделировании процессов переноса дырок в системе (1) необходимо добавить аналогичные выражения для плотности тока дырок и потока энергии, а также уравнение непрерывности для дырочной компоненты тока. Отметим, что из-за большой эффективной массы дырок нелокальные эффекты (в частности, обсуждаемый в работе эффект всплеска скорости) для них проявляются гораздо слабее, чем для электронов.

В отсутствие внешнего напряжения диффузионная и дрейфовая компоненты тока должны уравновешивать друг друга. В рамках локально-полевой модели подвижность и коэффициент диффузии являются функциями напряженности электрического поля и связаны соотношением Эйнштейна [1]

$$D = \frac{kT}{q} \mu \cdot 2 \frac{F_{1/2} \left( \frac{W_F - W_C}{kT} \right)}{F_{-1/2} \left( \frac{W_F - W_C}{kT} \right)}, \quad (2)$$

переходящее в слабых полях в

$$D \approx \frac{kT}{q} \mu. \quad (3)$$

Здесь  $F_{1/2}$  и  $F_{-1/2}$  – интегралы Ферми – Дирака.

Строго говоря, выражение (3) справедливо только в слабых электрических полях, когда температуры газа носителей заряда и кристаллической решетки совпадают. На практике, однако, его часто используют во всем диапазоне

напряженностей электрического поля, вводя зависимость коэффициента диффузии и подвижности носителей заряда от напряженности электрического поля. Как отмечалось во введении, математические модели переноса носителей заряда, использующие данное приближение, называются локально-полевыми.

В используемой в работе квазигидродинамической модели подвижность и коэффициент диффузии являются функциями средней энергии электронного газа и связаны модифицированным соотношением Эйнштейна [12]

$$D(W) = \frac{2W}{3q} \mu(W). \quad (4)$$

Отметим, что в квазигидродинамической модели не возникает вопроса о правильности применения соотношения Эйнштейна в сильных электрических полях, поскольку оно в данном случае использует среднюю энергию и не нуждается в предположении о локальной связи скорости носителей заряда и напряженности электрического поля.

Задача моделирования транспорта электронов значительно упрощается, если электрическое поле может быть рассчитано исходя из аналитических представлений, как это сделано, например, в [3]. Квазигидродинамическая модель переноса заряда в полупроводниковой структуре с заданным профилем электрического поля основана на уравнениях баланса энергии и квазиимпульса [2]:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = qE\mathbf{v} - \frac{W - W_0}{\tau_W(W, T)}, \quad (5a)$$

$$\frac{\partial m(W - W_0)\mathbf{v}}{\partial t} = qE - \frac{m(W - W_0)\mathbf{v}}{\tau_p(W, T)}. \quad (5b)$$

Определение температурной чувствительности параметров модели (5a), (5b) позволит использовать их и при решении задач в общем случае (1). Важно, что при решении уравнений (5a), (5b) зависимости  $\nu(t)$  и  $W(t)$  легко могут быть пересчитаны в зависимости  $\nu(x)$  и  $W(x)$ , так как средняя скорость электронов известна. Это использовалось в данной работе для определения зависимости коэффициентов системы уравнений (5a), (5b) от температуры и энергии электронов. Аналогичный подход позволит при проведении аналитических расчетов параметров полупроводниковых элементов, например шумов [3], использовать зависимость скорости электронов от координаты, полученную с помощью модели (5a), (5b). Подобный метод является очень мощным, поскольку поиск решения системы (5a), (5b) значительно проще, чем для системы (1).

Времена релаксации энергии и импульса электронов могут быть определены из (1) в условиях стационарного состояния ( $\partial W/\partial t = 0$  и  $\partial v/\partial t = 0$ ) [2]:

$$\tau_p(W, T) = \left( \frac{m^*(W - W_0) \nu(E(W, T))}{qE(W, T)} \right)_{st}, \quad (6a)$$

$$\tau_w(W, T) = \left( \frac{W - W_0}{qE(W, T) \nu(E(W, T))} \right)_{st}, \quad (6б)$$

где  $m^*$  – эффективная масса проводимости.

Подстановка в (6а), (6б) стационарных зависимостей  $m^*(W - W_0)$ ,  $\nu(E)$  и  $E(W, T)$  позволяет определить времена релаксации и использовать эти зависимости в (1) для расчета нестационарных процессов [2].

Можно показать, что существует множество согласованных между собой зависимостей частот рассеяния электронов на дефектах кристаллической решетки, определяющих зависимости эффективной массы электронов, времен релаксации энергии и квазиимпульса от энергии, удовлетворяющих зависимостям подвижности, дрейфовой скорости, насыщенной скорости и коэффициенту ударной ионизации при различных температурах и концентрациях легирующей примеси [9]. Несмотря на то, что получаемые в этих случаях результаты согласуются с экспериментальными данными в стационарном режиме, внутренние параметры модели являются нефизичными, что сказывается при анализе переноса заряда в переменных во времени и/или пространстве электрических полях. Это обуславливает необходимость подбора параметров квазигидродинамической модели таким образом, чтобы они совпадали с результатами расчета методом Монте-Карло для выбранного направления электрического поля относительно кристаллографических осей.

Вследствие анизотропии эффективных масс направления векторов средней дрейфовой скорости в эквивалентных долинах в общем случае не совпадают ни по величине, ни по направлению. Совпадение по величине имеет место, когда вектор напряженности электрического поля ориентирован в направлении  $\langle 111 \rangle$ , а совпадение векторов скорости по направлению – когда поле направлено вдоль основной оси любого из эллипсоидов [13]. При произвольном направлении электрического поля для учета явления анизотропии проводимости уравнения баланса энергии и импульса электронов (1) должны решаться отдельно для каждой пары эквивалентных долин с уче-

том перераспределения концентрации электронов между долинами [12]. При апробации модели в данной работе рассматривалось направление  $\langle 100 \rangle$ , вдоль которого было направлено электрическое поле и двигались электроны. Перераспределение электронов между долинами учитывалось в зависимостях эффективной массы, времен релаксации энергии и импульса единого электронного газа всех эквивалентных долин от средней энергии.

Известно [1], что в слабых электрических полях, когда средняя энергия электронов порядка тепловой, зависимость скорости от напряженности электрического поля носит линейный характер. Таким образом, уравнение (2) преобразуется в

$$\tau_p(W - W_0, T) = \frac{m\mu(T)}{q} \text{ при } E < 1 \text{ кВ/см, (7)}$$

где  $m = 0.19m_0$ ,  $m_0$  – масса покоя электрона,  $\mu$  – подвижность электронов. Согласно [12] зависимость подвижности от температуры в чистом кремнии  $n$ -типа изменяется по закону  $T^{-2.42}$  для диапазона температур 300...500 К. Таким образом, на основе экспериментальной зависимости подвижности электронов от температуры можно найти время релаксации их квазиимпульса при малых энергиях для различных температур.

В кремнии подвижность в слабом поле зависит от концентрации рассеивающих центров – электрически активной примеси. Эта зависимость выражается эмпирической формулой [14]

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \sqrt{\frac{N}{N_0}}}, \quad (8)$$

где  $N_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $\mu_0$  – подвижность в нелегированном материале, равная  $1600 \text{ см}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$  для электронов в кремнии. Из (7) и (8) получим зависимость времени релаксации квазиимпульса от концентрации и температуры для диапазона слабых полей.

В сильных электрических полях (свыше 100 кВ/см) скорость электронов в кремнии перестает зависеть от напряженности электрического поля и концентрации легирующей примеси [1]. В этих условиях уравнения (6а), (6б) переходят в

$$\tau_p(W, T) = \frac{m^*(W - W_0) \nu_{sat}(T)}{qE(W, T)}, \quad (9a)$$

$$\tau_w(W, T) = \frac{W - W_0}{qE(W, T) \nu_{sat}(T)}, \quad (9б)$$

где насыщенная дрейфовая скорость  $\nu_{sat}$  определяется по формуле [7]

$$v_{sat}(T) = \frac{2.4 \cdot 10^7}{1 + 0.8 \exp\left(\frac{T}{600}\right)} \text{ см/с}, \quad (10)$$

$T$  – температура кристаллической решетки, К.

Из зависимостей  $\tau_p(W, T)$  и  $\tau_w(W, T)$  можно получить  $m^*(W)$ . Для этого исключим  $E(W)$  в системе уравнений (9а), (9б). Тогда

$$m^*(W - W_0) = \frac{W - W_0}{\tau_w(W, T) v_{sat}(T)} \tau_p(W, T). \quad (11)$$

Подставляя в (11) полученные в [15] методом Монте-Карло для 300 К зависимости  $\tau_p(W)$  и  $\tau_w(W)$ , получаем  $m^*(W - W_0)$ . В силу слабой зависимости эффективной массы от температуры в диапазоне 300...500 К [2, 9] ниже эту зависимость учтем подстановкой в выражение для массы разности средней  $W$  и равновесной энергий  $W_0$  электронного газа, последняя из которых зависит от температуры. Такая подстановка позволяет проводить расчет транспорта электронов со средними энергиями порядка тепловых.

Для определения зависимости  $E(W)$  может быть использован аналогичный подход, но в этом нет необходимости. Дело в том, что зависимость  $E(W)$  используется только в «усеченной» квазигидродинамической модели [6], где ее наличие позволяет отказаться от решения уравнения баланса импульса. Такой подход правомерен для характерных длин структур более 0.2...1 мкм [6] и позволяет существенно сократить время счета при использовании двумерных или трехмерных квазигидродинамических моделей. В данной работе зависимость  $E(W, T)$  вычислялась исходя из результатов моделирования транспорта электронов в стационарном однородном электрическом поле с помощью численного решения системы (1). Поскольку аналогичные зависимости  $E(W)$  для 300 К получены в [7–9] методом Монте-Карло, то сопоставление зависимостей позволяло проверить адекватность предлагаемой модели.

Известно [16], что в случае учета только рассеяния электронов на фононах в рамках сферической однодолинной модели зависимости времен релаксации энергии и квазиимпульса электронов от их энергии и температуры кристаллической решетки находятся аналитически:

$$\tau_p(W, T) = \frac{\sqrt{2\pi\rho\hbar^2 k\Theta}}{m_d^{\frac{3}{2}} D^2 N_q \left( \sqrt{W + k\Theta} + \exp\left(\frac{\Theta}{T}\right) \text{Re} \sqrt{W - k\Theta} \right)}, \quad (12a)$$

$$\tau_w(W, T) = \frac{W - W_0}{\frac{m_d^{\frac{3}{2}} D^2 N_q \left( \sqrt{W + k\Theta} + \exp\left(\frac{\Theta}{T}\right) \text{Re} \sqrt{W - k\Theta} \right)}{\sqrt{2\pi\rho\hbar^2}}}, \quad (12б)$$

где  $m_d$  – эффективная масса плотности состояний,  $D$  – деформационный потенциал, который предполагался равным  $7.8 \cdot 10^8$  эВ/см;  $\rho$  – плотность кремния, равная  $2.33$  г/см<sup>3</sup>;  $\Theta$  – температура Дебая 640 К;  $N_q = \frac{1}{\exp\left(\frac{\Theta}{T} - 1\right)}$ .

Хотя зависимости (12а), (12б) не учитывают междолинные переходы, что необходимо делать при моделировании транспорта электронов в сильных полях, они позволяют определить характер температурной чувствительности времен релаксации энергии и квазиимпульса. Это дает возможность путем варьирования зависимостей (9а), (9б) определить величину их изменения при температурах, отличных от 300 К, на основании сопоставления рассчитанной и измеренной средней дрейфовой скорости при повышенных температурах.

Рассмотренная выше сферическая параболическая модель может быть обобщена на случай эллипсоидальной непараболической модели [7] путем замены эффективной массы сферической долины на эффективную массу плотности состояний и введения коэффициента непараболичности. Несмотря на то, что зависимость времени релаксации квазиимпульса в этом случае будет отличаться от  $W^{-0.5}$ , температурная чувствительность не изменится, что позволяет в нашем случае использовать для анализа более простые выражения (12а, 12б).

Важно также отметить, что зависимости (9а), (9б) являются асимптотическими пределами для энергий электронов, превышающих тепловую на порядок и более. Для диапазона энергий 0.05...0.2 эВ зависимости  $\tau_p(W)$  и  $\tau_w(W)$  подбирались исходя из их соответствия аналогичным зависимостям, полученным методом Монте-Карло для 300 К [15].

Для энергий электронов выше 1.3...1.4 эВ доминирующим механизмом рассеяния становится процесс ударной ионизации [9]. Как показано в [11], система уравнений (1) применима для анализа движения электрона между актами ударной ионизации, для моделирования которых следует применять процедуру, учитывающую резкое уменьшение энергии электрона при ударной ионизации.

## 2. Результаты расчетов и их обсуждение

2.1. *Результаты расчетов в стационарном режиме.* В результате численного варьирования зависимостей  $\tau_p(W, T)$  и  $\tau_w(W, T)$  для диапазона температур 300...500 К подобраны следующие аналитические зависимости времен релаксации энергии и импульса электронов от их энергии и температуры кремниевых структур:

$$\tau_p(W, T) = \min\left(\frac{m(V)\mu}{q}, \frac{\tau_w(W)u_{sat}^2(T)}{(W - W_0)^{0.5-0.2\exp(-W)}}m_0\right), \quad (13a)$$

$$\tau_w(W, T) = 0.05 + 0.0005T + 0.3(1 - \exp(-8W)), \quad (13б)$$

где  $W$  – средняя энергия электронов, эВ,  $T$  – температура кристаллической решетки, К. Рассчитанные по (13а), (13б)  $\tau_p(W, T)$  и  $\tau_w(W, T)$  представлены в пикосекундах.

Эти зависимости позволяют учесть плавное изменение времен релаксации энергии и импульса в широком диапазоне энергий. При энергиях порядка тепловой зависимость (13а) переходит в (7), а при энергиях, существенно превосходящих тепловую, – в зависимость (9а). Зависимость

(13б) подбиралась исходя из соответствия данным численного моделирования [15] при температуре 300 К (рис. 1). При больших энергиях время релаксации энергии выходит на насыщение, причем зависимость уровня этого насыщения от температуры подбиралась исходя из условия выполнения зависимости (10) (рис. 2).

Подставляя (13а), (13б) в (11) получаем зависимость массы от энергии. Следует подчеркнуть, что данная зависимость является усредненной для всего ансамбля электронов и позволяет учитывать их междолинные переходы, как между эквивалентными, так и неэквивалентными долинами [2]; при этом изменение заселенности долин с ростом энергии электронов учитывается изменением усредненной массы. Поскольку при больших энергиях  $\tau_p(W) \sim W^{-0.5}$ , а  $\tau_w(W) \approx \text{const}$ , то  $m^*(W - W_0) \sim W^{0.5}$ , что качественно совпадает с аналогичными зависимостями для GaAs [2]. Рост усредненной по ансамблю эффективной массы  $m^*(W - W_0)$  связан с непараболичностью эквивалентных долин в кремнии, переходом электронов в эквивалентные долины, где с учетом анизотропии эффективная масса электронов  $m^* = 0.98m_0$ , а также в L-долины, расположенные на 1 эВ выше дна зоны проводимости, с  $m^* = 1.47m_0$  [7].

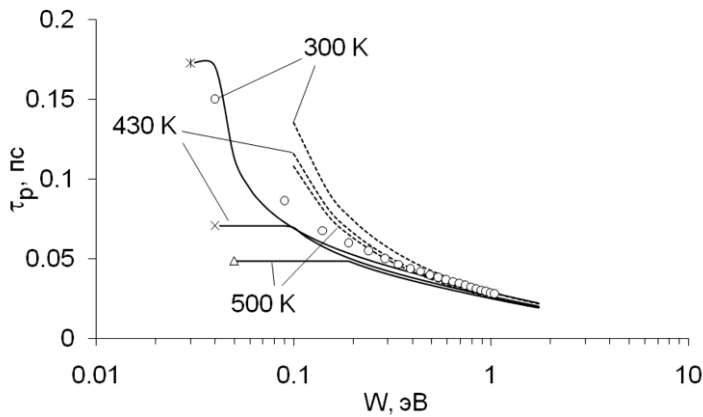


Рис. 1. Зависимости времени релаксации квазиимпульса электронов от их средней энергии в нелегированном кремнии для различных температур: (—) – численный расчет на основе решения (1) с учетом (9) и (10); (- - -) – расчет на основе сферической однодолинной модели по формулам (8); о – результат численного моделирования методом Монте-Карло [15] для 300 К; ж, ×, Δ – оценка на основании зависимости (7) для температур 300, 430 и 500 К, соответственно

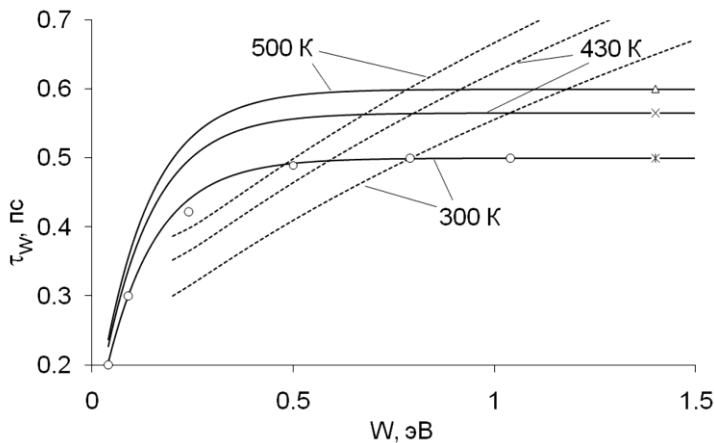


Рис. 2. Зависимости времени релаксации энергии электронов от их средней энергии в нелегированном кремнии: (—) – численный расчет на основе решения (1) с учетом (13а), (13б); (- - -) – расчет на основе сферической однодолинной модели по формулам (12а), (12б); о – результат численного моделирования методом Монте-Карло [13] для 300 К; ж, ×, Δ – оценка на основании формулы (9б) для температур 300, 430 и 500 К, соответственно

Рекомендуется ограничить использование модели при энергиях электронов свыше 1.75 эВ, так как при больших энергиях на зависимости плотности состояний зоны проводимости кремния от энергии имеется «провал» [8], который, возможно, повлияет на зависимость эффективной массы от энергии. Для определения  $m^*(W)$  при энергиях электронов свыше 1.75 эВ следует провести специальный расчет методом Монте-Карло.

Поскольку рассеяние электронов на фононах с ростом температуры увеличивается, то подвижность носителей заряда и время релаксации импульса уменьшаются [1, 2]. По той же причине дрейфовая скорость с ростом температуры медленнее выходит на насыщение, что позволяет пользоваться понятием подвижности для большего диапазона напряженностей поля и энергий электронов. В этом случае начальный участок зависимостей времен релаксации импульса от средней энергии электронов с ростом температуры становится более протяженным и плавным.

В кремнии основной причиной ограничения дрейфовой скорости является рассеяние на оптических фононах [3]. С ростом температуры интенсивность взаимодействия электронов с

оптическими фононами возрастает, что ведет к уменьшению насыщенной дрейфовой скорости. Тогда диссипация избыточной энергии происходит за большие времена  $\tau_w$ .

Сравнение зависимостей  $W(E)$ , полученных в данной работе для различных температур и методом Монте-Карло для 300 К в [7–9], представлено на рис. 3. Результаты моделирования дрейфовой подвижности в слабых полях при различных концентрациях легирующей примеси и температурах совпали с рассчитанными по (8), что было обеспечено соответствующим выбором времени релаксации квазиимпульса на основе изложенного выше подхода. Результаты расчетов зависимостей средней дрейфовой скорости электронов в кремнии для различных температур приведены на рис. 4.

В связи с тем, что при полях менее 5 кВ/см и более 100 кВ/см в работе получены асимптотические приближения, то и зависимости времен релаксации энергии и импульса для энергий менее 0.06 эВ и более 0.3 эВ определены более точно, чем для диапазона средних энергий. Это приводит к тому, что максимальная погрешность при расчетах скорости электронов приходится на диапазон полей около 20...50 кВ/см.

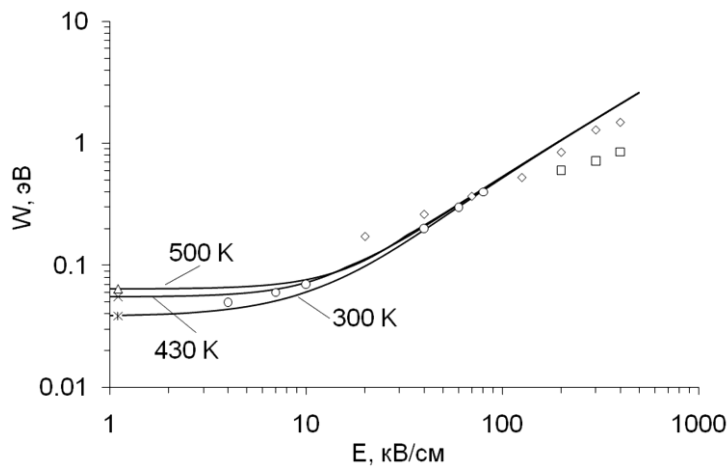


Рис. 3. Зависимость средней энергии электронного газа от напряженности электрического поля для различных температур в нелегированном кремнии: (—) — численный расчет на основе решения (1) с учетом (13а), (13б); о,  $\diamond$ ,  $\square$  — результаты моделирования методом Монте-Карло для 300 К; ж,  $\times$ ,  $\Delta$  — тепловая энергия электронов  $W_0$  при температурах 300, 430 и 500 К, соответственно. Данные взяты из источников: о — [7];  $\diamond$  — [8];  $\square$  — [9]

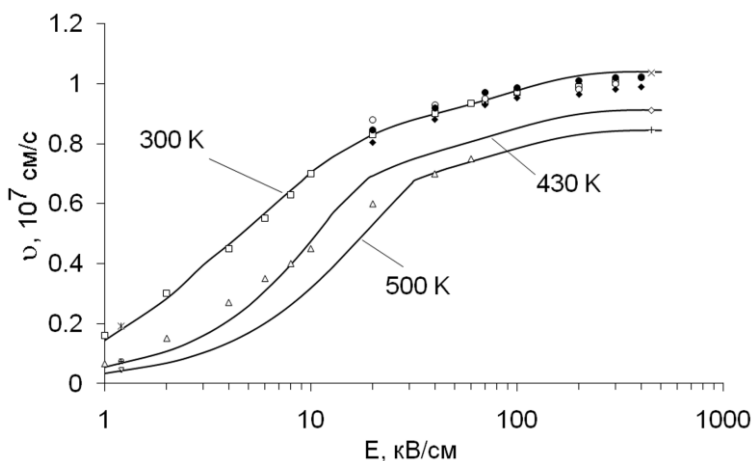


Рис. 4. Зависимость средней дрейфовой скорости от напряженности поля в нелегированном кремнии для различных температур: (—) — численный расчет на основе решения (1) с учетом (13а), (13б);  $\square$ ,  $\diamond$ , о,  $\Delta$  — результаты расчетов методом Монте-Карло [7–9];  $\bullet$  — результаты эксперимента [17];  $\bullet$  — дрейфовая скорость, определяемая через подвижность [18];  $\times$ ,  $\diamond$ ,  $+$  — насыщенная дрейфовая скорость, определяемая из (10). Данные приведены: о,  $\square$ ,  $\bullet$ ,  $\diamond$  — для 300 К;  $\Delta$ ,  $\diamond$ ,  $\oplus$  — для 430 К;  $+$ ,  $\nabla$  — для 500 К

2.2. *Эффект всплеска скорости.* Как отмечалось выше, основное преимущество квазигидродинамической модели перед локально-полевой заключается в корректном расчете баллистических эффектов, связанных с нелокальным разогревом электронного газа в коротких структурах. Результаты численного моделирования всплеска скорости приведены на рис. 5.

На начальном этапе движения в пределах длины свободного пробега (баллистический предел) зависимости скорости и энергии от координаты могут быть получены аналитически:

$$v = \frac{qE}{m^*} t, \quad (14a)$$

$$W = W_0 + \frac{m^* v^2}{2}, \quad (14б)$$

где  $m^* = 0.19m_0$  – эффективная масса,  $W_0$  – тепловая энергия электронов. Хорошее совпадение аналитического и численного расчетов (рис. 4) подтверждает адекватность последнего. На участке насыщения результаты численного расчета данной работы совпадают с данными, полученными методом Монте-Карло в [7].

Эффект всплеска скорости реализуется на временах 0.5...1 пс, что соответствует длинам кремниевых структур около 100 нм. Уменьшение всплеска скорости с ростом температуры кристаллической решетки объясняется увеличением интенсивности рассеяния электронов проводимости на оптических фононах и уменьшением времени баллистического пролета, соответственно. Важно, что при моделировании полупроводниковых приборов эффект всплеска скорости будет влиять на величину сопротивления активной области прибора тогда, когда размер этой области будет того же порядка, что и указанная длина проявления эффекта. Согласно данным этой работы и результатам [2] для кремниевых приборов с длинами активной области менее 500 нм эффект должен учитываться.

Следует отметить, что максимальная скорость, реализующаяся при проявлении эффекта всплеска, слабо зависит от кристаллографического направления и, как показано в [2], составляет  $1.6...1.8 \cdot 10^7$  см/с. Длительность всплеска, определяемая перераспределением электронов по эквивалентным долинам, может существенно различаться. Так, в направлении  $\langle 111 \rangle$  длительность всплеска скорости будет превосходить аналогичную в направлении  $\langle 100 \rangle$  примерно в 2 раза [2].

### Заключение

Как показали результаты работы, применение квазигидродинамического приближения для решения задачи переноса заряда в кремниевых структурах при температурах 300...500 К требует специальной процедуры определения температурной чувствительности параметров модели. Предложенный метод позволяет адаптировать модель для расчетов в заданном интервале температур по данным экспериментов и известным из литературы результатам расчета методом Монте-Карло для направления электрического поля  $\langle 100 \rangle$ . Адекватность модели доказана путем сопоставления вычисленных и измеренных зависимостей подвижности и средней дрейфовой скорости электронов от температуры в кремнии. Погрешность расчетов составляет 10% для 300 К и увеличивается до 15...30% для повышенных температур.

Для кремниевых структур температурная чувствительность параметров квазигидродинамической модели: времен релаксации энергии и импульса электронов, зависимости средней энергии электронов от напряженности постоянного электрического поля – такова, что указанные параметры изменяются в 1.2...3.5 раза при нагреве от 300 до

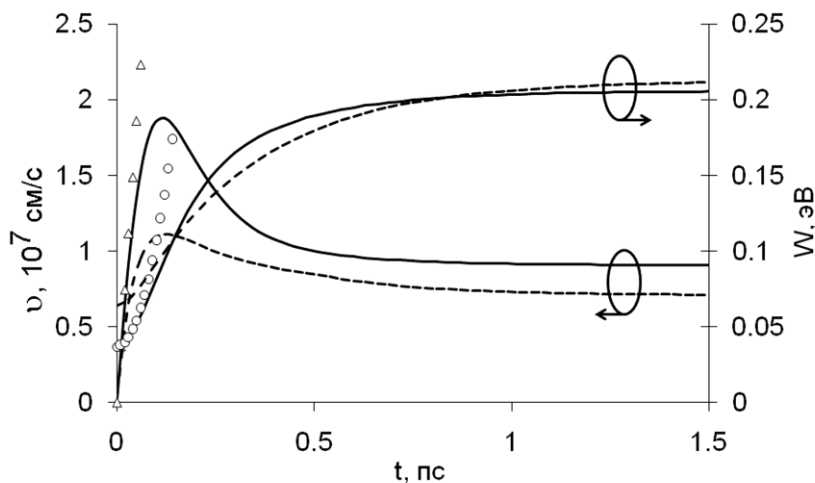


Рис. 5. Динамика средней дрейфовой скорости электронов в нелегированном кремнии и средней энергии электронного газа во времени при включении в начальный момент постоянного электрического поля 40 кВ/см в направлении  $\langle 100 \rangle$ : численный расчет на основе решения (1) при 300 К – (—) и 500 К – (---); баллистический предел для скорости при 300 К –  $\Delta$ ; баллистический предел для энергии при 300 К – o



500 К. Изменение времени релаксации энергии электронов при нагреве происходит приблизительно равномерно для всего диапазона энергий. Время релаксации импульса наиболее чувствительно к нагреву в области малых энергий электронов. При моделировании динамических эффектов наибольшее влияние повышенных температур заметно в области проявления эффекта всплеска скорости.

Поскольку эффект всплеска скорости реализуется на временах 0.5...1 пс, что соответствует длинам кремниевых структур около 100 нм, то применение предложенной модели необходимо при проведении моделирования полупроводниковых приборов с длинами активной области менее 500 нм.

#### Список литературы

1. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. Кн. 1. М.: Мир, 1984. 456 с.
2. Пожела Ю. Физика быстродействующих транзисторов. Вильнюс: Мокслас, 1989. 264 с.
3. Моряшин А.В., Перов М.Ю., Оболенский С.В., Якимов А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 4. С. 147–158.
4. Оболенский С.В. // Изв. вузов. Электроника. 2002. № 6. С. 31–38.
5. Гергель В.А., Мокеров В.Г., Тимофеев Н.В. и др. // ФТП. 2000. Т. 34, вып. 2. С. 239–242.
6. Демиховский В.Я., Дутьшев В.Н., Павлов Г.П. и др. // Микроэлектроника. 1989. № 4. С. 372–374.
7. Jacoboni C. and Reggiani L. // Rev. of Mod. Phys. 1983. Vol. 55, No. 3. P. 645–705.
8. Fischetti M. and Laux S. // Phys. Rev. B. 1988. Vol. 38, No. 14. P. 9721–9745.
9. Tang J.Y. and Hess K. // J. Appl. Phys. 1983. Vol. 54, No. 9. P. 5139–5144.
10. Wang Cheng T. // Solid-St. Electron. 1985. Vol. 28, No. 8. P. 783–788.
11. Obolensky S.V., Shmagin V.B., Remizov D.Y. et al. // IEEE Journal of selected topics in quantum electronics. 2006. Vol. 12, № 6. P. 1556–1560.
12. Sandborn P.A., Rao A. and Blakey P.A. // IEEE Transactions on electron devices. 1989. Vol. ED-36, No. 7. P. 1244–1253.
13. Пожела Ю. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках. М.: Наука, 1977. 368 с.
14. Thornber K.K. // J. Appl. Phys. 1980. Vol. 51, No. 4. P. 2127.
15. Constant E. Non-steady-state carrier transport in semiconductors in perspective with submicrometer devices // Hot electron transport in semiconductors. Topic in Applied Physics. Vol. 58 / Ed. L. Reggiani. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo: Springer Verlag, 1985. P. 227–261.
16. Зеерер К. Физика полупроводников. М.: Мир, 1976. 615 с.
17. Canali C., Jacoboni C., Nava F. et al. // Phys. Rev. B. 1975. Vol. 15, No 4. P. 2265–2284.
18. Li S.S. and Thurber W.R. // Solid-St. Electron. 1977. Vol. 20, No. 7. P. 609–616.

### APPLICATION OF QUASI-HYDRODYNAMIC APPROXIMATION IN SOLVING THE PROBLEM OF CHARGE TRANSPORT IN SILICON NANOSTRUCTURES AT HIGH TEMPERATURES

*A.S. Puzanov, S.V. Obolensky*

Applicability conditions have been considered of a quasi-hydrodynamic approximation to solve the problem of charge transport in silicon nanostructures at temperatures 300–500 K. The temperature sensitivity has been determined of quasi-hydrodynamic model parameters: energy relaxation and quasi-momentum relaxation times of electrons, the dependence of electron average energy on uniform electric field intensity. The adequacy of the model has been proved by a comparison of the calculated and measured dependences of electron mobility and average drift velocity on the temperature. The temperature influence on the electron velocity overshoot effect has been discussed.

*Keywords:* quasi-momentum relaxation time, energy relaxation time, electron velocity overshoot effect.