

УДК 534.23

АКУСТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ДВИЖУЩИХСЯ СИНФАЗНЫХ И ПРОТИВОФАЗНЫХ ДИПОЛЕЙ

© 2011 г.

Е.Я. Бубнов

Волжская государственная академия водного транспорта, Нижний Новгород

physic@aqu.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 02.12.2010

Проведен расчет характеристик акустического поля, создаваемого поперечным распределенным квадруполем и двумя синфазными диполями в случае их движения. Поперечные квадруполи являются источниками акустического шума струи, а синфазные излучатели в виде дипольных источников могут использоваться в акустических системах оповещения и сигнализации на движущемся транспорте. На основе полученных теоретических соотношений проведен анализ углового распределения акустического давления рассматриваемых источников в зависимости от скорости движения и ориентации этих источников по отношению к вектору скорости. Показано, что анизотропия среды, возникающая из-за движения источников, существенно искажает характеристики направленности распределенного квадруполья и в малой степени влияет на направленность излучения для рассмотренной ориентации синфазных диполей.

Ключевые слова: поперечный распределенный квадруполь, синфазные диполи, анизотропная среда, акустическое излучение, фазовые набег, угловое распределение акустического излучения.

Постановка задачи

Движущая акустическая среда эквивалентна неподвижной анизотропной среде, в которой фазовая скорость распространения волны зависит от угла наблюдения [1]. Для такой среды излучение распределенных акустических источников будет существенно зависеть от их ориентации по отношению к направлению движения за счет возникающих дополнительных фазовых набегов [2, 3]. В настоящей работе исследуются вопросы излучения таких элементарных источников, как пара синфазных диполей, и поперечного распределенного квадруполья.

Теоретическая часть

В первой части настоящей работы исследуются особенности акустического излучения поперечного квадруполья. Геометрия задачи для этого случая приведена на рис. 1. Два противофазных диполя, которые изменяются во времени по гармоническому закону с частотой ω , расположены в плоскости x, y на малом по сравнению с длиной волны, но конечном расстоянии l друг от друга. Линия, соединяющая диполи, направлена под углом α к оси x , вдоль которой происходит движение источников. Расстояние между излучателями и точкой наблюдения $M(x, y)$, находящейся в волновой зоне в плоскости x, y , обозначаются соответственно через r_1 и r_2 . Направления действия сил диполей

противоположны друг другу и перпендикулярны к соединяющей их линии.

Для точечной движущейся силы \mathbf{F} (диполя) давление, создаваемое в связанной с наблюдателем системе координат, определяется следующей формулой [4]:

$$p = -\frac{1}{4\pi} \left(F_x \frac{\partial}{\partial x} + F_y \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{e^{-ik\sigma}}{r}, \quad (1)$$

где

$$k = \frac{\omega}{c}, \quad \sigma = \frac{M(x-x_0) + r}{\beta^2},$$

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + \beta^2(y-y_0)^2}, \quad \beta = \sqrt{1-M^2}, \quad M = \frac{v}{c},$$

x, y – координаты точки поля, x_0, y_0 – координаты точечной силы, v – скорость движения точечной силы, c – скорость распространения акустической волны.

Применяя эту формулу для случая противофазных диполей и проводя соответствующие преобразования, получаем следующее выражение для акустического давления в волновой зоне

$$p = p_1 + p_2 = \frac{F\omega e^{-\frac{i\omega r(M \cos\varphi + \sqrt{1-M^2 \sin^2 \varphi})}{c\beta^2}}}{2\pi c r \sqrt{1-M^2 \sin^2 \varphi}} \sin\left[\frac{\omega l}{2c\beta^2} \times \left(M \cos\alpha + \frac{\cos\varphi \cos\alpha + \beta^2 \sin\varphi \sin\alpha}{\sqrt{1-M^2 \sin^2 \varphi}} \right) \right] \left[-\frac{\sin\alpha}{\beta^2} \times \left(M + \frac{\cos\varphi}{\sqrt{1-M^2 \sin^2 \varphi}} \right) + \frac{\sin\varphi \cos\alpha}{\sqrt{1-M^2 \sin^2 \varphi}} \right], \quad (2)$$

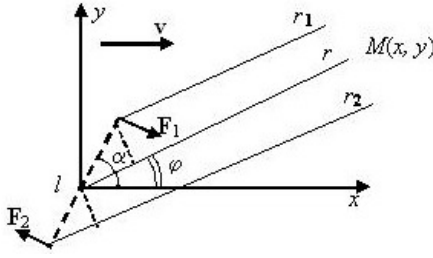


Рис. 1. Расположение поперечного распределенного квадруполь в декартовой системе координат

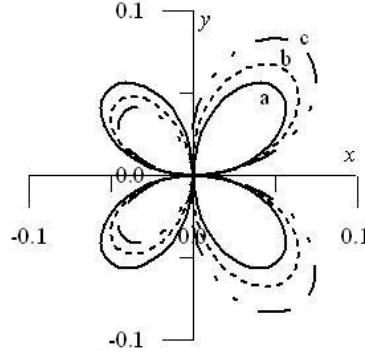


Рис. 2. Угловое распределение амплитуды давления при $\alpha = 0$: а – $M = 0$, б – $M = 0.1$, с – $M = 0.2$

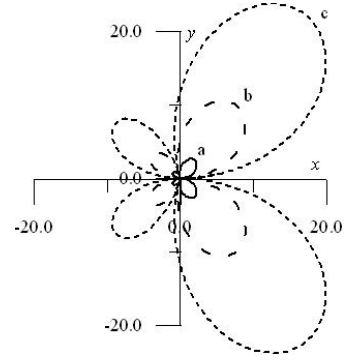


Рис. 3. Угловое распределение амплитуды давления при $\alpha = 0$ и $M = 0.3$ для трех значений частот излучения: а – $\omega = 50$ рад/с, б – $\omega = 100$ рад/с, с – $\omega = 150$ рад/с

где p_1 и p_2 – давления, создаваемые точечными силами \mathbf{F}_1 и \mathbf{F}_2 в волновой зоне, $|\mathbf{F}_1| = |\mathbf{F}_2| = F$, $\mathbf{F}_1 = F \sin \alpha \mathbf{i} - F \cos \alpha \mathbf{j}$, $\mathbf{F}_2 = -F \sin \alpha \mathbf{i} + F \cos \alpha \mathbf{j}$,

$$r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{l}{2} \cos \alpha\right)^2 + \beta^2 \left(y - \frac{l}{2} \sin \alpha\right)^2},$$

$$r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{l}{2} \cos \alpha\right)^2 + \beta^2 \left(y + \frac{l}{2} \sin \alpha\right)^2},$$

$$\sigma_1 = \frac{M \left(x - \frac{l}{2} \cos \alpha\right) + r_1}{\beta^2}, \quad \sigma_2 = \frac{M \left(x + \frac{l}{2} \cos \alpha\right) + r_2}{\beta^2},$$

\mathbf{r} – радиус-вектор точки наблюдения, определяемый координатами x , y , φ – угол между радиус-вектором \mathbf{r} и осью x .

Если в уравнении (2) подставить $M = 0$, то получается соотношение для акустического давления противофазных диполей в неподвижной среде

$$p = p_1 + p_2 = \frac{F \omega e^{-i \omega r}}{2 \pi c r} \sin \left[\frac{\omega l \cos(\varphi - \alpha)}{2c} \right] \sin(\varphi - \alpha). \quad (3)$$

Приведем расчетную формулу (2) для двух случаев ориентации движущихся диполей по отношению к направлению движения. Для первого случая линия, соединяющая диполи, совпадает с направлением вектора скорости ($\alpha = 0$), а во втором случае эта линия перпендикулярна вектору скорости ($\alpha = \pi/2$). Соответственно, уравнение (2) преобразуется для этих вариантов следующим образом:

$$p_{\alpha=0} = \frac{F \omega e^{-i \omega r (M \cos \varphi + \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi})}}{2 \pi c r \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}} \sin \left[\frac{\omega l}{2 c \beta^2} \times \right. \\ \left. \times \left(M + \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}} \right) \right] \frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}}, \quad (4)$$

$$p_{\alpha=\pi/2} = - \frac{F \omega e^{-i \omega r (M \cos \varphi + \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi})}}{2 \pi c r \beta^2 \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}} \times \sin \left(\frac{\omega l \sin \varphi}{2 c \sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}} \right) \left(M + \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}} \right). \quad (5)$$

Полученные выражения (2), (4), (5) принципиально отличаются от формулы для акустического поля движущегося точечного источника [5].

Заметим, что поскольку по условию задачи $\gamma = \omega l / c \ll 1$, то при малых значениях аргумента функция $\sin \gamma \approx \gamma$ и тогда уравнения (4) и (5) совпадают друг с другом.

Результаты математического моделирования соотношения (4) приведены на рис. 2 в виде углового распределения амплитуды акустического давления в зависимости от скорости движения. Чтобы выявить влияние анизотропии среды, амплитуда давления нормирована на величину $F \omega / 2 \pi c r$.

Из анализа кривых рис. 2 следует, что движение источников приводит к существенному увеличению амплитуды давления акустической волны в направлении движения. Физической причиной деформации диаграммы направленности по сравнению с неподвижными источниками является анизотропия среды, которая вызывает появление как дополнительных фазовых набегов между излучаемыми сигналами в виде $\frac{\omega l}{2 c \beta^2} \left(M + \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - M^2 \sin^2 \varphi}} \right)$, так и дополнитель-

ного амплитудного множителя. Кроме того, при увеличении скорости движения источников происходит поворот углового распределения, причем в направлении движения лепестки направленности излучения прижимаются к оси y , а в обратном направлении – к оси x . Физически это объясняется совместным действием фазовых набегов, вызванных анизотропией среды, и

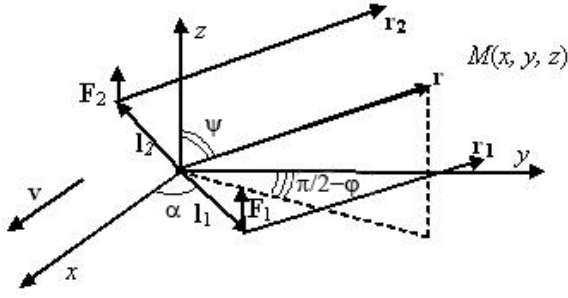


Рис. 4. Расположение синфазных диполей в декартовой системе координат

фазовых задержек, возникающих из-за пространственного разнесения источников.

Представляет интерес исследовать зависимость акустического давления движущихся источников от частоты. На рис. 3 приведены картины углового распределения амплитуды давления для частот излучения ω , 2ω и 3ω .

Как следует из рассмотрения кривых рис. 3, амплитуда давления изменяется пропорционально квадрату частоты, при этом угловые распределения давления подобны друг другу для рассматриваемых частот.

В продолжение данной тематики ниже исследуется проблема возбуждения звука двумя движущимися синфазными диполями. Решение этой модельной задачи может быть использовано для изучения явлений, возникающих при возбуждении акустических полей системой громкоговорителей, расположенных, например, на движущемся вертолете или скоростном железнодорожном транспорте, где они применяются для оповещения или сигнализации.

Поскольку расположение синфазных излучателей по отношению к направлению их движения может быть различным, в настоящей работе выполнен расчет для случая вертикальной ориентации действия диполей перпендикулярно соединяющей их линии (рис. 4).

Пусть два одинаковых гармонических синфазных диполя расположены в горизонтальной плоскости x, y декартовой системы координат на расстоянии l друг от друга. В отличие от рассмотренного в первой части работы это расстояние может быть как меньше, так и больше длины λ акустической волны. Линия, соединяющая диполи, направлена под углом α к положительному направлению оси x , вдоль которой происходит движение источников. Точка наблюдения $M(x, y, z)$ находится в волновой зоне и связана с исходной системой координат. Расстояния между излучателями и точкой наблюдения $M(x, y, z)$ обозначаются соответственно через r_1 и r_2 , которые можно выразить через векторы $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2$ и радиус-вектор \mathbf{r} в виде $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} - \mathbf{l}_1$,

$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \mathbf{l}_2$. Модули векторов $\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2$, выраженные через длину линии l , соединяющей диполи, равны $l/2$.

Для расчета акустического излучения, создаваемого парой движущихся синфазных диполей, воспользуемся выражением (1), которое для данной задачи принимает вид:

$$p = -\frac{F}{4\pi} \left[\frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} \right], \quad (6)$$

где величины $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, r_1, r_2, \sigma_1, \sigma_2$ выражаются следующими соотношениями:

$$\mathbf{F}_1 = F \mathbf{z}, \mathbf{F}_2 = F \mathbf{z}, |\mathbf{F}_1| = |\mathbf{F}_2| = F, \quad (7)$$

$$r_1 = \sqrt{\left(x - \frac{l}{2} \cos \alpha\right)^2 + \beta^2 \left[\left(y - \frac{l}{2} \sin \alpha\right)^2 + z^2\right]}, \quad (8)$$

$$r_2 = \sqrt{\left(x + \frac{l}{2} \cos \alpha\right)^2 + \beta^2 \left[\left(y + \frac{l}{2} \sin \alpha\right)^2 + z^2\right]},$$

$$\sigma_1 = \frac{M\left(x - \frac{l}{2} \cos \alpha\right) + r_1}{\beta^2}, \quad (9)$$

$$\sigma_2 = \frac{M\left(x + \frac{l}{2} \cos \alpha\right) + r_2}{\beta^2},$$

где x, y, z – координаты точки наблюдения, определяемые через радиус-вектор \mathbf{r}, \mathbf{z} – орт оси z .

Выполняя соответствующие преобразования уравнения (6) и переходя от декартовой x, y, z к сферической r, ψ, φ системе координат, получаем следующее выражение для акустического давления в волновой зоне

$$p = \frac{i\omega F}{2\pi cr [1 - M^2 (\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)]} \times \frac{i\omega r (M \sin \psi \cos \varphi + \sqrt{1 - M^2 (\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)})}{c\beta^2} \times \cos \psi e \times \cos \left[\frac{\omega l}{2c\beta^2} (M \cos \alpha + \frac{\sin \psi \cos \varphi \cos \alpha + \beta^2 \sin \psi \sin \varphi \sin \alpha}{\sqrt{1 - M^2 (\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)}}) \right]. \quad (10)$$

Если в уравнении (10) подставить $M = 0, \beta^2 = 1$, то получается соотношение для акустического давления системы синфазных диполей в неподвижной среде

$$p = \frac{i\omega F \cos \psi e^{\frac{i\omega r}{c}}}{2\pi cr} \cos \left[\frac{\omega l \sin \psi \cos(\varphi - \alpha)}{2c} \right]. \quad (11)$$

Формула (10) позволяет вычислить диаграмму направленности акустического излучения синфазных диполей в любой из трех плоскостей декартовой системы координат. Проведем анализ угловых характеристик акустического поля для двух случаев ориентации движущихся диполей по отношению к направлению движения. Для первого случая линия, со-

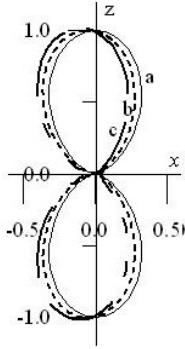


Рис. 5. Угловое распределение амплитуды давления в плоскости xz ($\varphi = 0$) при $\alpha = 0$: а – $M = 0$, б – $M = 0.1$, с – $M = 0.2$. Круговая частота излучения $\omega = 1000$ рад/с, расстояние между излучателями $l = 1$ м, $l/\lambda = 0.5$

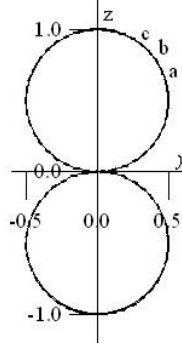


Рис. 6. Угловое распределение амплитуды давления в плоскости yz ($\varphi = \pi/2$) при $\alpha = 0$: а – $M = 0$, б – $M = 0.1$, с – $M = 0.2$. Круговая частота излучения $\omega = 1000$ рад/с, расстояние между излучателями $l = 1$ м, $l/\lambda = 0.5$

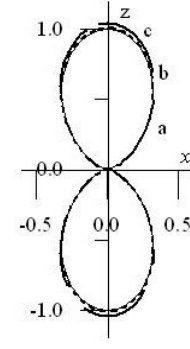


Рис. 7. Угловое распределение амплитуды давления в плоскости xz при $\alpha = \pi/2$: а – $M = 0$, б – $M = 0.1$, с – $M = 0.2$. Круговая частота излучения $\omega = 1000$ рад/с, расстояние между излучателями $l = 1$ м, $l/\lambda = 0.5$

единяющая диполи, совпадает с направлением вектора скорости ($\alpha = 0$), а для второго случая эта линия перпендикулярна вектору скорости ($\alpha = \pi/2$). Соответственно, уравнение (10) запишется в следующих видах:

$$P_{\alpha=0} = \frac{i\omega F}{2\pi cr[1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)]} \times \frac{i\omega r (M \sin \psi \cos \varphi + \sqrt{1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)})}{c\beta^2} \times \cos \psi e \times \cos \left[\frac{\omega l}{2c\beta^2} (M + \frac{\sin \psi \cos \varphi}{\sqrt{1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)}}) \right], \quad (12)$$

$$P_{\alpha=\pi/2} = \frac{i\omega F}{2\pi cr[1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)]} \times \frac{i\omega r (M \sin \psi \cos \varphi + \sqrt{1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)})}{c\beta^2} \times \cos \psi e \times \cos \left(\frac{\omega l \sin \psi \sin \varphi}{2c\sqrt{1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)}} \right). \quad (13)$$

В уравнении (12) в отличие от соотношения (11) под знаком тригонометрической функции косинуса дополнительно появляются фазовые задержки вида $\frac{\omega l M}{2c\beta^2}$, обусловленные движением источников.

Результат математического моделирования соотношения (12) приведен на рис. 5, 6 в виде зависимости амплитуды акустического давления от угла наблюдения соответственно в плоскостях xz и yz .

Чтобы выявить влияние анизотропии среды, амплитуда давления нормирована на величину $F\omega/2\pi cr$. Анализ кривых рис. 5 показывает, что с увеличением скорости движения происходит

сужение лепестков диаграммы направленности и их поворот (снос) в направлении, обратном движению источников, что принципиальным образом отличается от результатов предыдущих работ. Такой характер поведения кривых объясняется взаимной нейтрализацией фазовых задержек, связанных с пространственным разнесением источников, и фазовых задержек, возникающих из-за анизотропии среды. В плоскости yz (рис. 6) характеристики акустического излучения практически не зависят от скорости движения.

Аналогично проведено исследование угловых характеристик акустического излучения диполей, описываемых уравнением (13). Результаты расчета направленности излучения синфазных диполей в плоскости xz представлены в графическом виде на рис. 7. Такой же вид имеет направленность акустического излучения диполей в плоскости yz .

Слабая зависимость амплитуды давления от скорости движения объясняется незначительным влиянием в выражении (13) конвективного множителя $1/\sqrt{[1 - M^2(\sin^2 \psi \sin^2 \varphi + \cos^2 \psi)]^3}$. Таким образом, при указанном расположении источников по отношению к направлению их движения анизотропия среды влияет минимальным образом на характеристики акустического излучения.

Заключение

В статье получены аналитические выражения для расчета акустического давления, создаваемого противозазными и синфазными диполями. Как и в работах [2, 3], возникающая из-за движения протяженных источников анизотропия среды приводит к появлению дополнитель-

ных фазовых задержек между элементарными излучателями, что в случае противофазных диполей обеспечивает существенное изменение направленности акустического излучения. Для синфазных диполей в случае вертикального направления действия диполей перпендикулярно соединяющей их линии анизотропия среды приводит к незначительному изменению акустических характеристик излучения. Второй особенностью результатов для синфазных излучателей является сужение лепестков диаграммы направленности и их поворот в направлении, обратном движению источников, в зависимости от скорости. В дальнейшем эти исследования будут использованы для уточнения теоретической модели излучения таких сложных излучателей, как струя, и излучения звука системой излучателей.

Список литературы

1. Андреев Н.Н., Русаков И.Г. Акустика движущейся среды / Под общ. ред. А.Ф. Иоффе. Л. – М.: ГТТИ, 1934. Вып. 22. 40 с.
2. Бубнов Е.Я. Акустические характеристики движущегося воздушного винта // Аэроакустика. Труды XIX сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2007. Т. 3. С. 300–303.
3. Бубнов Е.Я. Акустическое излучение дискретных источников в анизотропной среде // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. (в печати)
4. Garrick I.E., Watkins C.E. A theoretical study of the effect of forward speed on the free space sound pressure field around propellers. NASA report. 1954. № 1198. 16 p.
5. Блохинцев Д.И. Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981. 206 с.

ACOUSTIC EMISSION OF MOVING IN-PHASE AND ANTI-PHASE DIPOLES

E.Ya. Bubnov

Characteristics of an acoustical field generated by a transverse distributed quadrupole and two in-phase moving dipoles are calculated. Transverse quadrupoles represent jet acoustic noise sources, while in-phase dipole radiation sources can be used in acoustic warning and alarm systems for moving vehicles. Based on the obtained theoretical formulas, the angular distribution of acoustic pressure from these sources as dependent on their velocity and orientation with respect to the velocity vector is analyzed. The medium anisotropy due to the moving sources has been shown to significantly distort the directivity pattern of the distributed quadrupole, while it marginally affects the radiation directivity of the in-phase dipoles in the considered orientation.

Keywords: transverse distributed quadrupole, in-phase dipoles, anisotropic medium, acoustic radiation, phase incursions, acoustic radiation directivity.