

РАДИОФИЗИКА

УДК 001.89; 001.83

САМОСОГЛАСОВАННАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ПРОФИЛЯ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ В ОБЛАСТИ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА

© 2012 г.

В.Б. Гильденбург, А.И. Симатов

Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского

gil@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 01.04.2011

Исследуются самосогласованные стационарные распределения переменного электрического поля и плотности электронов в неоднородной плазме, устанавливающиеся под действием усредненной пондеромоторной силы на фоне заданного линейного профиля плотности ионов. Показано, что переход электронной плотности через точку плазменного резонанса осуществляется скачком, параметры которого зависят от амплитуды внешнего поля и градиента ионной плотности.

Ключевые слова: профиль электронной плотности, скачок плотности, пондеромоторная сила, плазменный резонанс.

Как известно, под действием усредненной пондеромоторной силы переменного поля в неоднородной плазме, содержащей область плазменного резонанса, может формироваться самосогласованный стационарный скачок поля и плотности [1–12]. Такой скачок (абсолютно резкий в приближении, не учитывающем пространственную дисперсию) сильно изменяет величину резонансного поглощения в неоднородной плазме и все ее электродинамические характеристики. В проведенных ранее исследованиях содержащие скачок плазменно-полевые структуры анализировались лишь в рамках квазинейтральных моделей, применимых в условиях, когда время взаимодействия плазмы с полем велико по сравнению с временами установления стационарных пространственных распределений как электронов (на которые непосредственно действует усредненная пондеромоторная сила), так и ионов (перемещаемых лишь под действием статического кулоновского поля). Возможность формирования аналогичных структур в условиях, когда стационарное распределение успевает установиться лишь для электронов, а ионы, в силу их большой массы, можно считать неподвижными, до настоящего времени не исследовалась. Такие исследования представляют большой интерес в связи с развитием техники генерации ультракоротких (10–100 фс) лазерных импульсов высокой интенсивности.

В настоящей работе представлены результаты численного расчета самосогласованной деформации профилей поля и электронной плотности в холодной плазме при фиксированном (линейном) распределении плотности ионов. Показано, что и в этом случае, несмотря на возникновение достаточно сильных кулоновских полей, препятствующих нарушению квазинейтральности плазмы, возникает скачок плотности, и рассчитана зависимость его параметров от внешних параметров задачи. Расчеты проводились на основании простой одномерной (плоскостной) модели холодной плазмы, применимой для описания интересующих нас деформаций распределения электронной плотности на масштабах, малых по сравнению с длиной электромагнитной волны, в условиях, когда тепловые скорости электронов малы по сравнению с их упорядоченными (осцилляторными) скоростями. В рамках этой модели исходные уравнения, определяющие стационарные пространственные распределения комплексной амплитуды переменного поля $\mathbf{E} = \mathbf{x}_0 E(x)$, электростатического потенциала $\varphi(x)$ и плотности электронов $N_e(x)$, имеют вид

$$E(x) = \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = 1 - \frac{N_e}{N_c} \left(1 + i \frac{v}{\omega} \right), \quad (1)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = 4\pi e (N_i - N_e), \quad (2)$$

$$-e\varphi = \Phi = \frac{e^2}{4m\omega^2} |E|^2, \quad (3)$$

где E_0 – амплитуда переменного поля вне плазмы, ε – диэлектрическая проницаемость плазмы, N_c – критическое значение электронной плотности, e и m – заряд и масса электрона, ν – частота соударений электронов, предполагаемая малой по сравнению с частотой поля ω , Φ – потенциал усредненной пондеромоторной силы, $N_i(x)$ – плотность ионов, задаваемая в виде кусочно-линейной функции:

$$N_i(x > l) = 0, \quad N_i(x < l) = N_c(1 - x/l), \quad (4)$$

где l – характерный пространственный масштаб невозмущенной плазмы. Уравнение (3) (равенство нулю суммарного потенциала $\Phi + e\phi$) выражает условие равновесия электронов при отсутствии теплового движения. Вводя безразмерные переменные

$$z = \frac{\omega x}{\nu l}, \quad \Psi = \frac{4m\nu^2\Phi}{e^2 E_0^2}, \quad \eta = \frac{\omega e^2 E_0^2}{4\nu^5 m^2 l^2}, \quad (5)$$

получаем следующее нелинейное уравнение для функции $\Psi(z)$

$$\eta \frac{d^2\Psi}{dz^2} = z \pm (\Psi^{-1} - 1)^{1/2}, \quad (6)$$

в котором знак перед вторым слагаемым в правой части противоположен знаку действительной части диэлектрической проницаемости $\text{Re}\varepsilon = \pm(\nu/\omega)(\Psi^{-1} - 1)^{1/2}$. Фактически в качестве единиц масштаба для независимой и зависимой переменных в уравнении (6) выбраны соответственно $l_\nu = \nu l/\omega$ – характерная ширина резонансного пика невозмущенного электрического поля в области плазменного резонанса и $\Phi_{\max} = e^2 E_0^2 / 4m\nu^2$ – максимально возможное значение потенциала усредненной силы, достигающееся в точке плазменного резонанса (где $\text{Re}\varepsilon = 0$), если она присутствует в плазме. Параметр нелинейности η можно представить как произведение большой величины ω/ν и квадрата отношения максимальной (невозмущенной) амплитуды колебаний электронов в точке резонанса $\tilde{r}_{\max} = eE_0/(m\omega\nu)$ к удвоенной ширине резонансного пика $2l_\nu$: $\eta = (\omega/\nu)(\tilde{r}_{\max}/2l_\nu)^2$. Несмотря на предполагаемую малость второго множителя (являющуюся необходимым условием применимости уравнений элементарной теории (1) в отсутствие деформаций профиля плотности), при достаточно большом отношении ω/ν параметр η может быть много больше единицы.

Как показали расчеты, интересующие нас решения уравнения (6), отвечающие локализованному в конечной области возмущению $N_e - N_i$, т.е. удовлетворяющие асимптотическим граничным условиям

$$\Psi(z) \rightarrow \Psi_0(z) = (1 + z^2)^{-1} \text{ при } z \rightarrow \pm\infty, \quad (7)$$

могут быть построены только при условии введения в некоторой точке $z = \bar{z}$ скачка функции $N_e(z)$ (т.е. второй производной $\Psi(z)$), на котором меняется знак $\text{Re}\varepsilon$. Как ясно из очевидных физических соображений, сама функция Ψ и ее первая производная должны быть в этой точке непрерывны.

Численное решение уравнения (6), удовлетворяющее условиям (7), может быть найдено следующим образом. В некоторой точке $z_1 < 0$, представляющей собой нижнюю границу расчетного интервала переменных z и определяющей точность расчета (чем больше $|z_1|$, тем выше точность), задаем значения функции Ψ и ее первой производной $d\Psi/dz$, определяемые невозмущенным решением $\Psi^{(0)} = 1/(1 + z^2)$, получаемым при $\eta = 0$, и интегрируем уравнение (6) со знаком $+$ перед корнем (что соответствует условию $\text{Re}\varepsilon < 0$) на интервале от z_1 до некоторой (заранее неизвестной) точки z_0 , в которой изменяем знак перед корнем на противоположный (т.е. переходим в область $\text{Re}\varepsilon > 0$) и продолжаем счет с этим измененным знаком в области $z > z_0$, сохраняя прежние значения Ψ и $d\Psi/dz$ в этой точке (при этом величина $d^2\Psi/dz^2$ испытывает разрыв). Положение точки z_0 должно быть подобрано таким образом, чтобы решение при $z \rightarrow +\infty$ стремилось к функции $\Psi^{(0)}(z)$, т.е. удовлетворяло вышеуказанным асимптотическим граничным условиям также и в области $\text{Re}\varepsilon > 0$. Расчет показал, что при данном η существует лишь одна точка $z_0 = \bar{z}$, удовлетворяющая этим условиям. Поиск этой точки проводился методом «прицеливания» (или методом «вилки»): определялись два достаточно близких значения z_0 , отвечающих разным знакам отклонения решения от функции $\Psi^{(0)}(z)$ при больших z . Получалась своеобразная «вилка», между разветвлениями которой и должно находиться правильное решение. Постепенно сближая выбранные значения z_0 , получаем кривые $\Psi(z)$, все более близкие к искомому решению на все более протяженном интервале переменной z . На рис. 1 показана «вилка решений» (раздваивающаяся начиная с некоторого достаточно большого значения z) при $\eta = 10$. Вначале, вплоть до точки разветвления ($z \approx 3$), кривые, соответствующие двум близким значениям z_0 (-0.758 и -0.756), практически совпадают, а затем все сильнее расходятся, однако можно считать, что нужный результат достигнут и искомая функция фактически найдена, т.к. при $z > 3$ она близка к невозмущенному решению $\Psi^{(0)}(z)$.

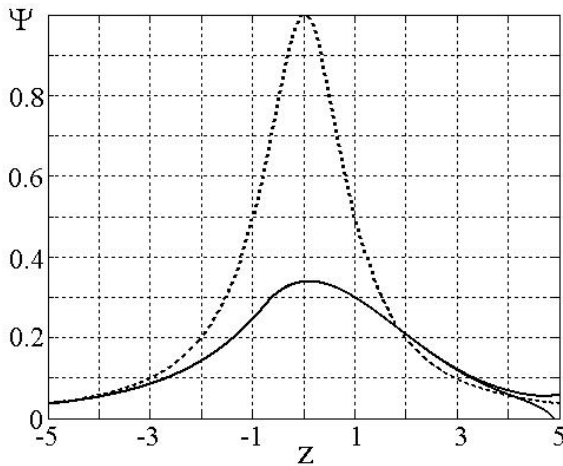


Рис. 1. Иллюстрация поиска решения $\Psi(z)$ методом «вилки» при $\eta=10$; пунктир – невозмущенное решение $\Psi^{(0)}(z)$, сплошные кривые – два разветвляющихся решения, отвечающих близким значениям z_0

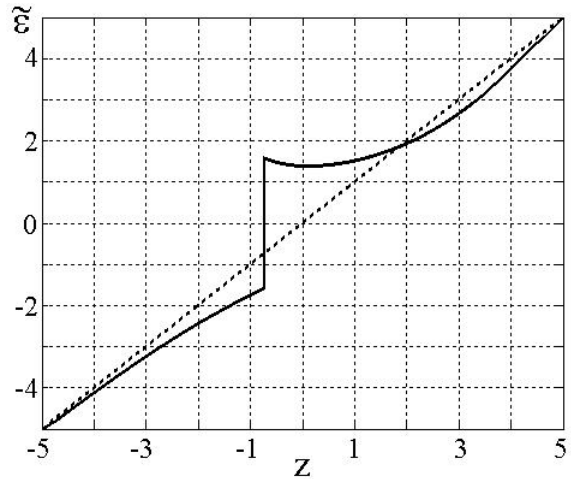


Рис. 2. Профили диэлектрической проницаемости плазмы при значениях параметра нелинейности $\eta=0$ (пунктир) и $\eta=10$

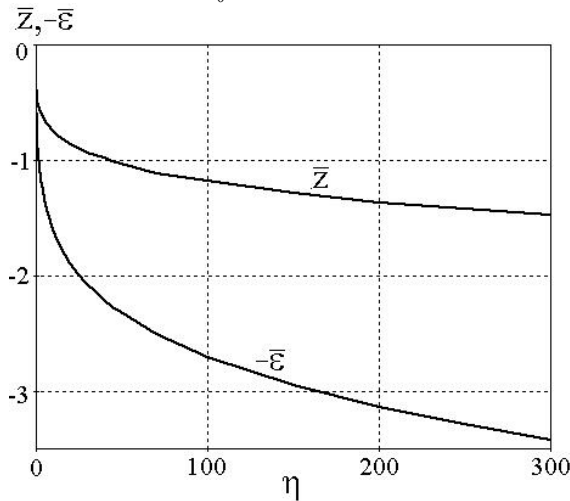


Рис. 3. Зависимости координаты \bar{z} и высоты $\bar{\epsilon}$ скачка от параметра нелинейности η

На рис. 2 и 3 представлены: функция $\tilde{\epsilon} = (\omega/v)\text{Re}\epsilon(z)$ (при $\eta=10$), изменяющаяся скачком от $-\bar{\epsilon}$ до $+\bar{\epsilon}$ в точке \bar{z} , и зависимости величины $\bar{\epsilon}$ и координаты \bar{z} скачка от параметра нелинейности η . Последние при $\eta > 1$ с достаточной точностью аппроксимируются как $\bar{z} = -0.47\eta^{1/5}$, $\bar{\epsilon} = 1.08\eta^{1/5}$.

Анализ детальной структуры описанного скачкообразного перехода поля и плотности электронов через точку плазменного резонанса возможен, очевидно, лишь в рамках более сложной модели, учитывающей пространственную дисперсию в плазме. Рассмотренная простая модель позволила, однако, предсказать неизбежность его возникновения и установить связь его важнейших характеристик с параметром нелинейности η .

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и гранта РФФИ 09-02-01490.

Список литературы

1. Гильденбург В.Б. //ЖЭТФ. 1964. Т.46, №3. С. 2156.
2. Гильденбург В.Б., Кондратьев И.Г., Марков Г.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. С. 655.
3. Гильденбург В.Б., Фрайман Г.М. //ЖЭТФ. 1975. Т. 69, № 5. С. 1601.
4. Forslund D.W., Kindel J.M. et al. // Phys. Rev. A. 1975. V. 11. P. 678.
5. Wong A.Y. // Laser Interaction and Related Plasma Phenomena. N.Y., L.: Plenum Press, 1978. V. 4B. P. 783.
6. Гильденбург В.Б., Литвак А.Г., Петрова Т.А., Фейгин А.М. // Физика плазмы. 1981. Т.7, №4. С. 732.
7. Adam J.C., Serveniere A.G., Laval G. // Phys. Fluids. 1982. V.25, №2. P. 376.
8. Сагдеев Р.З., Шапиро В.Д. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1651.
9. Morales G.J., Lee Y.C. // Phys. Fluids. 1977. V. 20, № 9. P. 1135.
10. Андреев Н.Е., Силин В.П., Стенчиков Г.Л. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. С. 533.

11. Estabrook K.G. //Phys. Fluids. 1976. V.19. P. 1733.

12. Галеев А.А., Сагдеев Р.З. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 21. С. 539.

**SELF-CONSISTENT DEFORMATION OF ELECTRON DENSITY PROFILE
IN THE PLASMA RESONANCE REGION**

V.B. Gildenburg, A.I. Simatov

We study self-consistent steady-state distributions of an alternating electric field and electron density in an inhomogeneous plasma settled under the action of an averaged ponderomotive force on the background of a given ion linear density profile. It is shown that the transfer of electron density through the plasma resonance point occurs in a jump. The jump parameters depend on the external field amplitude and the ion density gradient.

Keywords: electron density profile, density jump, ponderomotive force, plasma resonance.