

МЕХАНИКА

УДК 621.45.037

ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛОПАТОЧНОГО ВЕНЦА С НАБЕГАЮЩИМ ДОЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ПРИ ВОЗНИКНОВЕНИИ ФЛАТТЕРА

© 2013 г.

*Л.А. Игумнов¹, А.А. Говоров², М.И. Мартиросов²*¹НИИМ Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского²Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)

govorovaa@gmail.com

Поступила в редакцию 03.12.2012

Исследовано взаимодействие элементов лопаточных машин, находящихся в потоке газа, с учетом механических связей. На примере двумерной математической модели однородного лопаточного венца. Показан вклад аэродинамических сил в развитие автоколебательных процессов. Основные выкладки применены к конкретному объекту, с параметрами которого по ходу изложения приводятся расчеты и графики.

Ключевые слова: авиационный двигатель, компрессор, рабочее колесо, флаттер, математическая модель, диаграмма Кэмпбелла.

Введение

При увеличивающихся темпах развития техники и технологий остаются актуальными некоторые прикладные задачи с большим числом факторов, которые необходимо учитывать при их решении. Немало таких задач и в авиации, а тем более в авиационном двигателестроении. Увеличивающиеся требования по мощности, экономичности и другим параметрам, приводят к необходимости увеличения КПД компрессоров, что в свою очередь приводит к увеличению аэродинамической нагруженности и снижению запасов газодинамической устойчивости. При этом положительный эффект достигается за счет уменьшения толщины профиля и увеличения скорости вращения. Подобные изменения влияют на динамические характеристики. Наиболее опасным считается приближение к границе автоколебаний.

Наиболее опасным видом автоколебаний является флаттер. Следует отметить, что автоколебания рабочих колес компрессора представляют более сложный процесс, чем классический флаттер крыла, поэтому ему сложно дать четкое определение и, как следствие, классификацию. Вместе с тем, в монографии Кампсти [1] указаны условия возникновения опасных режимов работы.

С развитием вычислительной техники представляется возможным решать поставленную задачу в связанной постановке (упругость и газодинамика) с учетом многих нелинейных эффектов [2]. Однако такие расчеты отличаются неформализованным подходом, и для построения качественной модели требуется продолжительная по времени ее отладка с дальнейшей верификацией экспериментом, что на этапе проектирования изделия недопустимо. При этом решение подобных задач требует больших вычислительных мощностей, что в рамках конструкторских бюро не всегда удается реализовать.

Неотъемлемой частью расчетов является изучение аэродинамического обтекания лопаток. Д.Н. Горелов поставил ряд экспериментов, получив нестационарные аэродинамические коэффициенты влияния при различных параметрах решетки [3].

Рассматриваемая задача и основные проблемы

Рассматривается задача об автоколебаниях лопаток осевого компрессора турбореактивного двигателя без антивибрационных полок при дозвуковом обтекании газом. Численные вычисления проводились в программном продукте ANSYS Mechanical APDL, а математическое

моделирование – с помощью программного комплекса PTC MathCAD 14.0, позволяющего с достаточной степенью точности визуализировать происходящие процессы динамики.

Флаттер – это неустойчивые самовозбуждающиеся колебания, возникающие в результате взаимодействия тела с потоком газа, в котором оно находится.

Существенная особенность течения в решетках – взаимное влияние лопаток через поток. Это приводит к тому, что значения газодинамических реакций зависят от угла установки, геометрической формы и закона колебаний остальных лопаток, что определяет углы входа и выхода потока, углы атаки и отставания. Удобно описывать такое взаимодействие с помощью аэродинамических коэффициентов влияния (АКВ).

Влияние аэродинамической и механической связности на устойчивость однородного компрессорного колеса к флаттеру

Лопатки в компрессорном колесе связаны аэродинамически через поток и механически через диск и бандаж, если таковой имеется. Кинематику решетки на среднем радиусе в отсутствии потока можно представить в виде синусоидальной формы деформации некоторой упругой кольцевой ленты, с которой однозначно связаны смещения лопаточных профилей (рис. 1). Такая схема была применена в [4].

Опишем сначала данную систему в общем

виде. При таких деформациях лента может совершать как поступательные δ , так и угловые ϑ перемещения. Влиянием смещения профиля вдоль хорды можно пренебречь, будем рассматривать только составляющую смещения, перпендикулярную хорде: $\eta = \delta \cos \theta$. Считаем, что аналогичный характер деформаций справедлив и для других сечений лопаток, а в целом компрессорное колесо в потоке можно смоделировать некоторой эквивалентной однородной кольцевой решеткой профилей. Механическая связность будет характеризоваться пружинами с жесткостями C_1 и C_2 , а упругие свойства самих лопаток – пружинами с жесткостями k_1 и k_2 . Уравнение движения кольцевой решетки профилей можно записать в общем виде:

$$M\ddot{\eta}_n + Ms\ddot{\vartheta}_n + k_m \eta_n + k_{\eta\vartheta} \vartheta_n + C_{\eta\eta} (2\eta_n - \eta_{n+1} - \eta_{n-1}) + C_{\eta\vartheta} (2\vartheta_n - \vartheta_{n+1} - \vartheta_{n-1}) + \frac{\rho w^2}{2} \sum_{m=1}^N (a_{\eta\eta,mm} \eta_m + a_{\eta\vartheta,mm} \vartheta_m) = 0, \tag{1}$$

$$Ms\ddot{\eta}_n + I\ddot{\vartheta}_n + k_{\eta\vartheta} \eta_n + k_{\vartheta\vartheta} \vartheta_n + C_{\eta\vartheta} (2\eta_n - \eta_{n+1} - \eta_{n-1}) + C_{\vartheta\vartheta} (2\vartheta_n - \vartheta_{n+1} - \vartheta_{n-1}) + \frac{\rho w^2}{2} \sum_{m=1}^N (a_{\vartheta\eta,mm} \eta_m + a_{\vartheta\vartheta,mm} \vartheta_m) = 0, \tag{2}$$

где M – масса профиля; I – его момент инерции относительно выбранного начала координат; ρ

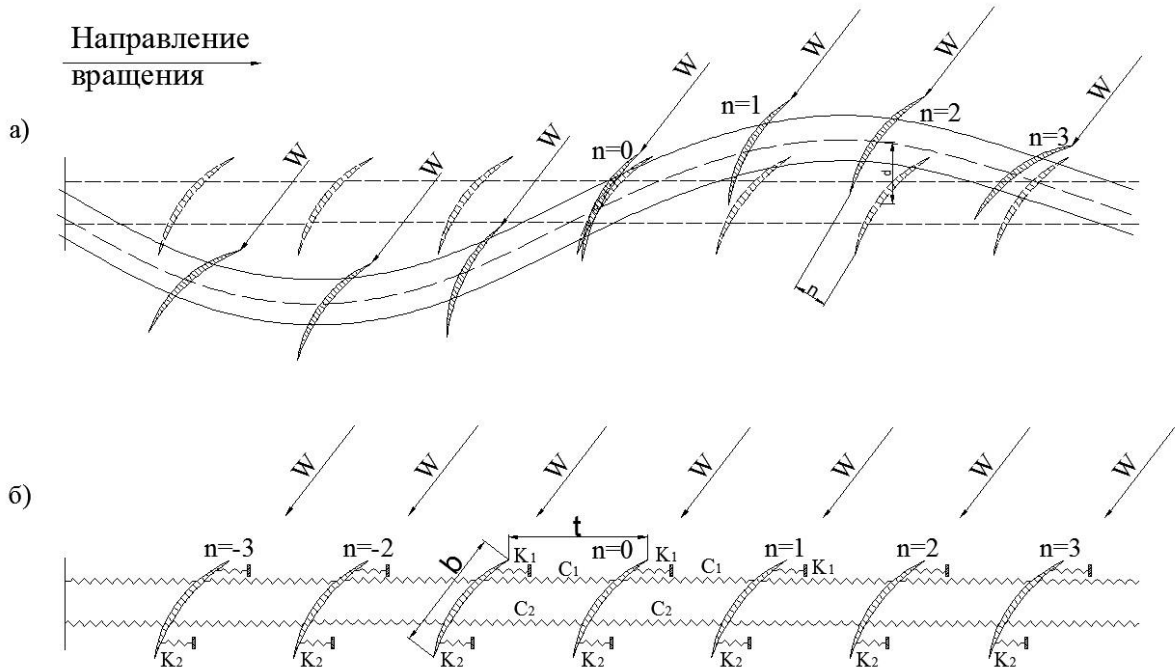


Рис. 1. Волны деформации (а) и рассматриваемая модель (б)

– плотность воздуха; w – скорость набегающего потока; s – расстояние от начала координат до центра тяжести профиля; N – число профилей в решетке, равное числу лопаток в колесе; n, m – номера лопаток.

Как уже указывалось, здесь предполагается некоторая эквивалентная механическая и аэродинамическая связанность как между лопатками, так и при движении каждой лопатки. Коэффициенты $C_{\eta\eta}, C_{\eta\vartheta}, C_{\vartheta\vartheta}$ характеризуют влияние бандажа и диска, коэффициенты $k_{\eta\eta}, k_{\eta\vartheta}, k_{\vartheta\vartheta}$ – жесткостные характеристики отдельных лопаток; $a_{\eta\eta, nm}, a_{\eta\vartheta, nm}, a_{\vartheta\eta, nm}, a_{\vartheta\vartheta, nm}$ – нестационарные аэродинамические коэффициенты влияния.

Полагаем на границе устойчивости гармонический закон колебаний в следующем виде:

$$\eta_n = \eta_{0,n} e^{-i\omega t}, \quad \vartheta_n = \vartheta_{0,n} e^{-i\omega t} \quad (3)$$

Из системы $2N$ дифференциальных уравнений получим систему $2N$ конечно-разностных уравнений с постоянными коэффициентами, которая эквивалентна системе двух конечно-разностных уравнений при следующих дополнительных условиях периодичности:

$$\eta_{0,n} = \eta_{0,n+N}, \quad \vartheta_{0,n} = \vartheta_{0,n+N}$$

Решение полученной системы уравнений находим в виде:

$$\eta_{0,n} = A\beta^n, \quad \vartheta_{0,n} = B\beta^n, \quad (4)$$

где A и B – произвольные постоянные; β – некоторый множитель.

Удовлетворяя условиям периодичности, получим:

$$\beta = e^{-i\psi_z} = e^{\pm i \frac{2\pi z}{N}},$$

где $z=0,1,\dots,N-1$.

Каждое из полученных решений (4) будет описывать флаттер по одной из форм колебаний кольцевой решетки профилей, где $\psi_z = \pm \frac{2\pi z}{N}$ – сдвиг фазы между колебаниями соседних профилей по η и по ϑ . Таким образом, решением основной системы уравнений, как видно из последних полученных соотношений, являются бегущие по кольцу волны деформаций, в которых длины волн обратно пропорциональны количеству узловых диаметров Z (или сдвигу фазы ψ_z). Значениям $\psi_z=0 \div \pi$ будут соответствовать волны деформации, бегущие против направления вращения, а значениям $\psi_z = \pi \div 2\pi$ – волны деформации, бегущие по направлению вращения.

В общем случае получим довольно сложное выражение, связывающее жесткостные и массовые характеристики, отдельных лопаток. Ниже

приведены некоторые замены с целью их упрощения:

$$\begin{aligned} \bar{k}_{\eta\eta} &= \frac{k_{\eta\eta}}{M\omega_0^2}; & \bar{k}_{\eta\vartheta} &= \frac{k_{\eta\vartheta}}{Mb\omega_0^2}; & \bar{k}_{\vartheta\vartheta} &= \frac{k_{\vartheta\vartheta}}{Mb^2\omega_0^2}; \\ \bar{C}_{\eta\eta} &= \frac{C_{\eta\eta}}{M\omega_0^2}; & \bar{C}_{\eta\vartheta} &= \frac{C_{\eta\vartheta}}{Mb\omega_0^2}; & \bar{C}_{\vartheta\vartheta} &= \frac{C_{\vartheta\vartheta}}{Mb^2\omega_0^2}; \\ \bar{s} &= \frac{s}{b}; & \bar{l}_I^2 &= \frac{I}{Mb^2}; & q &= \frac{\rho w^2}{2M\omega_0^2}; & \bar{\omega} &= \frac{\omega}{\omega_0}; \\ \bar{a}_{jk} &= \sum_{m=1}^N a_{jk, nm} e^{i\psi_z(m-n)}, & (j, k &= \eta, \vartheta). \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда $\psi_z = 0$, что соответствует отсутствию межлопаточных связей. Чтобы удовлетворить данному условию, необходимо выполнение известных равенств коэффициентов инерционной и упругой связей для системы с двумя степенями свободы [5]:

$$\begin{aligned} \bar{l}_I \sqrt{\bar{k}_{\eta\eta}} &= \sqrt{\bar{k}_{\vartheta\vartheta}}; & \bar{l}_I \sqrt{\bar{C}_{\eta\eta}} &= \sqrt{\bar{C}_{\vartheta\vartheta}}; \\ \frac{\bar{k}_{\eta\vartheta}}{\sqrt{\bar{k}_{\eta\eta} \bar{k}_{\vartheta\vartheta}}} &= \frac{\bar{s}}{\bar{l}_I}; & \frac{\bar{C}_{\eta\vartheta}}{\sqrt{\bar{C}_{\eta\eta} \bar{C}_{\vartheta\vartheta}}} &= \frac{\bar{s}}{\bar{l}_I}. \end{aligned} \quad (5)$$

Используя приведенные выражения (3)-(5) и опуская математические выкладки с учетом полученных соотношений для частот имеем:

а) в отсутствие потока с учетом только механических коэффициентов влияния

$$\bar{\omega}_{\text{мех}}^2 = \bar{k} + 4\bar{C} \sin^2 \frac{\Psi_z}{2},$$

где $\bar{k} = \bar{k}_{\eta\eta} = \frac{\bar{k}_{\vartheta\vartheta}}{\bar{l}_I^2}$; $\bar{C} = \bar{C}_{\eta\eta} = \frac{\bar{C}_{\vartheta\vartheta}}{\bar{l}_I^2}$;

б) в потоке с учетом аэродинамических коэффициентов влияния:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{\text{аэро}}^2 &= \bar{\omega}_{\text{мех}}^2 + \frac{q}{2} \left[\left(\bar{a}_{\eta\eta}^{(1)} + \frac{\bar{a}_{\vartheta\vartheta}^{(1)}}{\bar{l}_I^2} \right) \pm \right. \\ &\left. \pm \sqrt{\left(\bar{a}_{\eta\eta}^{(1)} - \frac{\bar{a}_{\vartheta\vartheta}^{(1)}}{\bar{l}_I^2} \right)^2 + \frac{4}{\bar{l}_I^2} \left(\bar{a}_{\eta\vartheta}^{(1)} \bar{a}_{\vartheta\eta}^{(1)} - \bar{a}_{\eta\vartheta}^{(2)} \bar{a}_{\vartheta\eta}^{(2)} + \bar{a}_{\eta\eta}^{(2)} \bar{a}_{\vartheta\vartheta}^{(2)} \right)} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Границе аэродинамической устойчивости будет соответствовать равенство нулю подкоренного выражения в уравнении (6).

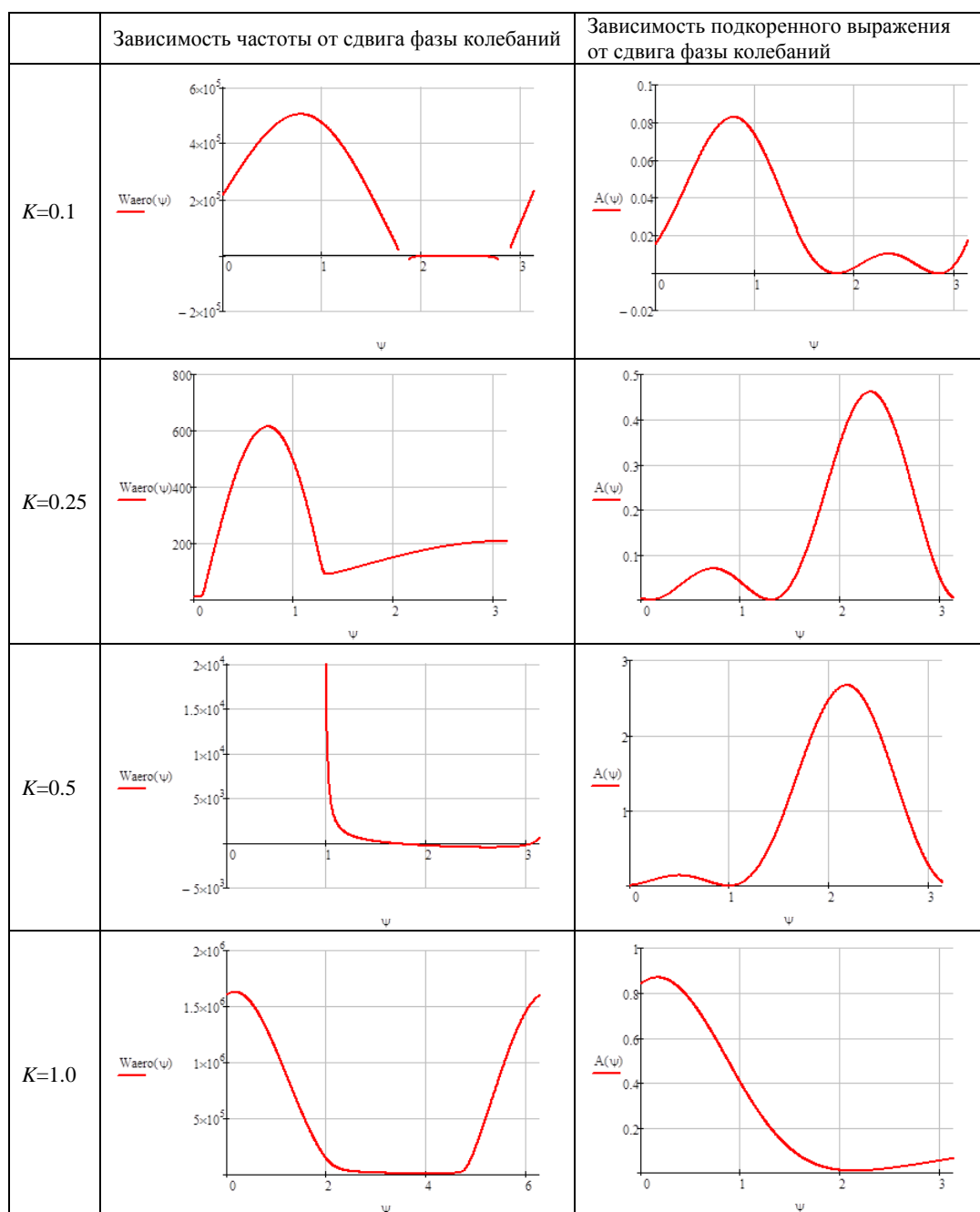
В таблице 1 представлены параметры исследуемой решетки:

Таблица 1

β	угол установки	30°
τ	густота решетки	1.5
f	прогиб средней линии профиля	0.025

В таблице 2 приведены зависимости частоты от сдвига фаз и числа Струхала.

Таблица 2



Из этих графиков видно, что для представленной решетки профилей практически во всем диапазоне чисел Струхала опасными для устойчивой работы является сдвиг фазы в диапазоне от $\pi/3 \dots 2\pi/3$.

Энергетический метод исследования взаимодействия лопаток с потоком газа

Так как частоты возникновения флаттера близки к собственным частотам исследуемой лопатки, то это делает удобным использование

энергетического метода анализа газодинамической устойчивости. С помощью данного метода можно определить непосредственный вклад в суммарную работу каждой составляющей форм колебаний. Устойчивость рассматриваемой решетки профилей к флаттеру можно оценить с позиции энергетического метода, полагая частоту флаттера равной собственной частоте одной из собственных форм в отсутствие потока. Согласно [6] выражение для работы аэродинамических сил, действующих на n -й профиль, за цикл колебаний можно представить в следующем виде:

$$A_z = \frac{T}{4} \rho V^2 \operatorname{Re} \left[\sum_{m=1}^N \left[a_{\eta\eta, nm} \bar{\dot{\eta}}_n + a_{\eta g, nm} \dot{g}_m \bar{\dot{\eta}}_n + a_{g\eta, nm} b \eta_m + a_{g g, nm} b^2 \dot{g}_m \bar{\dot{g}} \right] \right], \quad \hat{g}_0 = \left| \frac{g_0}{\eta_0} \right| b.$$

где чертой обозначена комплексно сопряженная величина. С учетом ранее рассмотренных выражений и принятых обозначений получим:

$$A_z = \pi \frac{\rho V^2}{2} \eta_0^2 \left[A_{\eta\eta} + A_{\eta g} \hat{g}_0 + A_{g g} \hat{g}_0^2 \right],$$

где

$$A_{\eta\eta} = \sum_{m=1}^N \left\{ a_{\eta\eta, nm}^{(2)} \cos[(m-n)\psi] - a_{\eta\eta, nm}^{(1)} \sin[(m-n)\psi] \right\},$$

$$A_{\eta g} = \sum_{m=1}^N \left\{ \left(a_{\eta g, nm}^{(1)} + a_{g\eta, nm}^{(1)} \right) \cos[(m-n)\psi] - \left(a_{\eta g, nm}^{(2)} + a_{g\eta, nm}^{(2)} \right) \sin[(m-n)\psi] \right\},$$

$$A_{g g} = \sum_{m=1}^N \left\{ a_{g g, nm}^{(1)} \sin[(m-n)\psi] - a_{g g, nm}^{(2)} \cos[(m-n)\psi] \right\},$$

Здесь $A_{\eta\eta}$ характеризует работу аэродинамических сил от изгибной составляющей колебаний, $A_{g g}$ – от крутильной составляющей, а $A_{\eta g}$ – от взаимодействия изгиба и кручения. Отдельно выделен вклад в общую работу исходного профиля ($n=0$) и рядом стоящих профилей ($n=\pm 1, \pm 2$). Расчеты проводились с помощью атласа нестационарных аэродинамических характеристик решеток профилей [3].

Из результатов расчетов для решеток пластин при числе Маха $M=0,8$ следует, что с увеличением параметров изгибно-крутильной связанности колебаний $\hat{g}_{0,z}$ работа аэродинамических сил возрастает. При этом основной вклад в работу обусловлен аэродинамическими силами, действующими на исходный профиль $n=0$.

Для изгибных колебаний работа аэродинамических сил отрицательна, т.е. в потоке изгибные колебания должны затухать. Однако менее устойчивой оказывается вперед бегущая волна деформации. Для крутильных форм колебаний

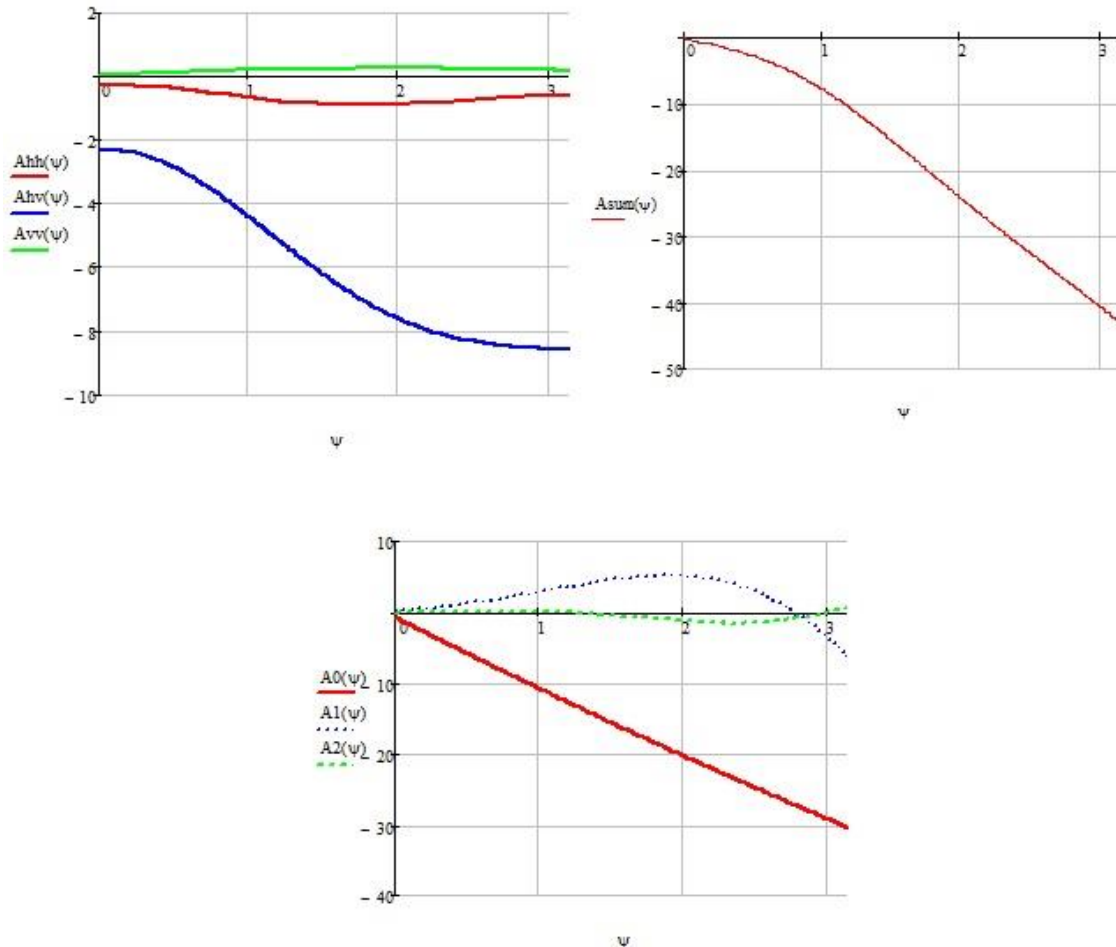


Рис. 2. Зависимости составляющих работ колебаний от сдвига фаз при $K=0.1$

работы соседних лопаток положительны, их значения близки между собой во всем диапазоне сдвигов фазы. Работа аэродинамической силы вследствие несинфазности колебаний изгиба и кручения во всем диапазоне сдвигов фаз получается положительной для вперед бегущей волны и отрицательна для назад бегущей волны. Именно этот вклад в общую работу аэродинамических сил обуславливает меньшую устойчивость к флаттеру вперед бегущей волны деформаций.

На величину изгибно-крутильной связанности в потоке может оказывать влияние не только количество узловых диаметров, но и ряд других факторов, например, в зависимости от закрученности лопаток по высоте или при сближении частот по соседним формам колебаний изгибная-крутильная связанность может сильно изменяться.

Построение частотной диаграммы Кэмпбелла

Расчет собственных частот лопаток турбомашин представляет собой неотъемлемую часть при исследовании автоколебаний. При проектировании лопаток большее внимание уделяют аэродинамическому совершенству. С развитием современных вычислительных технологий и увеличением ресурсов вычислительных станций, форма лопаток стала более сложной и не попадает под гипотезы различных аналитических методов. В настоящей работе исследование проводилось более универсальным методом – методом конечных элементов.

Расчет проводился с помощью программного продукта ANSYS Mechanical APDL. В его основе лежит метод конечных элементов, который для расчета собственных форм и частот использует блочный метод Ланцоша – эффективный метод решения различных спектральных задач для больших симметричных разреженных или регулярной структуры матриц. Механическое демпфирование мало и в расчете не учитывалось.

Модель представляет собой одиночную ло-

патку с замковым соединением типа «ласточкин хвост», где граничное условие накладывалось на его поверхности контакта с диском (рис. 3). Условие закрепления – жесткое ограничение по всем степеням свободы точек (узлов) контактирующих поверхностей.

Проведены расчеты с учетом преднапряженного состояния, причиной которого является поле центробежных сил. Наглядным является отображение результатов в виде диаграммы Кэмпбелла – зависимости значения собственной частоты от частоты вращения ротора (рис. 3). Расчеты выполнены на следующих частотах вращения рабочего колеса (в оборотах в минуту): 0, 25%, 50%, 75%, 100% оборотов вращения ротора двигателя. Соответственно, зависимости строились по данным пяти режимам работы. Результаты расчетов собственных частот (Гц) представлены в таблице 3 и на рис. 4.

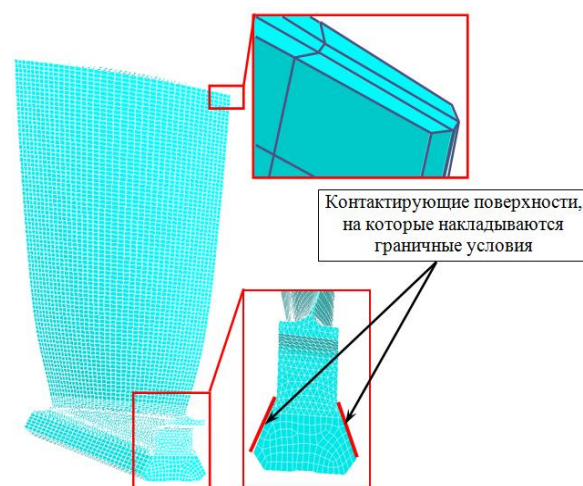


Рис. 3. Конечноэлементная модель лопатки (цветной)

На диаграмме видно сближение третьей крутильной и второй изгибно-крутильной формы, что является опасным признаком. При определенных значениях частот колебаний лопатки в диапазоне 900..1000 Гц на режимах работы двигателя до 6000 оборотов в минуту могут возникнуть условия для изменения параметра изгибно-крутильной связанности, при котором

Таблица 3

%	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	250.43	948.96	997.44	2081.9	2162.1	2921.5	3031.1	3629.8	4486.2	4701.1
25	269.85	963.58	1004.1	2091.9	2170.9	2929.6	3036.1	3640.1	4502	4705
50	320.86	995.23	1034.1	2120.5	2197.2	2952.1	3053.2	3671	4549.1	4716.6
75	390.66	1021.9	1103.8	2164.4	2240.5	2981.9	3089.8	3721.8	4625.2	4736.5
100	470.4	1050.4	1199.4	2220	2299.5	3010.7	3154.7	3791.9	4722.5	4770.5

могут возникнуть автоколебания. Таким образом, при данном значении параметра связанности возникнут условия для перехода изгибных колебаний в крутильные и наоборот.

Число Струхала для данной лопатки составляет от 0.25 до 0.5.

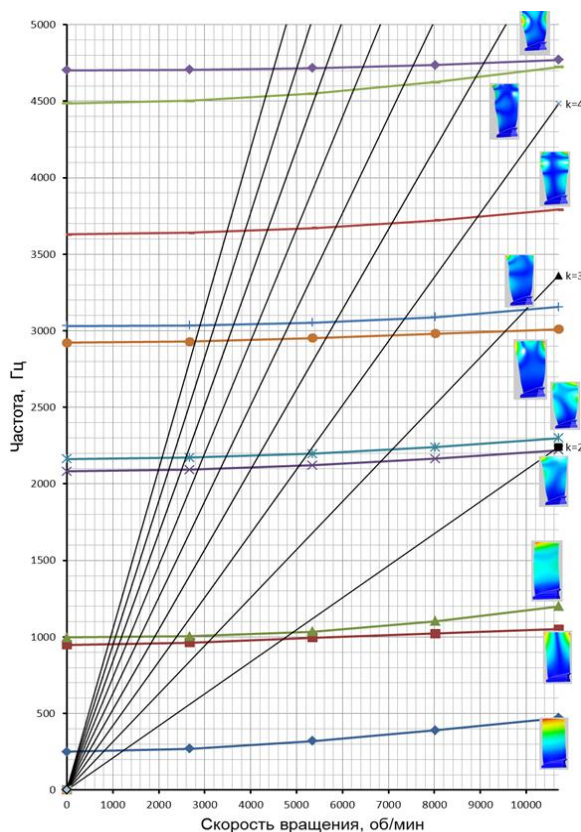


Рис.4 Частотная диаграмма Кэмпбелла

Заключение

Были исследованы рабочие лопатки компрессора авиационного двигателя на наличие автоколебаний. Показаны основные аспекты возникновения флаттера: нестационарное аэродинамическое взаимодействие, связь упругих характеристик, вклад работы аэродинамических сил в зависимости от сдвига фазы и числа Струхала, произведен расчет реальной лопатки с построением диаграммы Кэмпбелла.

Для исследуемой решетки профилей сделаем следующие выводы:

- менее устойчивой к возникновению автоколебаний является вперед бегущая волна деформации со сдвигом фазы в диапазоне $\pi/3 \dots 2\pi/3$;

- изгибные колебания по первой форме колебаний в потоке на безотрывных режимах ра-

боты будут затухать;

- изгибно-крутильная связанность в общем случае нелинейная и определяет взаимодействие составляющих колебаний при сближении значений собственных частот второй и третьей форм собственных колебаний с учетом центробежных сил.

Как показывает опыт проектирования, геометрическое изменение профилей решетки не всегда оказывает положительное влияние на запас устойчивости к автоколебаниям, чаще всего более эффективным способом оказывается применение antivибрационных полок (даже несмотря на видимые минусы в потере КПД и увеличении удельного веса изделия). Введение динамической неоднородности в лопаточный венец, т.е. применение нескольких типов лопаток в лопаточной машине, оказывает положительный эффект, но увеличивает вероятность появления классического изгибно-крутильного флаттера.

К сожалению, столь сложное явление, как автоколебания, не позволяет себя надежно диагностировать, при любых запасах газодинамической устойчивости. Поэтому наиболее надежным способом всегда будет являться проведение стендовых испытаний, а предварительные расчеты при проектировании лишь позволят снизить вероятность возникновения неблагоприятных явлений.

Список литературы

1. Кампсти Н. Аэродинамика компрессора. М.: Мир, 2000. 688 с.
2. Макаров П.В. Прогнозирование и исследование условий возникновения флаттера рабочих колес компрессоров газотурбинных двигателей и установок на этапе их проектирования: Автореф. дис. канд. техн. наук. М.: МАИ, 2012. 20 с.
3. Горелов Д.Н., Курзин В.Б., Сарен В.Э. Атлас нестационарных аэродинамических характеристик решеток профилей. Новосибирск: Наука, 1974. 150 с.
4. Аэроупругие колебания в ступенях осевого компрессора на режимах потери газодинамической устойчивости / А.Л. Берне, Т.В. Дементьева, Т.И. Мазикина, А.А. Хориков, Е.М. Чистякова // Аэроупругость лопаток турбомашин: Труды ЦИАМ. 1989. № 1266. Вып. 5. С. 130–137
5. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.: Наука, 1964. 440 с.
6. Хориков А.А. К вопросу о влиянии механической связанности лопаток на устойчивость однородного компрессорного колеса к флаттеру // Аэроупругость лопаток турбомашин: Труды ЦИАМ. 1983. № 1064. Вып. 2. С. 234–254.

**STUDYING THE INTERACTION OF A BLADED CROWN WITH AN INCIDENT SUBSONIC FLOW
IN THE EVENT OF FLUTTER**

L.A. Igumnov, A.A. Govogov, M.I. Martirosov

The article studies the interaction of parts of bladed machines in a gas flow, accounting for mechanic connections. The issue is studied by considering a 2D mathematical model of a homogeneous bladed crown. The contribution of the aerodynamic force into the development of self-oscillation processes is demonstrated. The main results are applied to a realistic object with the parameters that are used in computations and diagrams in the course of the analysis.

Key words: plane engine, compressor, working wheel, flutter, mathematical model, Campbell diagram.