

УДК 517.994

ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ РЕШЕНИЙ RC-ГЕНЕРАТОРА С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ В СЛУЧАЕ ДВУХЧАСТОТНОГО ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА

© 2013 г.

А.Ю. Коверга, Е.П. Кубышкин

Ярославский госуниверситет им. П.Г. Демидова

kubysh@uniyar.ac.ru

Поступила в редакцию 30.11.2012

Параметрическое возбуждение колебаний, наступающее в колебательной системе в результате периодического изменения одного из параметров, широко используется в генераторах электромагнитных колебаний. При этом одновременно происходит усиление амплитуды колебаний по сравнению с амплитудой периодического воздействия, обусловленное резонансностью воздействия. В настоящей работе показано, что двухчастотное изменение емкости RC-генератора с запаздыванием может при определенных условиях приводить к генерации как двухчастотных колебательных, так и хаотических колебаний. При этом также происходит усиление амплитуды колебаний.

Ключевые слова: генератор электромагнитных колебаний, параметрический резонанс, двухчастотные и хаотические колебания.

1. Математическая модель RC-генератора

Рассматривается RC-генератор, схема которого изображена на рис. 1.

Генератор состоит из RC-четырёхполосника, электронного усилителя с коэффициентом усиления $G < 0$, ограничителя с нелинейной характеристикой и элемента задержки, вносящего временную задержку $H > 0$. Мгновенные напряжения на соответствующих элементах генератора обозначим $u_j(t)$ ($j=1, 2, \dots, 5$). Связь между напряжениями определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} u_2(t) &= u_1(t - H), \\ \left(RC \frac{d}{dt} + 1 \right) u_3(t) &= u_2(t), \\ u_4(t) &= Gu_3(t), \quad u_5(t) = f(u_4(t)), \\ u_5(t) &= u_1(t), \end{aligned}$$

где $f(u)$ – характеристика ограничителя, которую, как правило, аппроксимируют многочле-

ном третьей степени

$$f(u) = p_1 u + p_2 u^2 - p_3 u^3 \quad (p_1, p_3 > 0).$$

В [1] выявлены условия существования автоколебательных режимов в рассматриваемом генераторе.

Ниже изучаются условия возникновения в рассматриваемом генераторе колебательных режимов за счет двухчастотного изменения емкости

$$C(t) = C_0(1 + a_1 \cos(\omega_1 t + \beta_1) + a_2 \cos(\omega_2 t + \beta_2)).$$

Нормируем $t \rightarrow t \cdot RC_0$, $\omega_j \rightarrow \omega_j / (RC_0)$ ($j=1, 2$) и положим $h = H / (RC_0)$, $p = p_2 \times (p_1 p_3)^{-1/2}$, $k = -p_1 G$, $x(t) = G(p_3 / p_1)^{1/2} u_3(t)$.

В результате получим дифференциальное уравнение

$$\dot{x}(t) + (1 + a_1 \cos(\omega_1 t + \beta_1) + a_2 \cos(\omega_2 t + \beta_2))^{-1} \times [x(t) + k(x(t-h) + px^2(t-h) - x^3(t-h))] = 0 \quad (1)$$

в безразмерных переменных, которое является математической моделью рассматриваемого RC-генератора.

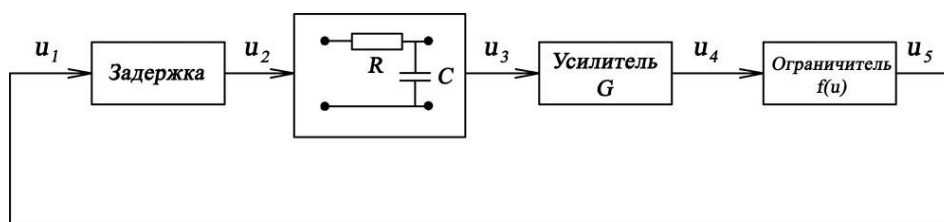


Рис. 1

2. Анализ устойчивости нулевого решения уравнения

В уравнении (1) положим $a_j = 0$ ($j=1,2$) и рассмотрим его линейную часть

$$\dot{x}(t) + x(t) + kx(t-h) = 0. \quad (2)$$

Поведение решений уравнения (2) определяется расположением корней характеристического уравнения

$$P(\lambda) \equiv \lambda + 1 + k \exp(-\lambda h) = 0 \quad (3)$$

уравнения (2).

Изучим расположение корней уравнения (3). Воспользуемся для этого методом D-разбиений [2]. Положим в (3) $\lambda = i\sigma$ ($\sigma \geq 0$) и выделим вещественную и мнимую части

$$1 + k \cos(\sigma h) = 0, \quad \sigma - k \sin(\sigma h) = 0. \quad (4)$$

Минимальное $k = k_0$, при котором система уравнений (4) имеет решение, определяется равенством $k_0 = \sigma_0 / \sin(\sigma_0 h)$, где σ_0 – корень уравнения $-\sigma_0 = \text{tg}(\sigma_0 h)$, принадлежащий интервалу $(\pi / (2h); \pi / h)$. При этом $k_0 > 1$ и $\sigma_0 = \sqrt{k_0^2 - 1}$.

Положим $k = k_0 + \varepsilon k_1$, где $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0$ (ε_0 – мало) и рассмотрим поведение корней $\lambda(\varepsilon)$, $\bar{\lambda}(\varepsilon)$ ($\lambda(\varepsilon) = i\sigma_0 + \varepsilon\lambda_1 + \dots, i = \sqrt{-1}$) характеристического уравнения

$$P(\lambda; \varepsilon) = \lambda + 1 + (k_0 + \varepsilon k_1) \exp(-\lambda h) = 0.$$

Отметим, что $\lambda(\varepsilon)$ аналитически зависят от ε при малых ε . Отметим также, что остальные корни характеристического уравнения при малых ε будут находиться в левой открытой комплексной полуплоскости. Из тождества $P(\lambda(\varepsilon), \varepsilon) \equiv 0$ имеем

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \tau_1 + i\sigma_1 = \\ &= k_1(1 + hk_0^2 + i\sqrt{k_0^2 - 1}) / [k_0(1 + 2h + k_0^2 h^2)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Из (5) следует, что при $k_1 > 0$ корни характеристического уравнения $\lambda(\varepsilon)$, $\bar{\lambda}(\varepsilon)$, переходят из левой комплексной полуплоскости в правую. При этом, как показано в [1], происходит рождение устойчивого цикла (бифуркация Хопфа).

В дальнейшем считаем, что $k_1 < 0$. Пусть теперь $a_j \neq 0$, ($j=1,2$). Пронормируем $a_j = \varepsilon a_j'$ и положим $\omega_j = 2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_j)$ ($a_j', \delta_j \sim 1$, в дальнейшем штрих опустим), т.е. рассмотрим случай параметрического резонанса. В соответствии с терминологией [3], рассматриваемый резонанс является вырожденным. Случай, когда

$\omega_1 \approx 2\sigma_0, \omega_2 \neq 2\sigma_0$ ($\omega_1 \neq 2\sigma_0, \omega_2 \approx 2\sigma_0$), называется невырожденным. В работе [4] показано, что в пространстве параметров (δ_1, δ_2) в случае вырожденного резонанса может существовать счетное число областей устойчивости и неустойчивости линейной части уравнения (1). В настоящей работе эта задача изучается в нелинейной постановке. В частном случае эта задача рассматривалась в работе [5].

3. Построение нормальной формы

Перейдем от уравнения (1) к эквивалентной краевой задаче

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial s}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial s} \Big|_{s=0} &= -(1 + \varepsilon a_1 \cos(2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_1)t) + \\ &+ \varepsilon a_2 \cos(2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_2)t)) \cdot [u(0, t) + (k_0 + \varepsilon k_1) \cdot \\ &\cdot (u(-h, t) + pu^2(-h, t) - u^3(-h, t))] \equiv \\ &\equiv U(2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_1)t, 2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_2)t, u(s, t); \varepsilon) \end{aligned} \quad (7)$$

в полосе $-h(t; \varepsilon) \leq s \leq 0, t \geq 0$. Здесь $u(s, t) = x(t + s)$.

Фазовым пространством краевой задачи (6)-(7) является пространство $C(-h, 0)$. Краевая задача (6), (7) в окрестности нуля фазового пространства имеет локальное двумерное экспоненциально устойчивое интегральное многообразие вида $\Phi(\tau_1, \tau_2, z, \bar{z}; s; \varepsilon)$, ($\tau_j = \omega_j t; j=1,2; z \in C$), поведение решений на котором определяет поведение решений краевой задачи (6), (7) в окрестности нуля фазового пространства. Здесь $\Phi(\bullet)$ – гладкий по совокупности переменных оператор, 2π -периодический по τ_1 и τ_2 . Систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих поведение траекторий краевой задачи (6), (7) на интегральном многообразии, принято называть нормальной формой краевой задачи (6), (7).

Представим оператор $\Phi(\bullet)$ в виде разложения

$$\begin{aligned} \Phi(\tau_1, \tau_2, z, \bar{z}; s; \varepsilon) &= (u_0(s) + \varepsilon u_1(\tau_1, \tau_2, s) + \dots)z + \\ &+ (\bar{u}_0(s) + \varepsilon \bar{u}_1(\tau_1, \tau_2, s) + \dots)\bar{z} + (u_{20}(s) + \dots)z^2 + \\ &+ (u_{1-1}(s) + \dots)z\bar{z} + (u_{02}(s) + \dots)\bar{z}^2 + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

где $u_0(s) = \exp(i\sigma_0 s); u_*(\bullet)$ – гладкие функции по совокупности переменных, 2π -периодические по τ_1 и τ_2 , которые подлежат определению. Здесь и в дальнейшем точками обозначены сла-

гаемые, имеющие более высокий порядок малости по соответствующим переменным.

Нормальную форму краевой задачи (6), (7) будем строить в следующем виде:

$$\dot{z} = \lambda(\varepsilon)z + \varepsilon(A_1 \exp(i\tau_1) + A_2 \exp(i\tau_2))\bar{z} + \quad (9)$$

$$+ d|z|^2 z + \dots \equiv Z(\tau_1, \tau_2, z, \bar{z}; \varepsilon),$$

$$\dot{\tau}_j = 2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_j), (j=1, 2), \quad (10)$$

где A_1, A_2, d – комплексные постоянные, подлежащие определению. В (9) в явном виде приведены лишь «главные» слагаемые нормальной формы, которые определяют поведение ее решений.

Подставим (8) в краевую задачу (6), (7) с учетом (9), (10). В результате получим тождество

$$\frac{\partial \Phi}{\partial s} = \frac{\partial \Phi}{\partial \tau_1} 2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_1) + \frac{\partial \Phi}{\partial \tau_2} 2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta_2) + \quad (11)$$

$$+ \frac{\partial \Phi}{\partial z} Z(\tau_1, \tau_2, z, \bar{z}, s; \varepsilon) + \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} \bar{Z}(\tau_1, \tau_2, z, \bar{z}, s; \varepsilon),$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial s} \right|_{s=0} = U(\tau_1, \tau_2, \Phi(\tau_1, \tau_2, z, \bar{z}, s; \varepsilon); \varepsilon), \quad (12)$$

для определения функций и коэффициентов, входящих в правые части (8)–(10). Приравнявая теперь коэффициенты при одинаковых степенях $\varepsilon z, \varepsilon \bar{z}, z^2, \dots$, будем на каждом шаге получать для определения соответствующих $u_*(*)$ краевые задачи вида

$$pi\sigma_0 u_* = du_* / ds + g_*(s), \quad (13)$$

$$\partial u_* / \partial s |_{s=0} = -u(0)t - k_0 u(-h)t + f_*, \quad (14)$$

где p – целое число; $g_*(s)$ и f_* – соответственно известная функция и комплексная величина. Если $p \neq \pm 1$, то краевая задача (13)–(14) однозначно разрешима. Сформулируем условие разрешимости задачи (13), (14) при $p = \pm 1$.

Между функциями $x(s)$ и $y(s)$, принадлежащими соответственно взаимно сопряженным пространствам $C(-h, 0)$ и $C(0, h)$, введем скалярное произведение

$$\langle x(s), y(s) \rangle = x(0)\bar{y}(0) - \int_0^s \left(\int_0^s x(\zeta)\bar{y}(\zeta - s) d\zeta \right) dr(s),$$

где

$$r(s) = \begin{cases} 1, & s = 0, \\ 0, & 0 < s < h, \\ -k_0, & s = h. \end{cases}$$

Определяя решение уравнения (13) в виде

$$u_*(s) = \alpha \exp(pi\sigma_0 s) + \int_0^s \exp(p\sigma_0(s - \zeta)) g_*(\zeta) d\zeta,$$

подставим его в краевое условие (14). В результате получим, что необходимым и достаточным условием разрешимости краевой задачи (13), (14) будет равенство

$$\langle g_*(s), h_0(s) \rangle + f_* h_0(0) = 0, \quad (15)$$

где $h_0(s) = \exp(i\sigma_0 s)$, $0 \leq s \leq h$. Условие $\langle u_*(s), h_0(s) \rangle = 0$ обеспечивает единственность решения $u_*(s)$, которое достигается выбором величины α .

Приравняем сначала коэффициенты при εz . В результате получим краевую задачу

$$\frac{\partial u_{11}}{\partial s} = u_0(s)\lambda_1 + i\sigma_0 u_{11}(s) + \bar{u}_0(s) (\bar{A}_1 \exp(-i\tau_1) + \bar{A}_2 \exp(-i\tau_2)), \quad (16)$$

$$\left. \frac{\partial u_{11}}{\partial s} \right|_{s=0} = -u_{11}(0, t) - k_0 u(-h, t) + k_1(i\sigma_0 + 1) / k_0 - \quad (17)$$

$$-i\sigma_0 a_1 (\exp(i\tau_1) + \exp(-i\tau_1)) / 2 -$$

$$-i\sigma_0 a_2 (\exp(i\tau_2) + \exp(-i\tau_2)) / 2.$$

Определяя теперь решение краевой задачи (16), (17) в виде

$$u_{11}(s, \tau_1, \tau_2) = v_0(s) + v_1(s) \exp(i\tau_1) + v_2(s) \exp(-i\tau_1) + v_3(s) \exp(i\tau_2) + v_4(s) \exp(-i\tau_2),$$

получим для определения $v_j(s)$ краевые задачи вида (13)–(14), условия разрешимости которых с необходимостью дают λ_1 , определенное формулой (5), и

$$A_1 = i\sigma_0 a_1 / (2P'(i\sigma_0; 0)), \quad (18)$$

$$A_2 = i\sigma_0 a_2 / (2P'(i\sigma_0; 0)).$$

Для однозначного определения $u_{11}(s, \tau_1, \tau_2)$ потребуем выполнения условия

$$\langle v_j(s), h_0(s) \rangle = 0, (j=1, \dots, 4).$$

Приравняем коэффициенты при $z^2, z\bar{z}, \bar{z}^2$. В результате получим краевые задачи вида (13), (14), которые однозначно разрешимы. При этом

$$u_{20}(s) = -p(i\sigma_0 + 1)^2 / (k_0 P(2i\sigma_0) \cdot \exp(2i\sigma_0 s)),$$

$$u_{1-1}(s) = -2pk_0 / (1 + k_0).$$

Приравняв теперь коэффициенты при $z^2 \bar{z}$, получим краевую задачу вида

$$u_0(s)d + i\sigma_0 u_{2-1}(s) = du_{2-1}(s) / ds,$$

$$du_{2-1}(s) / ds |_{s=0} = -u_{2-1}(0)t - k_0 u_{2-1}(-h)t + f_{21},$$

где

$$f_{21} = -(i\sigma_0 + 1)[3 + 2p^2(i\sigma_0 + 1)^2 / (k_0 P(2i\sigma)) + 2p^2 k / (1 + k)].$$

Из условия разрешимости (15) имеем

$$d = d_1 + id_2 = -f_{21} / P'(i\sigma_0). \quad (19)$$

Решение $u_{2-1}(s)$ выберем удовлетворяющим условию $u_{2-1}(0) = 0$.

4. Анализ нормальной формы краевой задачи

Рассмотрим «главную» часть уравнения (9). Представим $A_j = |A_j| \exp(i\gamma_j)$, $j = 1, 2$, и выполним последовательно следующие замены:

$$z \rightarrow z\varepsilon^{1/2} \exp(i\sigma_0 t), \quad t \rightarrow t\varepsilon^{-1}, \\ z \rightarrow z \exp((i\delta t + \gamma) / 2).$$

В результате получим следующее уравнение:

$$\dot{z} = (\lambda_1^r + i\sigma_1 + d |z|^2)z + (|A_1| + |A_2| \exp(i\delta t + \gamma))\bar{z}, \quad (20)$$

где $\sigma_1 = \lambda_1^{im} - \sigma_1 / 2, \delta = \delta_2 - \delta_1, \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$.

Отметим, что в соответствии с выполненными заменами, «грубым», т.е. экспоненциально устойчивым (неустойчивым) ненулевым состоянием равновесия уравнения (20) в краевой задаче (6), (7) соответствуют периодические решения того же характера устойчивости; «грубым» периодическим решениям уравнения (20) в краевой задаче (6), (7) соответствуют двухчастотные решения (инвариантные торы) того же характера устойчивости.

Положим в (20) $z = \rho(x + iy)$, где $\rho = (\lambda_1^r / d_1)^{1/2}$ и выполним замену времени $t \rightarrow |\lambda_1^r|^{-1} t$. С учетом того, что $|\lambda_1^r| \cdot d_1 < 0$, имеем систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = (-1 + b_1 + b_2 \cos(vt + \gamma))x + (-\sigma + b_2 \sin(vt + \gamma))y + (x^2 + y^2)(-x - cy), \quad (21)$$

$$\dot{y} = (b_2 \sin(vt + \gamma) + \sigma)x + (-1 - b_1 - b_2 \cos(vt + \gamma))y + (x^2 + y^2)(-y + cx). \quad (22)$$

Здесь $b_j = |A_j| / |\lambda_1^r|$, ($j = 1, 2$), $c = d_2 / d_1$, $\sigma = \sigma_1 / |\lambda_1^r|$, $v = \sigma / |\lambda_1^r|$. Заметим, что система уравнений (21), (22) инвариантна относительно замены $x \rightarrow -x, y \rightarrow -y$.

Отметим, что при $b_1 = 0$ и $\sigma = v / 2$ нулевое состояние равновесия системы (21), (22) является особой точкой типа ротор. При этом два характеристических показателя линейной части системы (21), (22) имеют одинаковые мнимые

части. В окрестности такой точки возможно возникновение хаотических колебаний.

Система уравнений (21), (22) анализировалась численно. Выберем входящие параметры следующим образом: $\beta_1 = \beta_2 = 0, h = 3\pi / 4, f_2 = 0.1, f_3 = -1, v = 1, k_1 = -1$. При этом имеем: $\sigma_0 = 1, k_0 = \sqrt{2}$. В результате с учетом (5), (18), (19) и выполненных нормировок система уравнений (21), (22) примет вид

$$\dot{x} = (-1 + 1.68a_1 + 1.68a_2 \cos(t))x + (-0.19 + 1.68a_2 \sin(t))y + (x^2 + y^2)(-x + 7.34y), \quad (23)$$

$$\dot{y} = (1.68a_2 \sin(t) + 0.19)x + (-1 - 1.68a_1 - 1.68a_2 \cos(t))y + (x^2 + y^2)(-y - 7.34x). \quad (24)$$

Положим сначала в (23), (24) параметр $a_2 = 0$ и будем изменять параметр a_1 от нуля в сторону возрастания. Это соответствует периодическому воздействию на систему. При $a_1 = 0.6069$ нулевое состояние равновесия теряет устойчивость, из которого рождаются два ненулевых устойчивых состояния равновесия. Зафиксируем теперь $a_1 = 0.8488$ и будем изменять a_2 . Из этих ненулевых состояний равновесия одновременно бифурцируют при $a_2 = 4.244 \cdot 10^{-3}$ два устойчивых цикла. Состояния равновесия при этом теряют устойчивость. Дальнейшее увеличение параметра a_2 приводит к увеличению амплитуды колебаний периодических решений. На рис. 2 представлены проекции периодических решений на плоскость (x, y) при $a_1 = 0.8488, a_2 = 0.8488$.

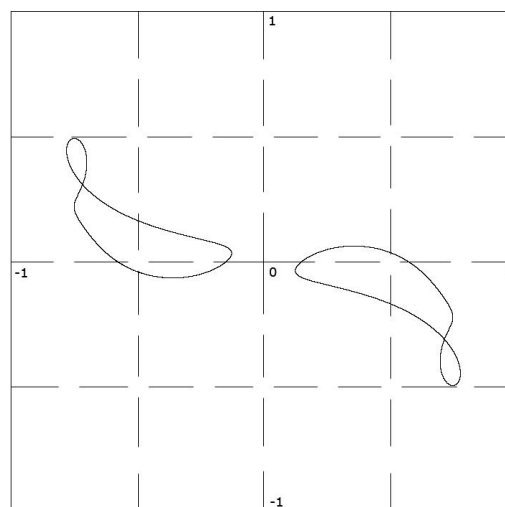


Рис. 2

При $a_2 = 1.1972$ оба цикла теряют одновременно устойчивость, неустойчивое многообразие

первого цикла пересекается с устойчивым многообразием второго, и, наоборот, неустойчивое многообразие второго цикла пересекается с устойчивым многообразием первого. Это приводит к образованию странного аттрактора (хаотического режима), проекция которого на плоскость (x, y) для случая $a_1 = 0.8488$, $a_2 = 1.1973$ представлена на рис. 3. Для этого случая с помощью программы Tracer были вычислены ляпуновские показатели и ляпуновская размерность:

$$\lambda_1 = 0.1932, \lambda_2 = -2.6211, d_L \approx 1.073.$$

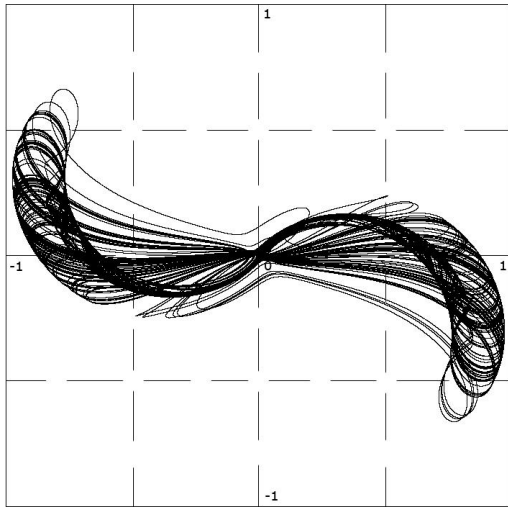


Рис. 3

Дальнейшее увеличение параметра a_2 приводит к исчезновению хаотического аттрактора и образованию периодического решения, проекция которого на плоскость (x, y) представлена на рис. 4 для значений $a_1 = 0.8488$, $a_2 = 1.2142$.

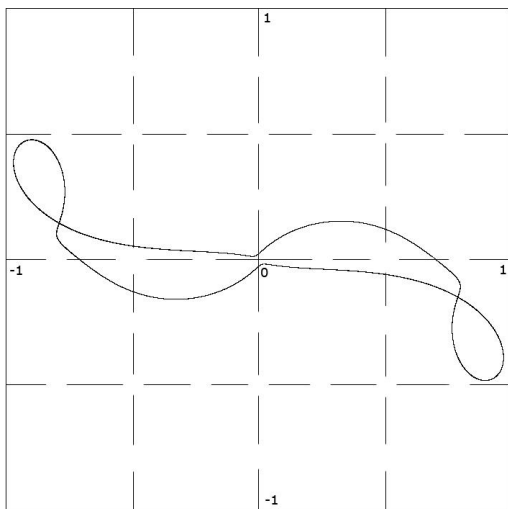


Рис. 4

Если теперь уменьшать a_2 , то отмеченный выше странный аттрактор возникает из периодического решения через серию бифуркаций удвоения периода.

5. Случай невырожденного параметрического резонанса

Предположим, что $\omega_1 \approx 2\sigma_0$, $\omega_2 \neq 2\sigma_0$ ($\omega_1 \neq 2\sigma_0, \omega_2 \approx 2\sigma_0$). Положим $\omega_1 = 2\sigma_0 + \varepsilon\delta$, $\delta \sim 1$. Нормальной формой краевой задачи (11), (12) будет система уравнений

$$\begin{aligned} \dot{z} &= (i\sigma_0 + \varepsilon\lambda_1)z + \varepsilon A_1 \exp(i\tau_1) + d |z|^2 z + \dots, \\ \dot{\tau}_1 &= 2\sigma_0(1 + \varepsilon\delta), \end{aligned}$$

в которой λ_1, A_1 и d определены согласно (5), (18) и (19).

Представим $A_1 = |A_1| \exp(i\sigma_0 t)$ и выполним последовательно следующие нормировки: $z \rightarrow z \varepsilon^{1/2} \exp(i\sigma_0 t)$, $t \rightarrow t \varepsilon^{-1}$. Перейдя теперь к переменным ρ, θ ($z = \rho \exp(i\tau)$, $\rho \geq 0$, $\theta = \delta t - \tau$), получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\dot{\rho} = \tau_1 \rho + d_1 \rho^3 + |A_1| \cos(2\theta + \gamma_1) \rho, \quad (25)$$

$$\dot{\theta} = \delta - \sigma_1 - d_2 \rho^2 - |A_1| \sin(2\theta + \gamma_1) \quad (26)$$

«медленных» переменных.

Каждому экспоненциально устойчивому (неустойчивому) состоянию равновесия (ρ_0, θ_0) системы (25), (26) в краевой задаче (6), (7) соответствует инвариантный тор, асимптотическая формула которого имеет вид:

$$\begin{aligned} T_2(\tau_1, \tau_2, s; \varepsilon^{1/2}) &= \varepsilon^{1/2} \rho_0 (u_0(s) \exp(i\tau_1) + \\ &+ \bar{u}_0(s) \exp(-i\tau_1)) + \varepsilon u(\tau_1, \tau_2, s; \varepsilon^{1/2}), \end{aligned}$$

где $u(\tau_1, \tau_2, s; \varepsilon^{1/2})$ – достаточно гладкая по совокупности переменных функция, 2π -периодическая по τ_1, τ_2 . Уравнения движения на инвариантном торе имеют вид

$$\dot{\tau}_1 = \sigma_0 + \varepsilon\delta, \quad \dot{\tau}_2 = \omega_2.$$

Система уравнений (26)-(27) может иметь одно либо два состояния равновесия, во втором случае одно из состояний равновесия устойчивое, второе неустойчивое. При выполнении условия $|A_1| > |\tau_1|$ в плоскости (ω_1, ε) существует зона параметрического резонанса вида $(2\sigma_0 + \varepsilon\delta_1, \varepsilon)$ ширины $\sim \varepsilon$. При этом величина δ удовлетворяет неравенству [3]:

$$\sigma_1 - (|A_1|^2 - \tau_1^2)^{1/2} < \delta < \sigma_1 + (|A_1|^2 - \tau_1^2)^{1/2}. \quad (27)$$

При выполнении неравенства (27) система уравнений (25), (26) имеет одно экспоненциаль-

но устойчивое состояние равновесия.

При $\omega_1, \omega_2 \neq 2\sigma_0$ все решения краевой задачи (6), (7) с начальными условиями из некоторого шара фиксированного радиуса фазового пространства стремятся к нулю при $t \rightarrow \infty$.

Список литературы

1. Колесов Ю.С., Швитра Д.И. Автоколебания в системах с запаздыванием. Вильнюс: Моклас, 1979. 148 с.
2. Неймарк Ю.И. Структура D-разбиения пространства квазиполиномов и диаграммы Вышеградского и Найквиста // ДАН СССР. 1948. Т. 60. С.1503–

1506.

3. Кубышкин Е.П. Параметрический резонанс в системах с последствием при почти периодическом возмущении // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль. 1978. С. 43–76.
4. Кашенко С.А., Колесов Ю.С. Раскачивание качелей при помощи двухчастотной силы // Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль. 1978. С. 19–25.
5. Казаков Л.Н., Коверга А.Ю., Кубышкин Е.П. и др. Параметрическое возбуждение хаотических колебаний в RC-генераторе с запаздывающей обратной связью // Вестник Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова. Серия Естественные и технические науки. 2011. №1. С.70–74.

FEATURES OF SOLUTIONS RC-GENERATOR WITH DELAYED FEEDBACK IN CASE OF TWO-FREQUENCY PARAMETRIC RESONANCE

A.Y. Koverga, E.P. Kubyshkin

Parametric excitation of oscillations occurring in an oscillatory system to a periodic change in one of the parameters that are widely used in generators of electromagnetic waves. At the same time there is a strengthening amplitude compared to the amplitude of periodic excitation caused the resonant effect. In this paper we show that two-frequency capacitance change RC-oscillator with delay under certain conditions lead to either a dual-frequency generation vibrational, and to the generation of chaotic oscillations. It also intensifies the oscillation amplitude.

Keywords: generator of electromagnetic oscillations, parametric resonance, dual frequency and chaotic oscillations.