

УДК 621.0, 621.8

ВЛИЯНИЕ ВИБРАЦИИ СТАТОРА НА ДВИЖЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО ГИБКОГО РОТОРА ПРИ ИХ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

© 2013 г.

*Д.В. Баландин*¹, *А.Н. Никифоров*², *А.Е. Шохин*²

¹ Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

² Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва

n.andre@mail.ru

Поступила в редакцию 03.12.2012

Представляется математическая модель ротора Джеффкотта–Лавалья в податливом статоре, построенная методом Лагранжа в координатах вращающейся с ротором плоскости. С её помощью анализируется влияние колебаний статора как твердого тела на режимы скольжения и качения несбалансированного ротора по статору.

Ключевые слова: ротор, статор, контактное взаимодействие, скольжение, обкатка, математическая модель.

1. Введение

Режимы контактного движения ротора по податливому статору исследованы в [1–4], причем сравнительно недавно и в значительно меньшей степени, нежели случай ротора с абсолютно жестким статором, например [5–8]. В действительности в роторных машинах статор в целом или его отдельные элементы имеют упругое закрепление. Вместе с тем часто применяются статорные узлы с малым (до ротора) рабочим зазором: подшипники скольжения, активные магнитные подшипники, уплотнительные кольца и втулки-ограничители. Отсюда возникает потенциальная опасность задевания ротором статорных элементов со стремительным их истиранием и даже с катастрофическим [9] разрушением. Однако в отличие от упомянутых публикаций в [10] предложена качественно новая математическая модель системы «ротор–статор», позволяющая одновременно исследовать безударные, виброударные и безотрывные движения (скольжение и обкатку) ротора по статору, в том числе при проскальзывании ротора.

С математической точки зрения разработана обобщенная всережимная и многопараметрическая динамическая модель ротора Джеффкотта–Лавалья с податливым статором (рис. 1) с учетом важных для практики эксплуатационных факторов. В модели учитываются: малые линейные и угловые перемещения (вибрации) статора как твердого тела, обусловленные его упругим закреплением; несоосность ротора и статора в

состоянии статического равновесия вследствие неизбежных неточностей изготовления и сборки; нагрузка от веса ротора, имеющая место при его горизонтальной установке; крутящий момент на роторе, управляющий его разгоном-торможением.

2. Математическое описание динамической модели ротора Джеффкотта–Лавалья с податливым статором

Математическая модель для исследуемой роторной системы построена в координатах плоскости Ouv , вращающейся с вектором неуравновешенности ротора \overline{RG} , методом Лагранжа из дифференцирования кинетической энергии системы, сложенной из кинетических энергий привода, ротора и статора:

$$T = \frac{1}{2} J_0 \dot{q}_0^2 + \frac{1}{2} m_R (v_{Gu}^2 + v_{Gv}^2) + \frac{1}{2} J_G \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} m_S (v_{Su}^2 + v_{Sv}^2) + \frac{1}{2} J_S \dot{q}_6^2 \quad (1)$$

где m_R – масса и J_R – полярный (осевой) момент инерции ротора; $J_G \approx J_R$ – момент инерции ротора относительно оси, параллельной оси ротора и проходящей через его центр масс G ; m_S – масса и J_S – полярный момент инерции статора, \dot{q}_0 – угловая скорость и J_0 – полярный момент инерции привода.

В качестве обобщенных координат в модели (рис. 1) использованы радиальные перемещения ротора q_1 , q_2 и угол его поворота q_3 , а также соответствующие линейные смещения статора q_4 ,

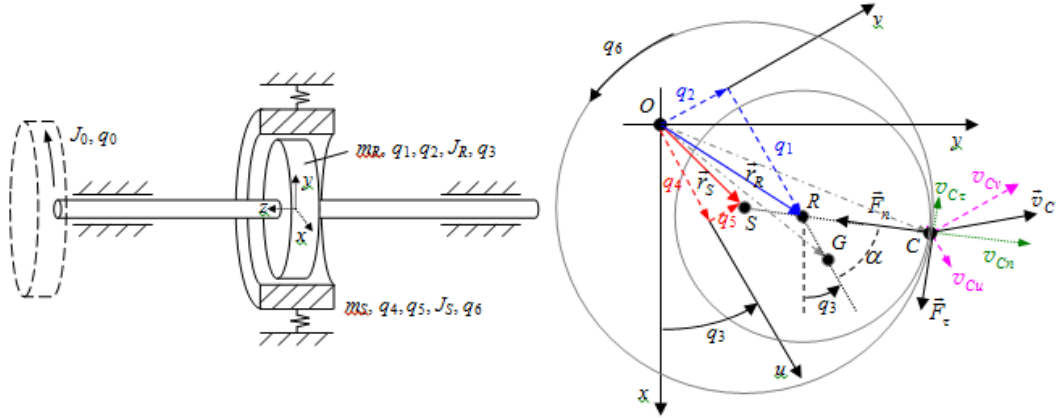


Рис. 1. Динамическая модель «симметричный гибкий ротор – податливый статор»

q_5 и его угловое перемещение q_6 .

Вектор абсолютной скорости центра ротора R определяется суммой векторов \vec{r}_R – переносной скорости центра ротора во вращающейся системе координат и $\vec{r}_R \dot{q}_3$ – относительной скорости центра ротора, обусловленной вращением системы Ouv вокруг начала координат O . То же самое относится и к центру статора S :

$$\vec{v}_R = \vec{r}_R + \vec{r}_R \dot{q}_3 = \dot{q}_1 \vec{u} + \dot{q}_2 \vec{v} + q_1 \dot{q}_3 \vec{v} - q_2 \dot{q}_3 \vec{u} \quad (2)$$

$$\vec{v}_S = \vec{r}_S + \vec{r}_S \dot{q}_3 = \dot{q}_4 \vec{u} + \dot{q}_5 \vec{v} + q_4 \dot{q}_3 \vec{v} - q_5 \dot{q}_3 \vec{u},$$

где \vec{u} и \vec{v} – единичные векторы.

При этом, так как движение ротора (статора) во вращающейся системе координат является криволинейно поступательным (переносным), то все точки ротора имеют одинаковую скорость движения относительно начала координат O в системе Ouv . Это позволяет найти важные с точки зрения роторной динамики скорости точек G и C (т. G располагается на линии, параллельной оси ротора и проходящей через его центр масс, а т. C принадлежит линии контакта):

$$\begin{aligned} \vec{v}_G &= \vec{r}_R + \vec{OG} \times \dot{q}_3 = \vec{r}_R + \vec{r}_R \dot{q}_3 + \vec{RG} \times \dot{q}_3 = \\ &= \dot{q}_1 \vec{u} + \dot{q}_2 \vec{v} + q_1 \dot{q}_3 \vec{v} - q_2 \dot{q}_3 \vec{u} + a \dot{q}_3 \vec{v} \\ \vec{v}_C &= \vec{r}_R + \vec{OC} \times \dot{q}_3 = \vec{r}_R + \vec{r}_R \dot{q}_3 + \vec{RC} \times \dot{q}_3 = \\ &= \dot{q}_1 \vec{u} + \dot{q}_2 \vec{v} + q_1 \dot{q}_3 \vec{v} - q_2 \dot{q}_3 \vec{u} + \\ &+ (r \cos \alpha) \dot{q}_3 \vec{v} - (r \sin \alpha) \dot{q}_3 \vec{u}, \end{aligned}$$

где $a=RG$ и $r=RC$ – дисбаланс и радиус ротора.

Отсюда и из (2) легко найти скалярные величины, т.е. проекции абсолютных скоростей центров R , G , S и точки C :

$$\begin{aligned} \vec{v}_{Ru} &= \dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3, \quad \vec{v}_{Gu} = \dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3, \\ \vec{v}_{Rv} &= \dot{q}_2 + q_1 \dot{q}_3, \quad \vec{v}_{Gv} = \dot{q}_2 + (q_1 + a) \dot{q}_3, \\ \vec{v}_{Su} &= \dot{q}_4 - q_5 \dot{q}_3, \quad \vec{v}_{Cu} = \dot{q}_1 - (q_2 + r \sin \alpha) \dot{q}_3, \\ \vec{v}_{Sv} &= \dot{q}_5 + q_4 \dot{q}_3, \quad \vec{v}_{Cv} = \dot{q}_2 + (q_1 + r \cos \alpha) \dot{q}_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), можно получить кинетическую энергию системы, выраженную через принятые обобщенные координаты (здесь и далее вместо J_G используется J_R):

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} J_0 \dot{q}_0^2 + \\ &+ \frac{1}{2} m_R \left[(\dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3)^2 + (\dot{q}_2 + (q_1 + a) \dot{q}_3)^2 \right] + \\ &+ \frac{1}{2} J_R \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} m_S \left[(\dot{q}_4 - q_5 \dot{q}_3)^2 + (\dot{q}_5 + q_4 \dot{q}_3)^2 \right] + \\ &+ \frac{1}{2} J_S \dot{q}_6^2. \end{aligned}$$

Дифференцирование этого выражения по Лагранжу, т.е. в соответствии с его системой уравнений второго рода

$$d(\partial T / \partial \dot{q}_i) / dt - \partial T / \partial q_i = Q_i,$$

позволяет составить уравнения движений ротора и статора:

$$\begin{aligned} m_R \left[\ddot{q}_1 - q_2 \ddot{q}_3 - 2 \dot{q}_2 \dot{q}_3 - (q_1 + a) \dot{q}_3^2 \right] &= Q_1, \\ m_R \left[\ddot{q}_2 + (q_1 + a) \ddot{q}_3 + 2 \dot{q}_1 \dot{q}_3 - q_2 \dot{q}_3^2 \right] &= Q_2, \\ \left[J_R + m_R \left((q_1 + a)^2 + q_2^2 \right) + m_S \left(q_4^2 + q_5^2 \right) \right] \ddot{q}_3 &+ \\ + m_R \left[(q_1 + a) \ddot{q}_2 - \ddot{q}_1 q_2 + \right. & \\ \left. + 2(q_1 + a) \dot{q}_1 \dot{q}_3 + 2q_2 \dot{q}_2 \dot{q}_3 \right] &+ \\ + m_S \left(q_4 \ddot{q}_5 - \ddot{q}_4 q_5 + 2 \dot{q}_3 q_4 \dot{q}_4 + 2 \dot{q}_3 q_5 \dot{q}_5 \right) &= Q_3, \\ m_S \left(\ddot{q}_4 - \ddot{q}_3 q_5 - 2 \dot{q}_3 \dot{q}_5 - \dot{q}_3^2 q_4 \right) &= Q_4, \\ m_S \left(\ddot{q}_5 + \ddot{q}_3 q_4 + 2 \dot{q}_3 \dot{q}_4 - \dot{q}_3^2 q_5 \right) &= Q_5, \\ J_S \ddot{q}_6 &= Q_6, \\ J_0 \ddot{q}_0 &= Q_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Важные для эксплуатации статические и динамические обобщенные силы/моменты Q_i для соответствующих линейных, угловых перемещений q_i учитываются следующими выражениями (рис. 2):

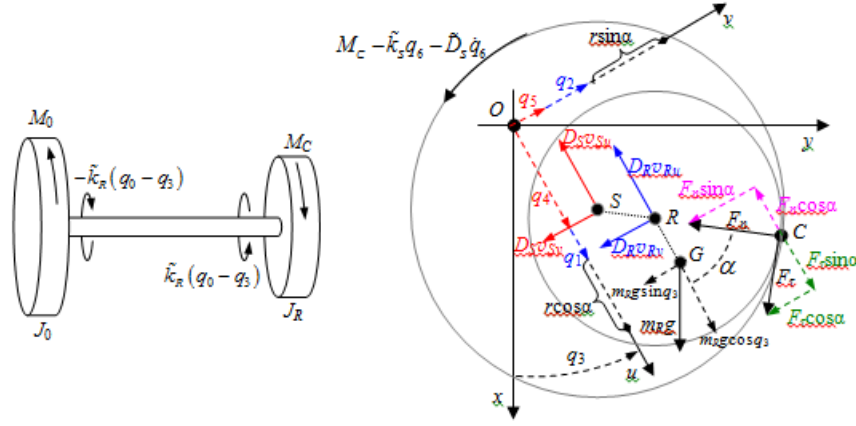


Рис. 2. Силы и моменты в исследуемой роторной системе

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= -k_R q_1 - d_R \dot{q}_1 - D_R (\dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3) + \\
 &\quad + m_R g \cos q_3 - F_n \cos \alpha + F_\tau \sin \alpha, \\
 Q_2 &= -k_R q_2 - d_R \dot{q}_2 - D_R (\dot{q}_2 + q_1 \dot{q}_3) - \\
 &\quad - m_R g \sin q_3 - F_n \sin \alpha - F_\tau \cos \alpha, \\
 Q_3 &= D_R (\dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3) q_2 - D_R (\dot{q}_2 + q_1 \dot{q}_3) q_1 - \\
 &\quad - m_R g [(q_1 + a) \sin q_3 + q_2 \cos q_3] - \\
 &\quad - M_C + \tilde{k}_R (q_0 - q_3), \\
 Q_4 &= -k_S q_4 - D_S (\dot{q}_4 - q_5 \dot{q}_3) + F_n \cos \alpha - F_\tau \sin \alpha, \\
 Q_5 &= -k_S q_5 - D_S (\dot{q}_5 + q_4 \dot{q}_3) + F_n \sin \alpha + F_\tau \cos \alpha, \\
 Q_6 &= M_C - \tilde{k}_S q_6 - \tilde{D}_S \dot{q}_6, \\
 Q_0 &= M_0 - \tilde{k}_R (q_0 - q_3),
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

где k_R – жесткость ротора и k_S – жесткость крепления статора в радиальном направлении, D_R и d_R – коэффициенты внешнего и внутреннего трения для ротора, и D_S – коэффициент внешнего трения для статора в радиальном направлении, \tilde{k}_R – жесткость ротора на кручение, \tilde{k}_S – жесткость крепления и \tilde{D}_S – коэффициент внешнего трения для статора в окружном направлении, M_0 – крутящий момент привода, $m_R g$ – сила тяжести ротора.

На практике M_0 зависит от угловой скорости привода \dot{q}_0 [11]. Эта зависимость обычно задается в виде совместной характеристики двигателя (крутящий момент M_1) и ротора (момент сопротивления, связанный с рабочей нагрузкой M_2):

$$M_0 = M_1 - M_2 = M_n (2 - \dot{q}_0 / \omega_n) - M_n (\dot{q}_0 / \omega_n)^2, \tag{6}$$

где M_n , ω_n – номинальные значения крутящего момента и угловой скорости.

Нормальная F_n и касательная F_τ составляющие, а также момент M_C контактной силы (рис. 1), действующие на ротор и статор при выборе радиального зазора δ , вычисляются согласно упруго-вязкой модели удара [1, 4]:

$$\begin{aligned}
 F_n &= k_C \Delta + d_C \dot{\Delta}, \quad F_\tau = \mu F_n, \\
 -M_C &= (F_n \cos \alpha - F_\tau \sin \alpha) (q_2 + r \sin \alpha) - \\
 &\quad - (F_n \sin \alpha + F_\tau \cos \alpha) (q_1 + r \cos \alpha),
 \end{aligned}$$

где $\Delta = r_{RS} - \delta$ – радиальная деформация, $\dot{\Delta} = v_{Cn} = (\dot{q}_1 - \dot{q}_4) \cos \alpha + (\dot{q}_2 - \dot{q}_5) \sin \alpha$ – её скорость, $\cos \alpha = (q_1 - q_4) / r_{RS}$, $\sin \alpha = (q_2 - q_5) / r_{RS}$, $r_{RS} = \sqrt{(q_1 - q_4)^2 + (q_2 - q_5)^2}$, μ – коэффициент трения.

Коэффициенты упругого k_C и вязкого d_C сопротивления контактных поверхностей выражаются при помощи широко употребляемых в классической теории удара коэффициента восстановления e и длительности удара во времени τ [12]:

$$\begin{aligned}
 e &= \exp \left(\frac{-\pi \eta}{\sqrt{1 - \eta^2}} \right), \quad \eta = \frac{d_C}{2 \sqrt{k_C \bar{m}}}, \\
 \frac{2\pi}{T_{\text{imp}}} &= \sqrt{\frac{k_C}{\bar{m}}}, \quad \bar{m} = \frac{m_R m_S}{m_R + m_S}, \quad T_{\text{imp}} = 2\tau.
 \end{aligned}$$

Для установления направления действия силы F_τ в т.С необходимо знать проекцию ее абсолютной скорости \vec{v}_C на касательную, т.е. относительную тангенциальную скорость ротора в точке контакта с учетом движения статора $v_{C\tau}$ (рис. 1):

$$v_{C\tau} = (\dot{q}_2 - \dot{q}_5) \cos \alpha - (\dot{q}_1 - \dot{q}_4) \sin \alpha + (r_{RS} + r) \dot{q}_3.$$

Сила F_τ направлена противоположно скорости $v_{C\tau}$. Это условие выполняется, если следующее скалярное произведение отрицательно:

$$\begin{aligned}
 \vec{F}_\tau \vec{v}_C &= ((\vec{F}_\tau \sin \alpha) \vec{u} + (-\vec{F}_\tau \cos \alpha) \vec{v}) (v_{Cu} \vec{u} + v_{Cv} \vec{v}) = \\
 &= v_{Cu} \vec{F}_\tau \sin \alpha - v_{Cv} \vec{F}_\tau \cos \alpha < 0
 \end{aligned}$$

Если это условие нарушается, то касательная составляющая контактной силы должна быть с обратным знаком:

$$F_\tau = -F_\tau.$$

Условиями отсутствия контакта между ротором и статором, т.е. условиями равенства нулю силы F_n и, соответственно, F_τ и M_C являются:

$$\Delta \leq 0 \text{ и } F_n \leq 0.$$

Переход от перемещений q_1, q_2, q_4, q_5 к перемещениям центров ротора R и статора S вдоль осей неподвижной системы координат можно выполнить по формулам:

$$x_R = q_1 \cos q_3 - q_2 \sin q_3, \quad x_S = q_4 \cos q_3 - q_5 \sin q_3,$$

$$y_R = q_1 \sin q_3 + q_2 \cos q_3, \quad y_S = q_4 \sin q_3 + q_5 \cos q_3.$$

Координаты центра ротора x_R, y_R связаны с координатами эксцентрических точек ротора x_e, y_e соотношениями:

$$x_e = x_R + e \cos q_3, \quad y_e = y_R + e \sin q_3,$$

где e – расстояние от центра до выбранной точки.

Дифференциальные уравнения (4) с правыми частями (5), а также приведенные дополняющие их соотношения и условия образуют замкнутую систему сильно нелинейных уравнений и представляют собой математическую модель ротора Джеффкотта–Лавала с учетом возможных контактов и вибрации статора.

3. Динамический анализ системы «гибкий ротор – податливый статор» при их контактном взаимодействии

Известно, что решение дифференциальных уравнений, описывающих движение степеней свободы механической системы в неподвижной (в декартовой) системе координат можно получить в форме интегралов от произведений тригонометрических функций с малыми периодами, численная реализация которого требует вычислений в большом числе точек. Поэтому для определения сильно нелинейных перемещений ротора и статора при их контактном взаимодействии выгодно перейти к координатам подвижной плоскости.

Составление уравнений движения по Лагранжу во вращающейся с ротором системе координат, что и предложено в настоящей работе в отличие от известных математических моделей ротора, задевающего статор, приводит к значительному сокращению времени их интегрирования и к гарантированной достоверности счета численными методами. Другими словами, в этом случае неустойчивость, свойственная численным решениям дифференциальных уравнений и усиливаемая ошибками округления вычислительной машины, практически полностью

устраняется уже при сравнительно больших шагах интегрирования соответствующих уравнений.

Численное решение выведенной системы уравнений выполнено методом Рунге–Кутты 4-го порядка точности с автоматическим выбором шага в среде программирования MATLAB. Результаты такого решения с параметрами для гибкого ротора и податливого статора представлены в таблице в стилистике сопоставления с контактно-динамическим откликом аналогичного ротора в абсолютно жестком статоре, т.е. с расчетными данными, полученными из решения уравнений вида:

$$m_R [\ddot{q}_1 - q_2 \ddot{q}_3 - 2\dot{q}_2 \dot{q}_3 - (q_1 + a) \dot{q}_3^2] = Q_1,$$

$$m_R [\ddot{q}_2 + (q_1 + a) \ddot{q}_3 + 2\dot{q}_1 \dot{q}_3 - q_2 \dot{q}_3^2] = Q_2,$$

$$\left[J_R + m_R \left((q_1 + a)^2 + q_2^2 \right) \right] \ddot{q}_3 + m_R [(q_1 + a) \ddot{q}_2 -$$

$$-\ddot{q}_1 q_2 + 2(q_1 + a) \dot{q}_1 \dot{q}_3 + 2q_2 \dot{q}_2 \dot{q}_3] = Q_3,$$

$$J_0 \ddot{q}_0 = Q_0,$$

$$Q_1 = -k_R q_1 - d_R \dot{q}_1 - D_R (\dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3) + m_R g \cos q_3 - F_n \cos \alpha + F_\tau \sin \alpha,$$

$$Q_2 = -k_R q_2 - d_R \dot{q}_2 - D_R (\dot{q}_2 + q_1 \dot{q}_3) - m_R g \sin q_3 - F_n \sin \alpha - F_\tau \cos \alpha,$$

$$Q_3 = D_R (\dot{q}_1 - q_2 \dot{q}_3) q_2 - D_R (\dot{q}_2 + q_1 \dot{q}_3) q_1 - m_R g [(q_1 + a) \sin q_3 + q_2 \cos q_3] -$$

$$-M_C + \tilde{k}_R (q_0 - q_3),$$

$$Q_0 = M_0 - \tilde{k}_R (q_0 - q_3).$$

Во всех расчетах проигрывалась одна и та же ситуация: сбалансированный ротор, нагруженный моментной характеристикой (6), стремительно за 0.15 секунды разгоняется до номинальной частоты $f_n=100$ Гц, а затем при $t=0.15$ с подвергается разбалансировке до величины неуровновешенности $a/\delta=1$.

На рис. 3 показаны переходные динамические процессы, происходящие в результате разбалансировки и установления контакта ротора с жестким статором при $\mu=0.27$. Как видно, имеются три временные области, различающиеся характером движения.

В промежутке времени от 0 до 0.15 с вибрация ротора практически отсутствует, т.к. поперечное отклонение центра ротора $x_R \approx 0$ (рис. 3,а) и линейная скорость его центра в радиальном направлении $v_{Cn} \approx 0$ (рис. 3,ж). При этом частота вращения ротора f_R достигает 100 Гц (рис. 3,б), а линейная скорость роторной поверхности $v_{C\tau}$ превышает 30 м/с (рис. 3,з).

Заданные параметры системы «ротор-статор»

| Наименование | Обозначение | Величина |
|--|---|---------------------------|
| Масса ротора / статора | $m_R=m_S$ | 10 кг |
| Осевой момент инерции ротора / статора | $J_R=J_S$ | 0.0125 кг·м ² |
| Критическая частота вращения (собственная частота поперечных колебаний ротора) | $f_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_R}{m_R}}$ | 80 Гц |
| Собственная частота поперечных колебаний статора | $f_S=10f_R$ | 800 Гц |
| Собственная частота крутильных колебаний ротора | $\tilde{f}_R = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\tilde{k}_R}{J_R}}$ | 800 Гц |
| Собственная частота крутильных колебаний статора | $\tilde{f}_S = 10\tilde{f}_R$ | 800 Гц |
| Номинальная частота вращения привода | f_n | 100 Гц |
| Номинальный крутящий момент привода | M_n | 100 Н·м |
| Осевой момент инерции привода | J_0 | 0.00125 кг·м ² |
| Радиус диска ротора | r | 50 мм |
| Радиальный зазор | δ | 2.5 мм |
| Дисбаланс ротора | a | 2.5 мм |
| Коэффициенты вязкого трения для ротора и статора | $d_R = D_R = D_S = \tilde{D}_S$ | 10 Н·с/м |
| Коэффициент восстановления | e | 0.6 |
| Длительность контакта | τ | 10 ⁻⁴ с |

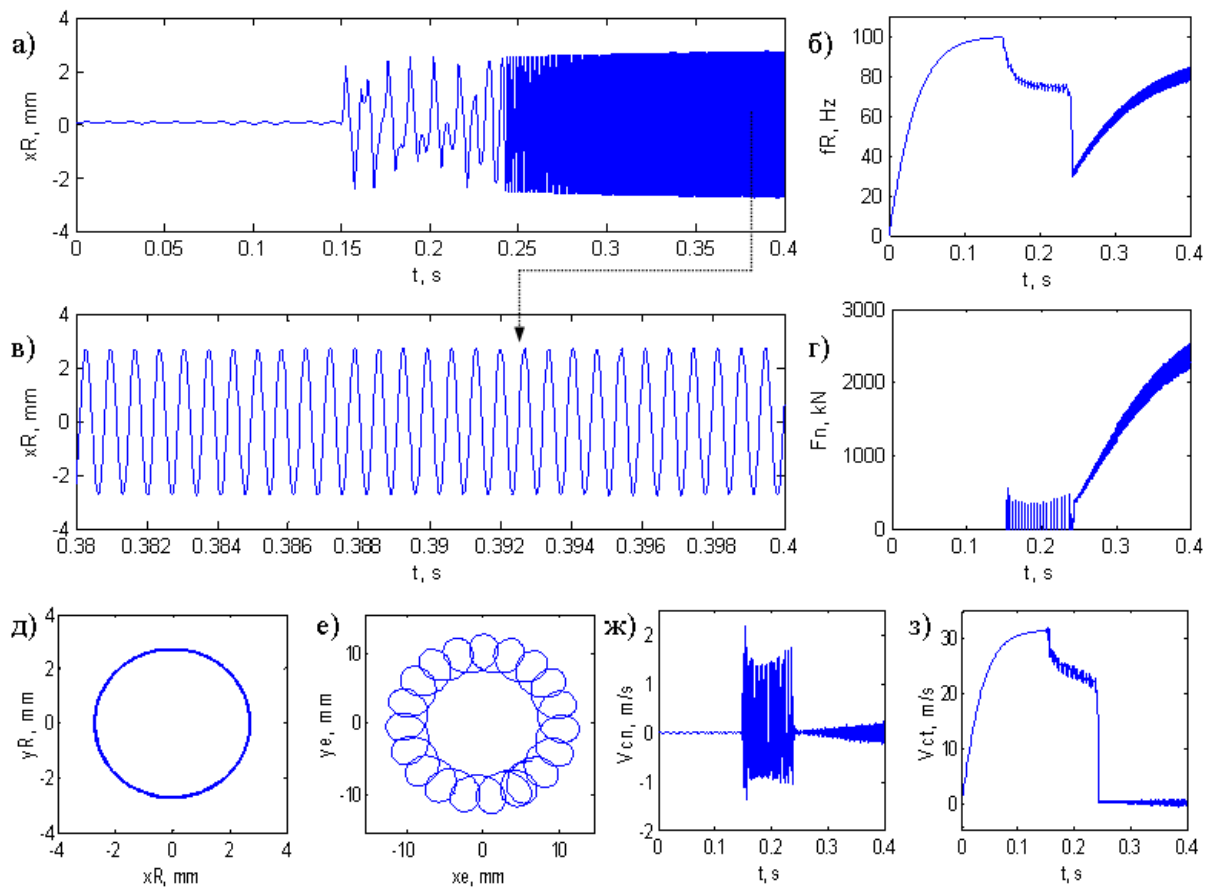


Рис. 3. Системные процессы при разбалансировке и качении ротора по жесткому статору

На интервале с 0.15 по 0.25 с возникают колебания ротора с ударами о жесткий статор. Ротор хаотично перемещается в пределах величины зазора $-2.5 \text{ мм} < x_R < 2.5 \text{ мм}$ (рис. 3,а) с нор-

мальной скоростью v_{cn} до 2 м/с (рис. 3,ж). При этом частота вращения ротора f_R сначала снижается до 80 Гц, а затем резко падает до 30 Гц (рис. 3,б). Подобно – в два этапа – уменьшается

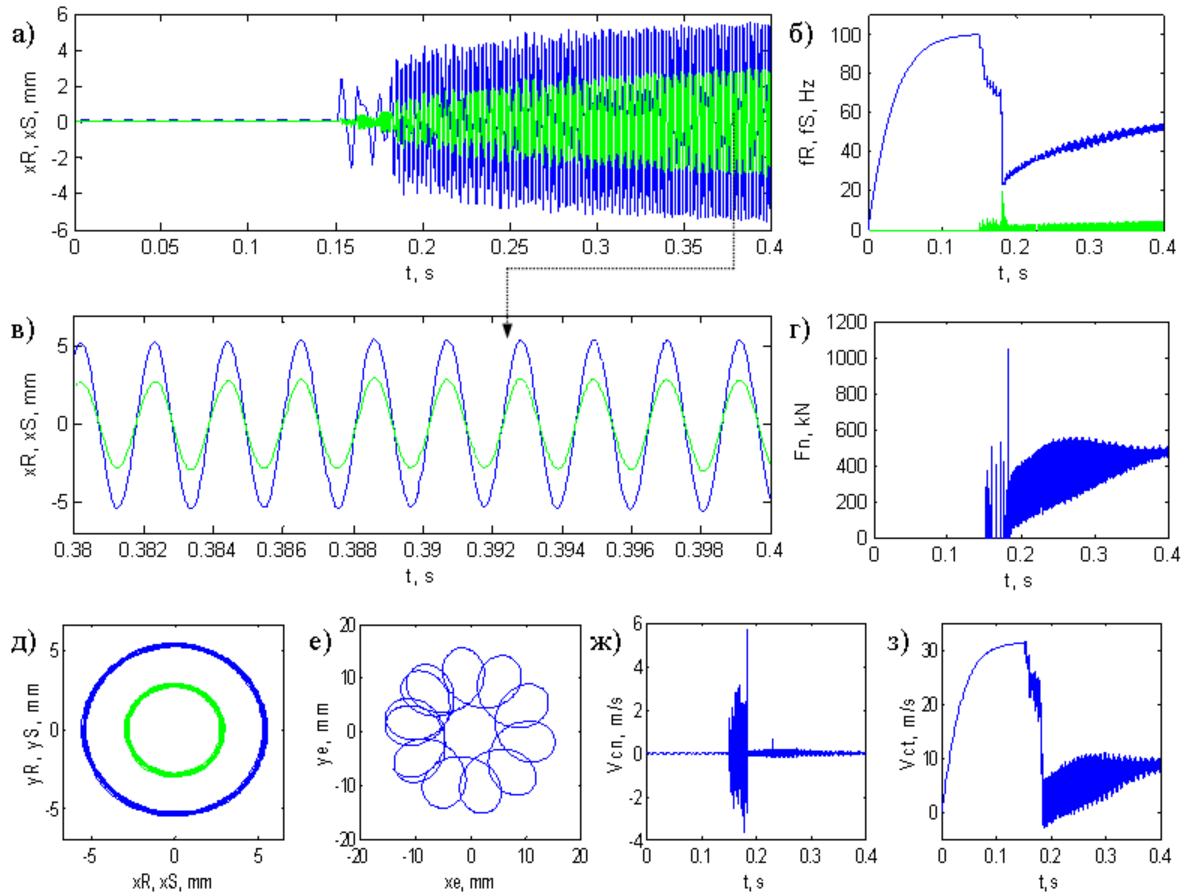


Рис. 4. Системные процессы при разбалансировке и качении ротора по податливому статору (светл.)

тангенциальная скорость v_{Ct} сначала до 20 м/с, а потом и вовсе до 0 (рис. 3,з). О том, что происходят отчетливые и частые соударения, говорит учащенная пульсация нормальной контактной силы F_n в пределах от 0 до 500 кН (рис. 3,г).

Начиная с 0.25 с устанавливается безотрывное движение – режим обкатки ротора по жесткому статору. Смещение центра ротора x_R ограничивается величиной радиального зазора 2.5 мм на каждом периоде колебаний и становится периодическим и высокочастотным (рис. 3,а и рис. 3,в). В это же время под действием крутящего момента двигателя частота f_R постепенно восстанавливается (повышается) до 80 Гц (рис. 3,б), а сила F_n достигает величины свыше 2000 кН, что в несколько раз превышает контактную нагрузку от отдельных соударений (рис. 3,г). При этом значения скоростей v_{Cn} и v_{Ct} колеблются около нуля, см. соответственно (рис. 3,ж и рис. 3,з). В координатах x_R, y_R центр ротора движется по окружности радиуса δ (рис. 3,д). Эксцентрическая точка ротора ($e=10$ мм) описывает характерные гипотроихиды с числом петель $r/\delta=20$ (рис. 3,е). За время с 0.39 по 0.4 с происходит 16 колебаний центра ротора (рис. 3,в), следовательно их частота $f_R \times r/\delta=1600$ Гц.

Рисунок 4 иллюстрирует нестационарные системные процессы, происходящие вследствие разбалансировки ротора и задевания им податливого статора при $\mu=0.45$. Видно, что на начальном временном отрезке (до 0.15 с) динамика ротора не изменяется.

Далее в период с 0.15 по 0.18 с совершается виброударное движение ротора по податливому статору. Хаотическая ударная вибрация ротора вызывает малые колебания статора (рис. 4,а). В результате соударений частота вращения ротора f_R падает до 20 Гц, а частота крутильных колебаний статора доходит до 20 Гц (рис. 4,б). Пульсация нормальной ударной нагрузки F_n характеризуется максимальными значениями от 500 кН до 1000 кН (рис. 4,г). При этом линейная скорость ротора по нормали v_{Cn} достигает 6 м/с (рис. 4,ж), а в точке касания статора v_{Ct} уменьшается до 0 (рис. 4,з).

С 0.18 с возникает режим обкатки ротора по податливому статору. В результате ротор, раскачивая статор до 2.5 мм, получает увеличивающуюся амплитуду абсолютных собственных отклонений – до 5 мм от статического положения равновесия (рис. 4,а и рис. 4,в). При этом частота вращения ротора f_R медленно нарастает

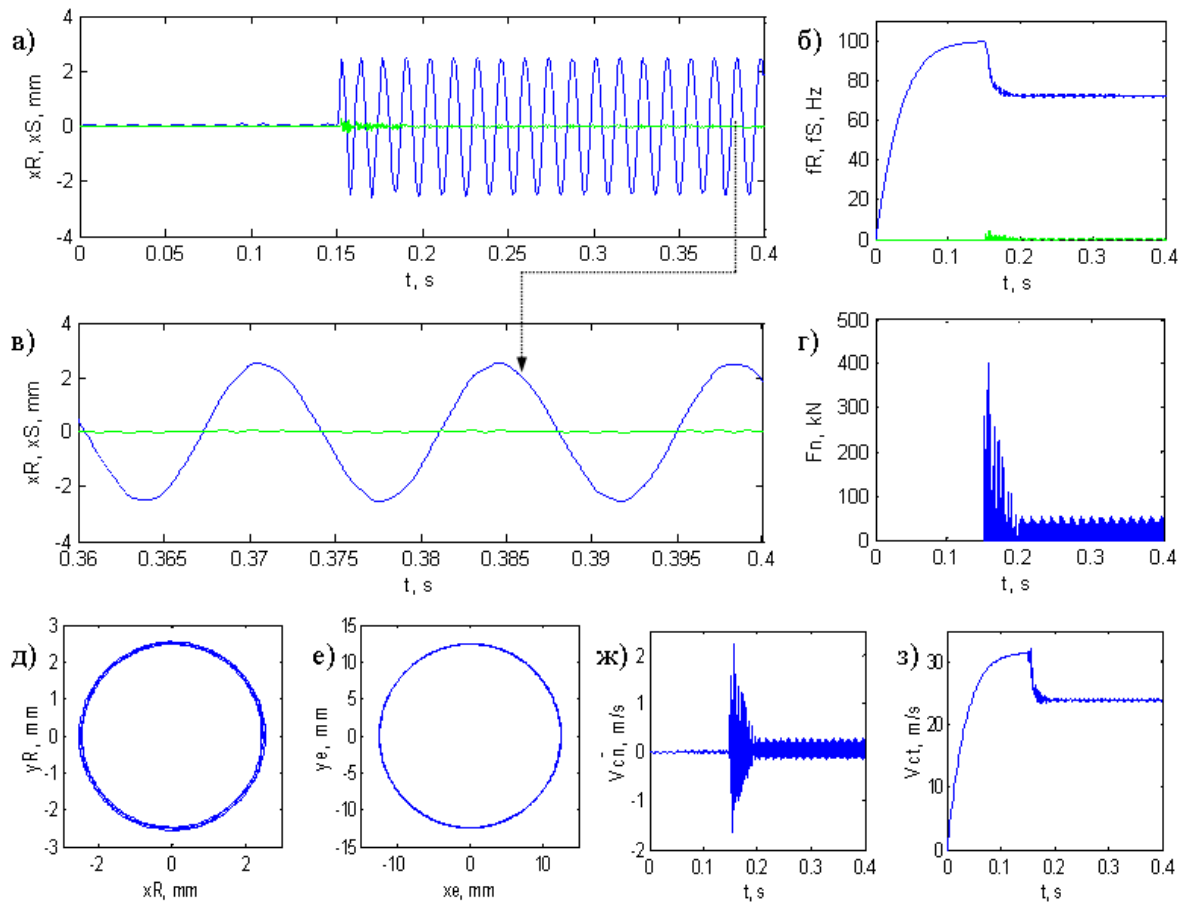


Рис. 5. Системные процессы при разбалансировке и скольжении ротора по податливому статору (светл.)

до 55 Гц, а частота крутильных колебаний статора плавают в интервале от 0 до 5 Гц (рис. 4,б). Средние значения контактной силы F_n и скоростей v_{Cn} и v_{Ct} устанавливаются соответственно на уровне 500 кН (рис. 4,г), 0 м/с (рис. 4,ж) и 10 м/с (рис. 4,з). Траектории центров ротора и статора в координатах (x_R, y_R) и (x_S, y_S) круговые (рис. 4,д). Эксцентрисическая точка ротора ($e=10$ мм) описывает гипотрохоиды с уменьшенным числом петель $10 \neq r/\delta$ (рис. 4,е). С 0.39 по 0.4 с происходит пять с половиной виброперемещений центра ротора (рис.4,в), следовательно их частота $550 \text{ Гц} \neq f_R \times r/\delta$.

На рис. 5 представлена динамика исследуемой системы в результате разбалансировки и контактного взаимодействия ротора с податливым статором при $\mu=0.38$. В этом случае после 0.15 с почти сразу устанавливается режим безотрывного движения – прямое синхронное со скоростью вращения скольжение ротора по податливому статору. При этом амплитуда поперечных колебаний ротора составляет 2.5 мм, а виброперемещения статора близки к нулю (рис. 5,а и рис. 5,в). За промежуток времени с 0.15 с и далее максимальные значения частоты вращения f_R , контактной силы F_n и линейных скоро-

стей v_{Cn} , v_{Ct} уменьшаются соответственно со 100 до 70 Гц (рис. 5,б), с 400 кН до 50 кН (рис. 5,г), с 2 до 0.2 м/с (рис. 5,ж), с 30 до 25 м/с (рис. 5,з). Траектории центра и эксцентрисической точки ротора в координатах (x_R, y_R) и (x_e, y_e) по форме представляют собой окружности (рис. 5,д и рис. 5,е). С 0.39 по 0.4 с происходит одно неполное колебание центра ротора (рис. 5,в), поэтому частота его вибрации меньше 100 Гц.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Контактная нагрузка между ротором и жестким статором в несколько раз больше той, которая действует между ротором и податливым статором.

2. Чем меньше податливость статора, тем меньше критический коэффициент трения, приводящий к опасной обкатке ротором статора.

Чем меньше податливость статора, тем больше скорость прецессии ротора при обкатке.

Список литературы

1. Zhang G.F., Xu W.N., Xu B., Zhang W. Analytical study of nonlinear synchronous full annular rub mo-

tion of flexible rotor–stator system and its dynamic stability. *Nonlinear Dyn.* 57: 579–592 (2009).

2. Popprath S., Ecker H. Nonlinear dynamics of a rotor contacting an elastically suspended stator. *J. of Sound and Vibration* 308: 767–784 (2007).

3. Jiang J., Ulbrich H., Chavez A. Improvement of rotor performance under rubbing conditions through active auxiliary bearings. *International J. of Non-Linear Mechanics* 41: 949–957 (2006).

4. Wegener G., Markert R. Influence of contact and impacts on the dynamics of an elastic rotor with an elastic retainer bearing. Published in V.I. Babitsky (Ed.): *Dynamics of Vibro-Impact Systems – Proc. of the EU-ROMECH, Colloquium, 1998*. Pp.89–98.

5. Позняк Э.Л. Крутильный удар в валопроводе при внезапной и сильной разбалансировке // *Машиноведение*. 1987. №5. С. 66–74.

6. Grāpis O., Tamužs V., Ohlson N.-G., Andersons J. Overcritical high-speed rotor systems, full annular rub and accident. *J. of Sound and Vibration* 290: 910–927 (2006).

7. Олимпиев В.И. Об обкатке неуравновешенно-

го гибкого ротора по статору // *Машиноведение*. 1976. № 1.

8. Банах Л.Я. Некоторые явления, возникающие при движении вала в подшипнике с зазором // *Машиноведение*. 1965. № 1. С. 70–77.

9. Загретдинов И.Ш., Костюк А.Г., Трухний А.Д., Должанский П.Р. Разрушение турбоагрегата 300 МВт Каширской ГРЭС: причины, последствия и выводы // *Теплоэнергетика*. 2004, №5. С. 5–15.

10. Никифоров А.Н. Виброударное и безотрывное движение в том числе обкатка с проскальзыванием ротора по упругозакрепленному статору // *Проблемы машиностроения и надежности машин*. 2012. №6. С. 19–30.

11. Банах Л.Я., Никифоров А.Н. Анализ крутильно-поперечных, ударных колебаний роторной системы, предназначенной для турбонасосного агрегата жидкостного ракетного двигателя // *Вестник научно-технического развития*. 2011. №6 (46). С. 3-13.

12. Brach R.M. *Mechanical Impact Dynamics: Rigid Body Collisions*. New York: Wiley, 1991.

THE EFFECT OF VIBRATION OF A STATOR ON THE MOTION OF AN UNBALANCED ELASTIC ROTOR IN CONTACT INTERACTION

D.V. Balandin, A.N. Nikiforov, A.E. Shohin

The article presents a mathematical model of Jeffcott–Laval rotor in a податливом stator, constructed using Lagrange method in the coordinates of a plane rotating with the rotor. The model is used to analyze the effect of vibrations of the stator as a rigid body on the sliding and rolling modes of an unbalanced rotor along the stator.

Keywords: rotor, stator, contact interaction, sliding, rolling, mathematical model.